



Trabajo final del juego Monza

SISTEMAS NO LINEALES

Carlos Prados Sesmero | 70830147Z | M18129

Índice

Introducción.....	2
1. Ecuaciones del movimiento	3
1.1. Movimiento por el carril.....	5
1.2. Caída al carril inferior y Recepción	7
2. Identificación del modelo	9
2.1. Identificación de los parámetros del modelo	9
2.2. Experimentación en Simulink.....	10
3. Alternativas de control.....	15
3.1. Posibles estrategias de control	15
3.1.1. Linealización del modelo.....	15
3.1.2. Control Fuzzy.....	15
3.1.3. Control Adaptativo	16
3.1.4. Control Inteligente	16
3.2. Alternativa elegida.....	17
4. Implementación de controladores.....	17
4.1. Control del Modelo.....	18
4.2. Control de la Caja Negra	22
Referencias	25

Introducción

En la asignatura Sistemas No Lineales se ha planteado el desarrollo de un trabajo práctico que consiste en completar el juego de la Monza. Para ello, se hace uso de herramientas como Matlab y Simulink, para la simulación del juego, y una maqueta operativa en el caso de que la simulación sea un éxito.

La Monza consiste en un conjunto de carriles paralelos con forma de parábolas. El objetivo del juego es conseguir llevar una moneda que cae en el carril superior, hasta el carril inferior, introduciendo la moneda por una apertura que la saca del sistema. Cada carril tiene dos extremos, uno de ellos finaliza con la caída de la moneda al carril inferior, mientras que el otro finaliza con la caída de la moneda al exterior del sistema.

El juego se completa con éxito en el momento de que la moneda salga del sistema pasando por los diferentes carriles intermedios entre el superior e inferior. Para ello, se dispone de 4 tipos diferentes de Monza, cada uno de una dificultad diferentes.

Para automatizar el juego, y de esta manera conseguir que se complete con éxito, se dispone de una cámara enfocada hacia la maqueta que detecta la moneda y aporta información sobre su posición en el sistema. Para la simulación, se dispone de un bloque en Simulink que realiza una simulación de la maqueta, aportando la posición de la moneda respecto al sistema.

Los carriles paralelos tienen relacionadas unas ecuaciones que describen la parábola que los contiene (*Figura 1*).

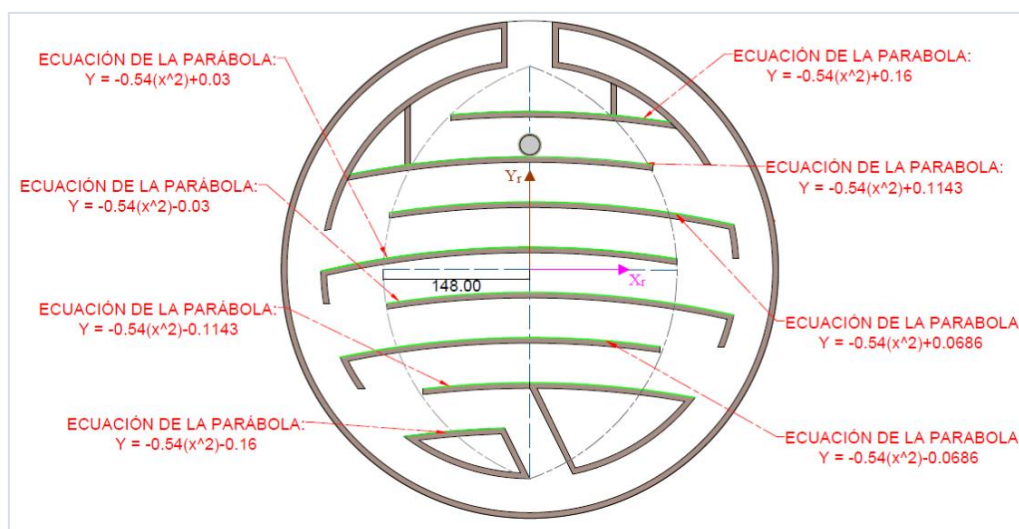


Fig. 1. Ecuaciones de las parábolas que contienen a los carriles del juego Monza

La Monza consiste en girar el sistema, de tal manera que se pueda controlar la posición de la moneda. El giro se realiza a través de un volante acoplado al sistema y que gira solidario al mismo.

Cada parábola del sistema queda descrita por la expresión (e.1), donde la variable 'alt' indica la altura de la parábola respecto al eje 'y' con la Monza en el estado de reposo e inicial.

$$y = -0.54 \cdot x^2 + alt \quad (e.1)$$

Cabe destacar que, en la obtención de ecuaciones y parámetros, se ha tomado como ángulo positivo el giro el horario, estando el ángulo nulo en la componente positiva del eje 'y' (las 12 horas de un reloj). La simulación aportada por el profesor toma el ángulo positivo en sentido contrario, por lo que se realizará un cambio posteriormente.

1. Ecuaciones del movimiento

En primer lugar, se deben encontrar las ecuaciones del movimiento que describan el comportamiento de la moneda en cada uno de los carriles, dependiendo de su posición respecto a la parábola del carril y dependiendo del ángulo girado del volante de la Monza. Para ello, previamente, hay que identificar la pendiente de caída de la moneda en cada punto (dependiendo del carril y del ángulo girado por el volante).

Haciendo referencia a la definición de parábola (conjunto de todos los puntos en un plano que están a una distancia igual de un punto dado denominado foco y una recta dada denominada directriz [1]), se puede obtener la ecuación de una parábola si se pueden conocer sus características, como el eje de simetría, su foco, su directriz o su vértice (*Figura 2*). Se añade el punto directriz, el cual coincide con el punto de corte entre el eje de simetría y la recta directriz.

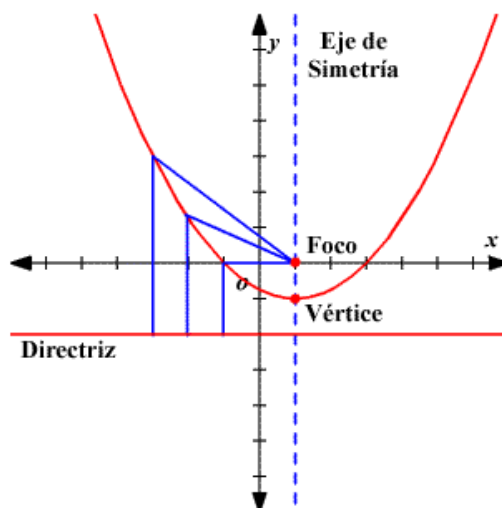


Fig. 2. Puntos y líneas de interés de una parábola.

Suponiendo Θ como el ángulo girado por el volante, las ecuaciones de las rectas directriz y eje de simetría, y los puntos foco, directriz y vértice cambian. De esta manera, queda determinada la ecuación de la recta del eje de simetría según (e.2), la ecuación de la recta

directriz según (e.3), el punto del vértice según (e.4), el punto directriz según (e.5) y el punto focal según (e.6).

$$y = x \cdot \tan^{-1} \theta \quad (e.2)$$

$$y = x \cdot \left(\tan^{-1} \theta - \frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \right) + \frac{alt+0.463}{\cos \theta} \quad (e.3)$$

$$x_{ver} = 0.16 \cdot \sin \theta \quad ; \quad y_{ver} = 0.16 \cdot \cos \theta \quad (e.4)$$

$$x_{dir} = (0.463 + alt) \cdot \sin \theta \quad ; \quad y_{dir} = (0.463 + alt) \cdot \cos \theta \quad (e.5)$$

$$x_{foc} = (alt - 0.463) \cdot \sin \theta \quad ; \quad y_{foc} = (alt - 0.463) \cdot \cos \theta \quad (e.6)$$

Teniendo en cuenta que la distancia desde cualquier punto de la parábola a la recta directriz y al punto foco es la misma, partiendo de (e.3), se puede desarrollar la ecuación (e.7), donde el primer término se refiere a la distancia desde un punto hasta la recta directriz y el segundo término a la distancia desde dicho punto al foco, y se pueden sustituir los valores de (e.8) para reducir la dificultad de las cuentas.

$$\frac{x \cdot \left(\tan^{-1} \theta - \frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \right) + \frac{alt+0.463}{\cos \theta} - y}{\sqrt{\left(\tan^{-1} \theta - \frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \right)^2 + (-1)^2}} = \sqrt{(x - x_{foc})^2 + (y - y_{foc})^2} \quad (e.7)$$

$$a = \tan^{-1} \theta - \frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \quad ; \quad b = \frac{alt+0.463}{\cos \theta} \quad (e.8)$$

De esta manera, se obtiene el resultado de (e.10), según la forma de (e.9), la cual es una forma estándar de representación de parábolas inclinadas y en la cual se debe cumplir que $B^2 - 4AC$ sea igual a cero.

$$A \cdot x^2 + B \cdot x \cdot y + C \cdot y^2 + D \cdot x + E \cdot y + F = 0 \quad (e.9)$$

$$A = 1$$

$$B = 2 \cdot a$$

$$C = a^2$$

$$D = -2 \cdot (x_{foc} \cdot (a^2 + 1) + a \cdot b)$$

$$E = 2 \cdot (b - (a^2 + 1) \cdot y_{foc})$$

$$F = (a^2 + 1) \cdot x_{foc}^2 + (a^2 + 1) \cdot y_{foc}^2 - b^2 = 0 \quad (e.10)$$

Es, por tanto, la combinación entre (e.9) y (e.10) la ecuación que representa cada una de las parábolas de los carriles dependiendo del carril en el que se encuentre (cambia 'alt'), y dependiendo del ángulo girado del volante (cambia 'θ').

El siguiente paso es obtener la pendiente 'α' de cada posición de cada carril para cada ángulo girado. Este valor viene determinado por la derivada de (e.9), es decir, (e.11). El valor de la pendiente está establecido por la derivada, guardando relación según (e.12).

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2 \cdot A \cdot x + B \cdot y + D}{B \cdot x + 2 \cdot C \cdot y + E} \quad (e.11)$$

$$\alpha = \arctan(y') \quad (e.12)$$

Una vez que tenemos el valor del ángulo de la pendiente para cada punto de cada carril para todos los ángulos de giro del volante, el siguiente paso es obtener las ecuaciones de movimiento por el carril. Un ejemplo de la parábola del carril superior cuando el volante se encuentra a 30° se puede observar en la *Figura 3*, teniendo en cuenta que el ángulo cero se encuentra desde el punto central de giro hacia el positivo del eje 'y', siendo los ángulos positivos en sentido horario.

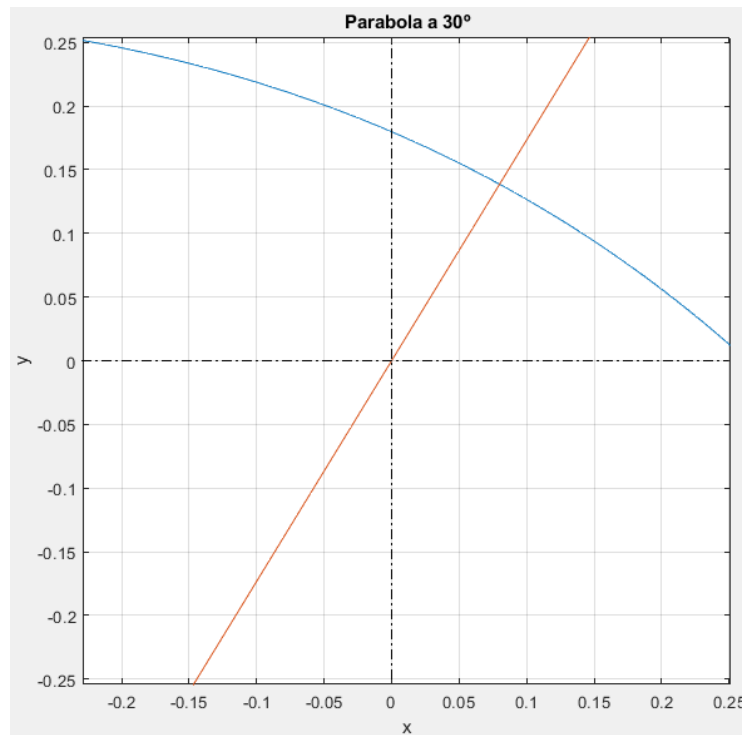


Fig. 3. Parábola del carril superior con un giro de 30°.

En dicha figura se puede observar a la parábola del carril superior en azul y al eje de simetría de dicha parábola en rojo.

1.1. MOVIMIENTO POR EL CARRIL

El movimiento de una moneda por un carril se va a realizar de acuerdo con la suposición de que no existe deslizamiento entre ambos, por lo que la fuerza de rozamiento estará determinada por su componente estática. Además, se va a linealizar en cada punto del carril, considerando que la moneda se mueve por un plano de inclinación variable.

Las fuerzas ejercidas sobre la moneda son las mostradas en la *Figura 4*, es decir, el peso de la propia moneda, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento.

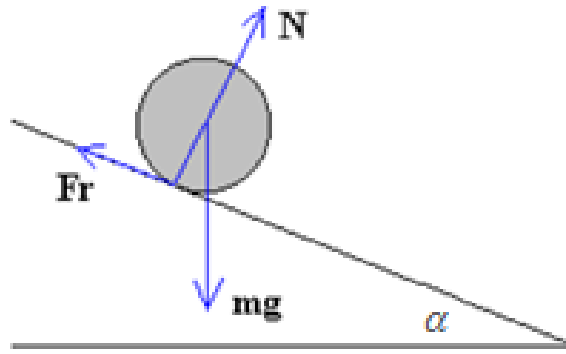


Fig. 4. Fuerzas que actúan sobre la moneda

Se puede realizar una serie de ecuaciones para obtener el valor de la aceleración de la moneda. Estas son (e.13), (e.14) y (e.15).

$$m \cdot g \cdot \sin \theta - F_R = m \cdot a_C \quad (e.13)$$

$$F_R \cdot R = I_C \cdot \alpha \quad (e.14)$$

$$a_C = \alpha \cdot R \quad (e.15)$$

Para una moneda, el valor del momento de inercia viene determinado por (e.16), con lo que se obtiene que el valor de la aceleración y la fuerza de rozamiento vienen establecidos en (e.17).

$$I_C = \frac{m \cdot R^2}{2} \quad (e.16)$$

$$a_C = \frac{2 \cdot g \cdot \sin \alpha}{3}$$

$$F_R = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{3} \quad (e.17)$$

Una vez que se dispone de la aceleración de la moneda en cada punto, el cálculo de la velocidad es trivial gracias a las fórmulas del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (cálculo de la aceleración en cada punto).

Un ejemplo es que el se muestra en la Figura 5, donde la inclinación del volante es de 30° y la moneda se encuentra inicialmente en el eje vertical, es decir, su posición inicial es la misma que si se hubiera insertado la moneda en el sistema.

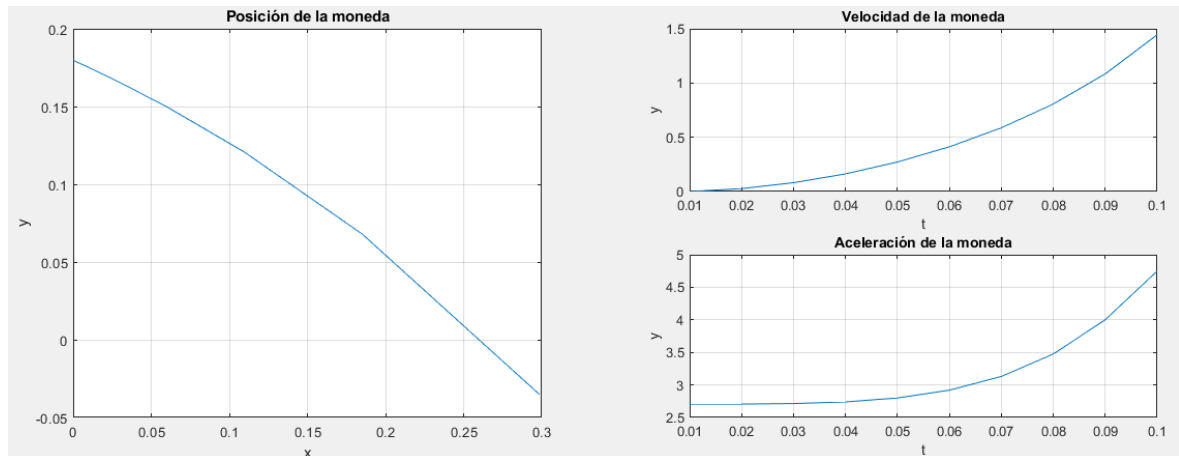


Fig. 5. En la gráfica de la izquierda se encuentra la trayectoria de la moneda sobre el carril superior cuando el volante se encuentra girado 30° y la posición inicial es de $x = 0$. En las gráficas de la derecha se observan las evoluciones de las velocidades y aceleraciones tomadas por la moneda cuando desarrolla dicha trayectoria.

Con el valor de la velocidad, y teniendo en cuenta el ángulo de inclinación de la parábola en el punto en el que se encuentra la moneda, se puede calcular las componentes 'x' e 'y' de la velocidad de la moneda según (e.18).

$$\begin{aligned} V_x &= V \cdot \cos \alpha \\ V_y &= V \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (e.18)$$

Con todos estos valores, se puede calcular el valor de la posición en 'x' e 'y' de la moneda, quedando establecida según (e.19). El valor de 'y' se puede obtener a través de una función como la indicada en (e.9) y (e.10).

$$\begin{aligned} x &= x_0 + V \cdot t + 0.5 \cdot a \cdot \cos \alpha \cdot t^2 \\ y &= f(x) \end{aligned} \quad (e.19)$$

1.2. CAÍDA AL CARRIL INFERIOR Y RECEPCIÓN

Para el estudio de la caída de una moneda de un carril al inmediatamente inferior (Figura 6), se debe suponer la premisa de que no existe rebote cuando la moneda choca con el carril inferior.

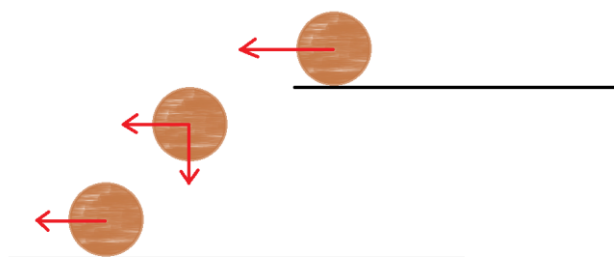


Fig. 6. Componentes de la velocidad en la caída de una moneda de un carril al inmediatamente inferior.

Como se observa en la *Figura 6*, la moneda parte inicialmente con una velocidad en el plano horizontal y una posible velocidad en el plano vertical (en el caso de que la pendiente del carril superior sea distinta de cero). Cuando la moneda se desprende del carril superior, la fuerza de la gravedad provoca que la velocidad en el plano vertical aumente hasta llegar a chocar con el carril inferior. En ese momento, la velocidad vertical pasa instantáneamente a valer cero (suposición realizada en el caso de que el carril inferior tenga una pendiente nula), quedando únicamente la componente horizontal.

Es decir, suponiendo que la fuerza de rozamiento del aire es nula, la componente 'x' de la velocidad con la que parte la moneda del carril superior es idéntica a la misma componente de la velocidad con la que la moneda llega al carril inferior. La componente 'y' quedará determinada por la inclinación del carril en la recepción de la moneda.

Denominemos ' α_1 ' al ángulo de inclinación del último punto de contacto del carril superior, y ' α_2 ' al ángulo de inclinación del punto de recepción del carril inferior. Entonces, el valor de la velocidad en cada una de sus componentes (por trigonometría) y su valor en el momento de la recepción queda determinado en (e.19).

$$\begin{aligned} V_{x2} &= V_{x1} \\ V_{y2} &= V_{x2} \cdot \tan \alpha_2 \\ V_{0,2} &= \sqrt{V_{x2}^2 + V_{x2}^2 \cdot \tan^2 \alpha_2} = V_{x2} \cdot \sqrt{1 + \tan^2 \alpha_2} \end{aligned} \quad (e.20)$$

Quedando determinadas, por tanto, las aceleraciones y velocidades posteriores según (e.20).

$$\begin{aligned} a &= \frac{2 \cdot g \cdot \sin \alpha_2}{3} \\ V &= V_{0,2} + a \cdot t \end{aligned} \quad (e.21)$$

Para conocer la inclinación del punto de recepción de la parábola inferior, conociendo las componentes de las velocidades, se debe calcular mediante una comprobación de que la moneda se encuentra por encima del carril inferior, a través de las ecuaciones de las parábolas, es decir, (e.9).

La forma de comprobarlo es realizar un seguimiento de la posición de la moneda en el aire mientras cae de un carril a otro, de la manera en que se muestra en (e.21).

$$\begin{aligned} x &= x_1 + V_{x1} \cdot t \\ y &= y_1 + V_{y1} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \quad (e.22)$$

En resumen, se calcula el valor de 'x' e 'y' continuamente, mientras el valor esté por encima del carril inferior. En el momento en el que la fórmula (e.9) indique que la moneda está en el carril inferior se conocerá el valor de la posición de recepción 'x2' e 'y2', y por tanto la inclinación del carril en dicho punto.

Como se conoce la inclinación del punto de recepción, entonces podemos conocer la velocidad de la moneda en el momento del choque y la aceleración sufrida.

2. Identificación del modelo

En este apartado se van a indicar determinados parámetros del modelo y se va a realizar una serie de experimentos en Matlab y Simulink.

2.1. IDENTIFICACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO

Los parámetros principales a tener en cuenta van a ser la masa y el radio de la moneda, y las características de la Monza, las cuales dependen del nivel de dificultad.

La moneda utilizada va a ser la de 1€, cuyo diámetro es de 23.25mm, su grosor es de 2.33mm y su peso es de 7.5g. Cabe destacar que para el cálculo del momento de inercia el grosor de la moneda no se tiene en cuenta. Además, la aceleración de la moneda, teniendo en cuenta el rozamiento, no depende del tipo de moneda, ya que solo dependerá de su forma (todas son cilindros de pequeño grosor) y de la pendiente en que se encuentre la misma.

Las características de la Monza quedan determinadas por el nivel de dificultad de la misma. Cada nivel de dificultad tiene asignado una serie de puntos que especifican el final de un carril. Cuando mayor sea el nivel, mayor recorrido tendrá que recorrer la moneda hasta llegar al punto final del carril.

Los puntos, referidos al sistema de coordenadas referencial, quedan determinados por cada nivel. Estos puntos se pueden traspasar a un sistema de coordenadas fijo, que depende del movimiento de la Monza provocado por el volante. Este proceso consiste en calcular, inicialmente, el ángulo entre la recta que une el punto característico del carril y el origen de coordenadas, y el eje 'y' (positivo en sentido horario desde el eje hacia la recta). Este ángulo se puede obtener gracias a las posiciones ' x_p ' e ' y_p ' del punto según (e.22).

$$\gamma = \arctan\left(\frac{x_p}{y_p}\right) \quad (e.23)$$

La distancia que separa el origen de coordenadas de ese punto será la distancia euclídea, es decir, (e.24). El reflejo de esa distancia, cuando la Monza gira, dependerá del ángulo ' γ ' inicial y el ángulo ' Θ ' girado por el volante, dando como resultado que la posición del punto queda determinada por (e.25).

$$d = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} \quad (e.24)$$

$$\begin{aligned} x'_p &= d \cdot \sin(\gamma + \Theta) \\ y'_p &= d \cdot \cos(\gamma + \Theta) \end{aligned} \quad (e.25)$$

De esta manera queda determinada la posición de los puntos límite que definen cada uno de los carriles. En la Figura 7 se pueden observar una serie de ejemplos donde se

muestran los carriles de la Monza y los puntos límite de los mismos para diferentes tipos de dificultad y ángulos girados de la Monza.

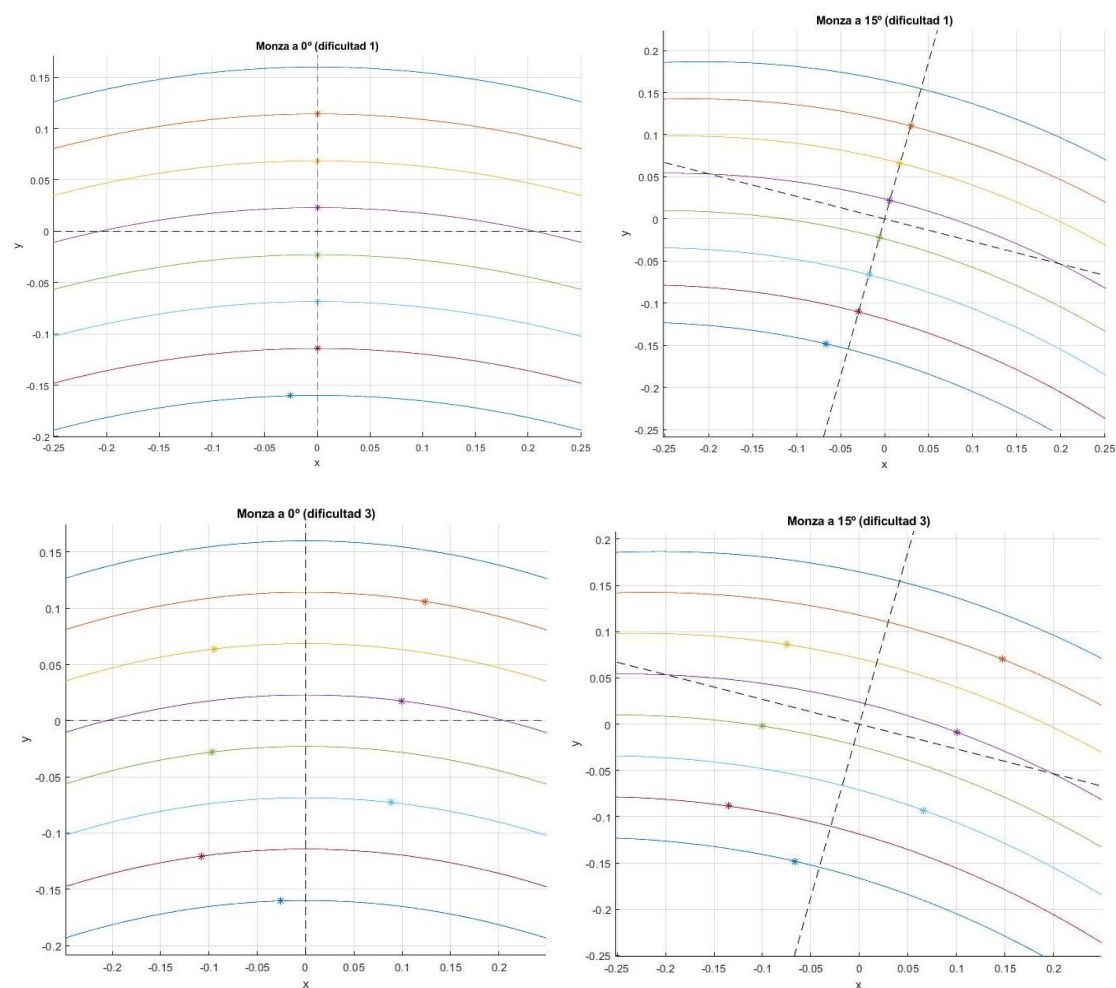


Fig. 7. Ejemplos de las parábolas que describen carriles de la Monza y los puntos que limitan los mismos, para diferentes dificultades de juego y ángulos girados.

2.2. EXPERIMENTACIÓN EN SIMULINK

Para la simulación de la Monza, se dispone de un modelo en Simulink que describe el comportamiento de la misma. El modelo, representado como una caja negra, permite especificar la dificultad del juego y el ángulo en el que se encuentra girado el volante, aportando información sobre la posición de la moneda respecto a un sistema de referencia fijo y a un sistema de referencia solidario a la Monza. Además, aporta información sobre la velocidad de la moneda en todo instante.

Para comprobar cómo funciona inicialmente el sistema, se ha realizado una simulación en Simulink de la Monza con una rotación fija de -15° ($+15^\circ$ referido a mi modelo), obteniendo como resultado el mostrado en la Figura 8. En dicha imagen se puede observar la correspondencia entre el segundo carril simulado (donde se inicia la simulación en Simulink por la caja negra) y el segundo carril del modelo desarrollado. Además, se puede observar la correspondencia del punto que define el límite del carril con la caída de la moneda en la simulación.

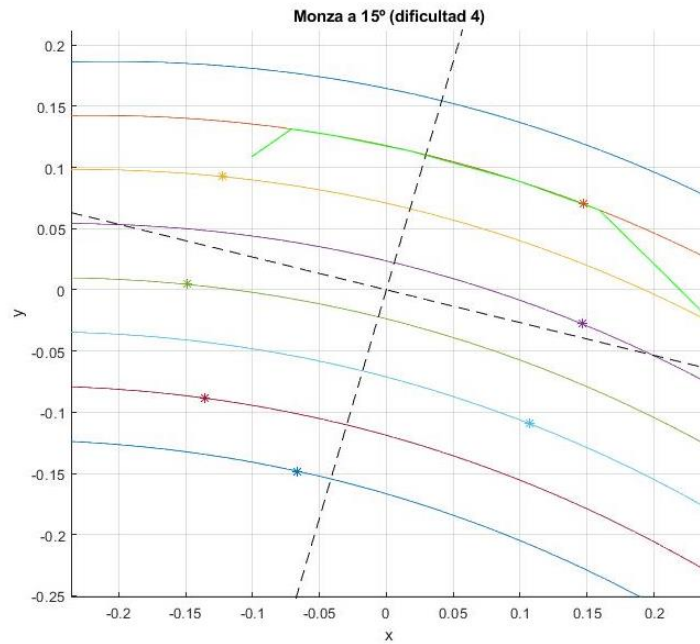


Fig. 8. Combinación de la simulación de la Monza por parte de la caja negra (en verde), y por parte del modelo desarrollado en el presente trabajo, que describe los carriles y sus puntos límite. En la imagen, la moneda llega al final del carril y se precipita fuera del sistema.

Gracias a este experimento se ha comprobado donde se inicia la simulación de la moneda (en el segundo carril, pegada a la pared izquierda).

Implementando las ecuaciones y características descritas hasta el momento en este informe, se puede realizar una simulación de las posiciones que seguiría la moneda a través de los carriles, junto a la velocidad y aceleración de la misma. Por ejemplo, en el nivel de dificultad 4, con un ángulo de 10° en sentido horario, la moneda describiría, teóricamente, la trayectoria mostrada en la Figura 9.

En dicha trayectoria, que se muestra de manera única en la Figura 10, la moneda toma las velocidades y aceleraciones mostradas en dicha figura, donde se observan las diferentes etapas por las que pasa la moneda (movimiento por el carril superior, caída, choque con el carril inferior y movimiento por el carril inferior).

Otro ejemplo similar al de la Figura 9 es el que se muestra en la Figura 11, donde las características de la simulación son similares. Este ejemplo se ha realizado para comprobar el correcto funcionamiento de los diferentes sentidos de movimiento, modificando el carril del movimiento inicial y el ángulo de giro del volante.

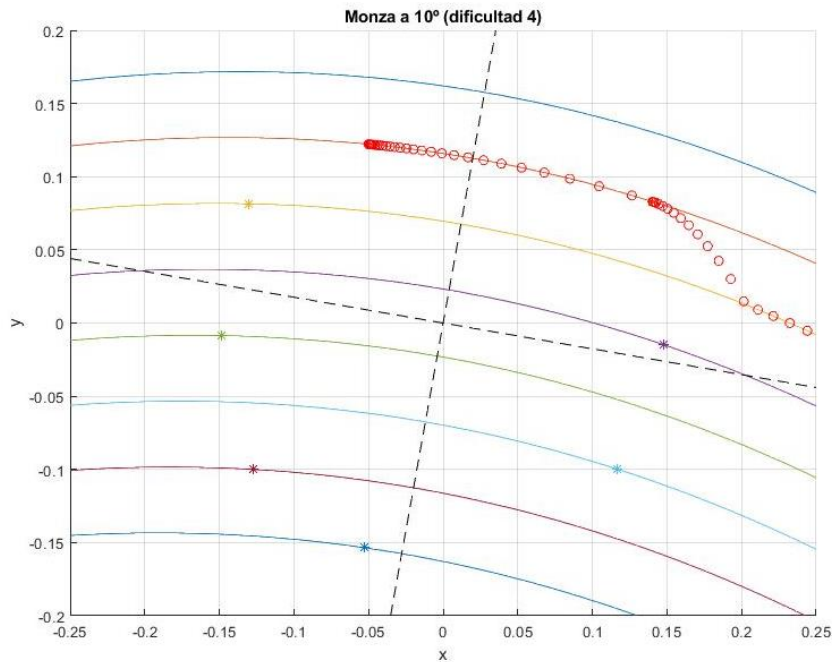


Fig. 9. Simulación del modelo desarrollado en el presente trabajo cuando la moneda se suelta, en una posición $x=-0.05\text{m}$ del sistema de referencia fijo, en el segundo carril superior. La Monza se encuentra girada 10° en sentido horario, pasando por los puntos mostrados en rojo y cayendo al carril inmediatamente inferior.

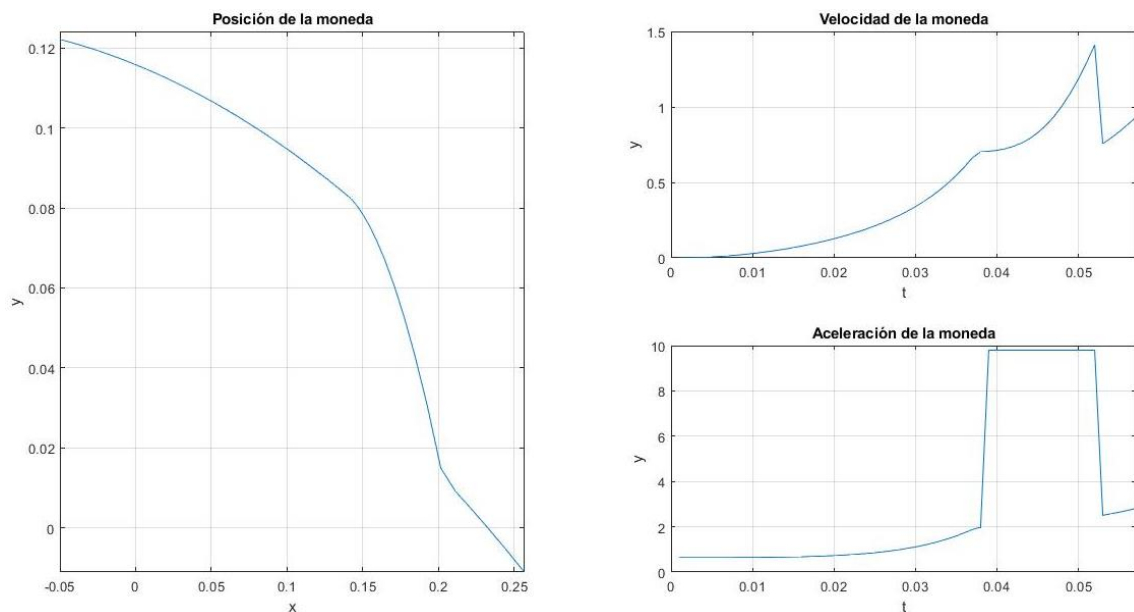


Fig. 10. En la gráfica de la izquierda se muestran las posiciones de la trayectoria que sigue la moneda (idéntica a la Figura 9). En la gráfica superior derecha se muestra la velocidad de la moneda, donde se observa que, en un determinado punto equivalente al choque de la moneda contra el carril inferior, la velocidad pasa de su valor máximo a otro valor instantáneamente. En la gráfica inferior derecha se muestra la aceleración de la moneda, donde se observa que hay un periodo de tiempo, equivalente al tiempo de caída de la moneda, donde la aceleración vale 9.8m/s^2 .

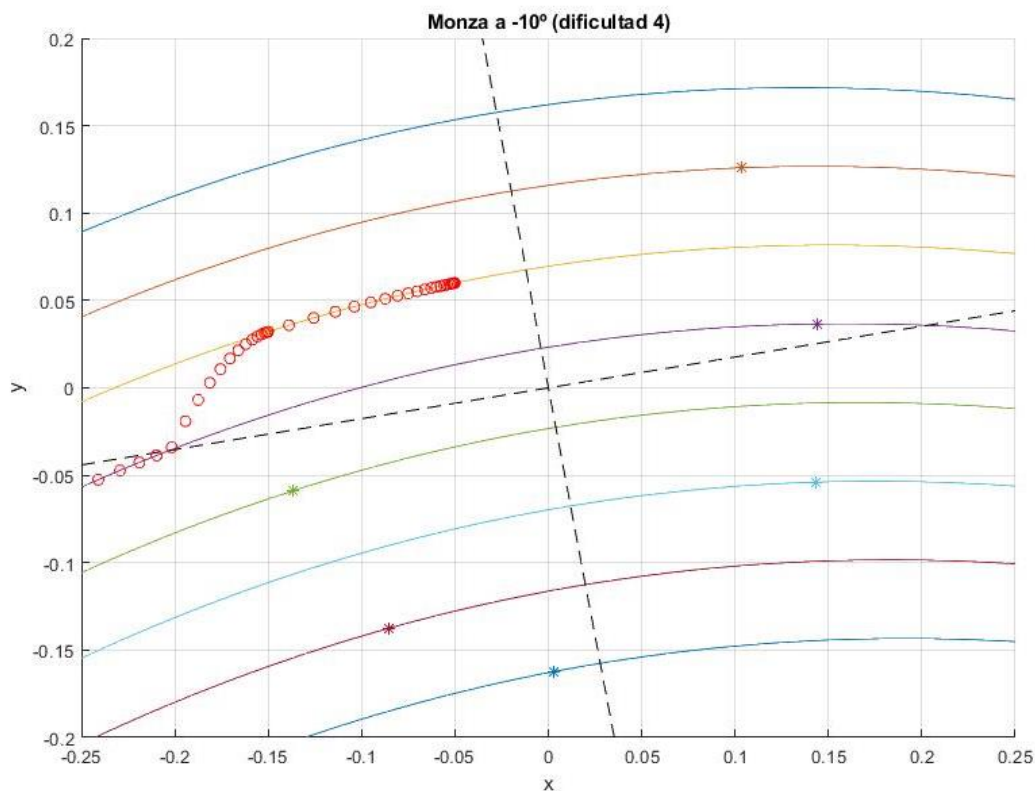


Fig. 11. Simulación del modelo desarrollado en el presente trabajo cuando la moneda se suelta, en una posición $x=-0.05\text{m}$ del sistema de referencia fijo, en el tercer carril superior. La Monza se encuentra girada 10° en sentido antihorario, pasando por los puntos mostrados en rojo y cayendo al carril inmediatamente inferior.

Una vez implementado el movimiento por los carriles y la caída hacia los siguientes, el siguiente paso es comprobar la correspondencia entre el modelo desarrollado y la caja negra (simulador de Simulink). Ante las mismas condiciones iniciales (ángulo girado igual a 10° en sentido horario), la comparación de los movimientos se muestra en la Figura 12.

La correspondencia entre posiciones y velocidades adoptadas por la moneda del modelo desarrollado y la caja negra se pueden observar en la Figura 13, donde se observa que no son exactamente iguales, pero guardan una importante relación que servirá para seguir progresando en el proyecto.

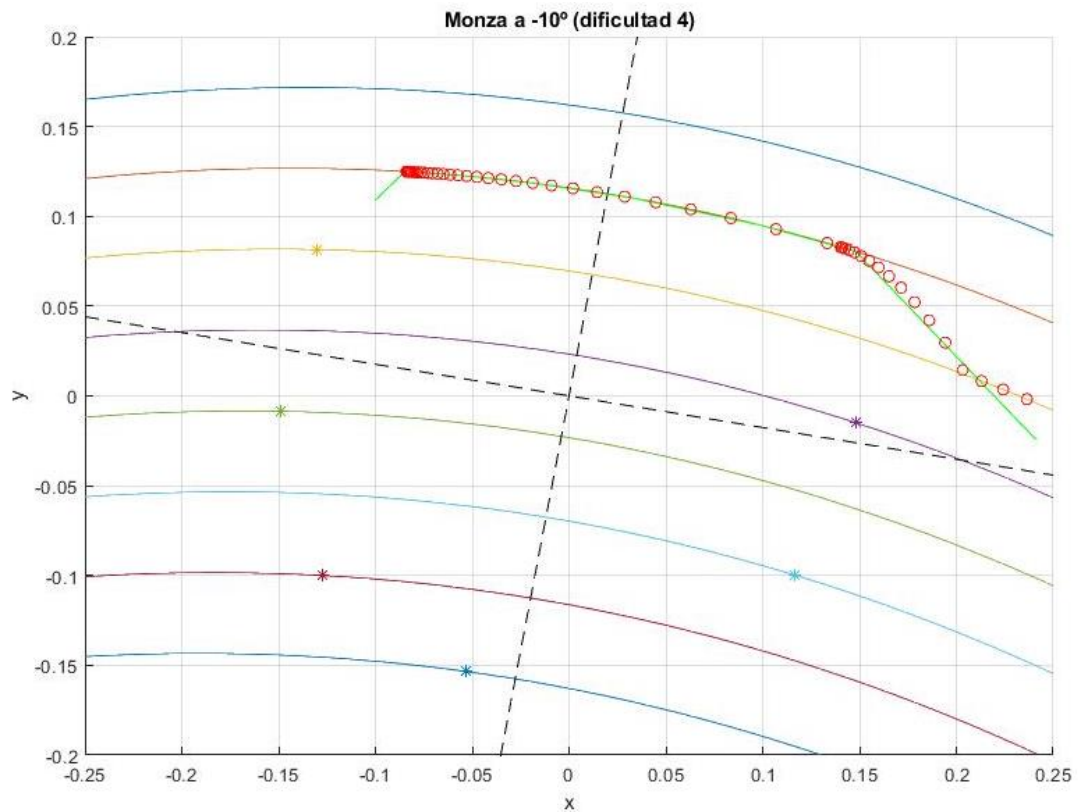


Fig.12. Comparación de las trayectorias descritas por la moneda según la simulación del modelo desarrollado (puntos en rojo) y según la simulación de la caja negra (trayectoria en verde).

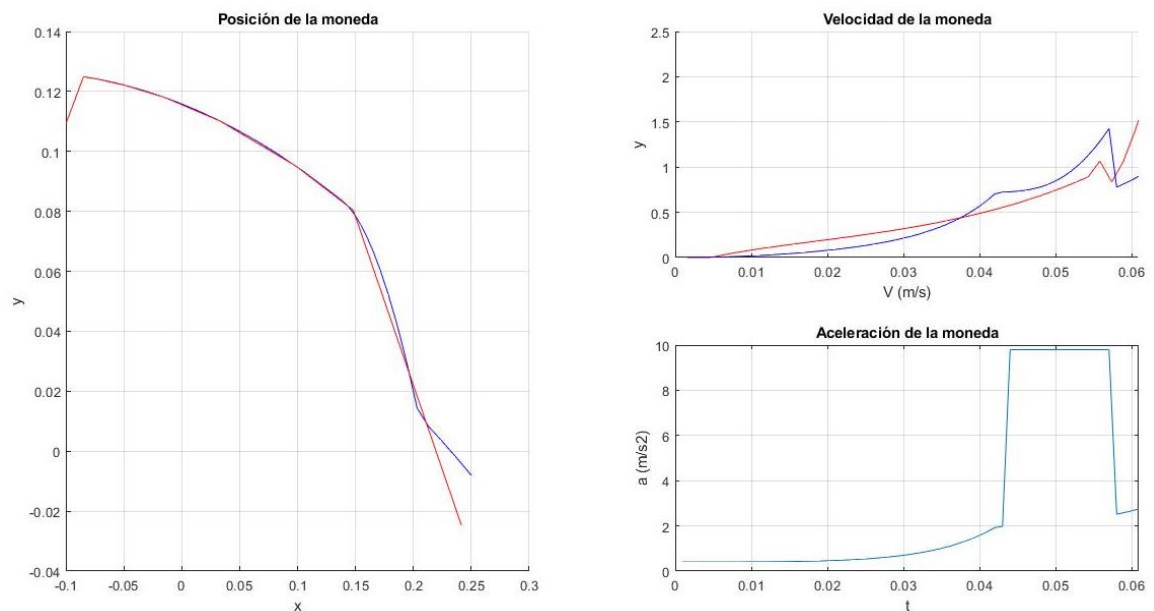


Fig. 13. Comparación de las posiciones y velocidades adoptadas por la moneda según la simulación del modelo (en azul) y según la simulación de la caja negra (en rojo).

3. Alternativas de control

En sistemas no lineales se presentan diferentes alternativas de control válidas. La elección de una metodología en concreto se debe a una de las siguientes razones:

- El sistema controlado responde mejor a través de una estrategia de control dada.
- La implementación de una estrategia de control aporta resultados válidos según un criterio.
- Una metodología es, a priori, mejor para un tipo de sistema no lineal.

De esta manera, se deberá, en primer lugar, realizar un estudio de las posibles estrategias de control actuales de sistemas no lineales. En segundo lugar, se deberá valorar las diferentes estrategias y se deberá elegir convenientemente una de ellas según un criterio.

3.1. POSIBLES ESTRATEGIAS DE CONTROL

Las estrategias de control que se van a plantear son:

- Linealización del modelo.
- Control Fuzzy.
- Control Adaptativo.
- Control inteligente basado en redes neuronales.

3.1.1. LINEALIZACIÓN DEL MODELO

La linealización se refiere al proceso de encontrar la aproximación lineal a una función en un punto dado [2]. Es un método para estudiar la estabilidad local de un punto de equilibrio de un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales que describen el comportamiento de un sistema.

Nuestro sistema es altamente no lineal, por lo que la aplicación de la misma señal de entrada (ángulo girado) en dos puntos de operación diferentes genera respuestas diferentes.

La motivación para realizar una linealización del modelo se centra en que la formulación básica de la automática requiere de modelos matemáticos lineales. Entonces, si el modelo del sistema es no-lineal, basta con realizar una aproximación lineal del mismo (varias para cubrir el sistema, ya que el rango de validez es reducido).

3.1.2 CONTROL FUZZY

El control Fuzzy permite construir controladores basados en heurísticos. Para ello, un experto escribe las reglas que permiten el control, y un ingeniero las incorpora a un controlador para emular sus decisiones [3].

Los componentes del controlador son:

- La base de reglas: Contiene el conocimiento sobre cómo controlar el sistema.
- El mecanismo de inferencia: Determina qué reglas se aplican en cada instante, es decir, la salida del controlador (entrada del sistema).

- El interfaz de entrada: Compatibiliza las entradas al controlador con la base de reglas.
- El interfaz de salida: Convierte las conclusiones del mecanismo de inferencia del controlador en salidas del mismo (entradas del sistema).

La lógica borrosa es apropiada cuando trabajamos en presencia de incertidumbre, con información cualitativa o con problemas que un experto humano es capaz de resolver fácilmente (mientras que a una máquina le resultaría más complejo) [4]. Presenta las siguientes ventajas:

- No se necesita de un modelo preciso del sistema a controlar.
- Se implementa fácilmente los conocimientos del operador humano.
- Resulta posible alcanzar con facilidad las especificaciones de tiempo y transitorio fijadas.
- Es poco sensible a cambios de los parámetros del sistema a controlar (no es lineal).
- Permite contemplar situaciones excepcionales del estado del proceso.

Sin embargo, presenta el inconveniente de que una modificación en los parámetros del controlador obliga a una revisión de todo el conjunto de reglas para detectar la aparición de nuevas inconsistencias o tendencias hacia la inestabilidad [4]. Desde nuestro punto de vista, este inconveniente no supone ningún problema, ya que los parámetros del sistema, para cada nivel de dificultad, van a permanecer constantes.

3.1.3 CONTROL ADAPTATIVO

El control adaptativo es un conjunto de técnicas que permiten ajustar en tiempo real el valor de los parámetros de control, permitiendo un buen seguimiento de las variables controladas, aunque se desconozca los parámetros de la planta o cambien en el tiempo [5].

Este control es un tipo especial de control no lineal, que consiste en una renovación periódica del modelo de la planta. Como consecuencia, se modifica el controlado, es decir, el proceso puede ser separado en dos escalas de tiempo [6]:

- Ciclo lento: Adaptación de los parámetros del modelo y del controlador.
- Ciclo rápido: Control del modelo.

3.1.4 CONTROL INTELIGENTE

El control inteligente se va a basar en redes neuronales. Estas son un modelo computacional basado en un gran conjunto de unidades neuronales artificiales simples, de forma aproximadamente análoga al comportamiento observado en los axones de las neuronas de los cerebros biológicos.

La información de entrada atraviesa la red de neuronas y, dependiendo del valor de los pesos entre neuronas y el umbral de cada una, se genera un valor de salida. Estos sistemas aprenden y se forman a sí mismos, en lugar de ser programados de forma explícita [7].

La idea es, por tanto, utilizar una red de neuronas como el modelo inverso del sistema, sustituyendo la salida prevista por una referencia, construyendo un lazo cerrado [8].

La principal ventaja de este tipo de control es que no se necesita una programación definida, simplemente la red de neuronas se entrena a sí misma, ajustando los pesos y umbrales hasta cumplir con los objetivos definidos.

3.2 ALTERNATIVA ELEGIDA

Entre las diferentes alternativas, se ha decidido utilizar un controlador borroso o Fuzzy. La razón se centra en las siguientes afirmaciones:

- La lógica borrosa se asemeja al razonamiento humano, donde se trabaja con elementos cualitativos, traspasables a elementos cuantitativos.
- Existe incertidumbre entre el modelo desarrollado y la caja negra aportada o la maqueta, es decir, no tenemos un modelo preciso del sistema al 100%.
- La lógica borrosa es apropiada cuando se trabaja con información cualitativa o con problemas que un experto humano es capaz de resolver. Evidentemente este juego está enfocado a seres humanos, por lo que hay una semejanza extrema entre la afirmación y el caso que se presenta.
- La lógica borrosa se implementa fácilmente con conocimientos simples de un humano.
- Es poco sensible a cambios de los parámetros del sistema a controlar, por lo que, si modificamos el modelo, el controlador seguirá siendo totalmente válido.
- Permite contemplar situaciones excepcionales del estado del proceso.

Todas estas afirmaciones han motivado la elección de implementar un controlador del tipo borroso. Además, el tiempo de desarrollo del controlador va a ser menor que en los otros casos, obteniendo resultados aceptables.

Además, para controlar la Monza con un controlador borroso únicamente se necesitará uno (a priori), ya que la necesidad de movimiento de la moneda hacia la izquierda o hacia la derecha no es importante. La diferencia de movimiento hacia un lado o hacia el otro erradica en las entradas, que tendrán un signo u otro en función de hacia donde se quiera que se mueva la moneda. Debido a todo esto, se concluye que es una buena idea emplear un controlador de este tipo.

4. Implementación de controladores

Para el desarrollo del controlador borroso, se han planteado dos alternativas. La primera de ellas tiene en cuenta, como entradas del controlador, la distancia entre la moneda y el punto de caída al siguiente nivel, y la velocidad de la moneda. Se ha comprobado, experimentalmente, que el control de la posición de la moneda no es efectivo y el sistema no consigue cumplir su objetivo. Es necesario, por tanto, que el controlador tenga otra entrada.

Es por esto por lo que surge la segunda alternativa, la cual tiene en cuenta también la pendiente del carril en la posición actual de la moneda. Gracias a esta variable se tiene en cuenta la tendencia de la moneda, ya que no es lo mismo que la moneda se mueve a una velocidad dada sobre un carril con pendiente positiva, negativa, nula, positiva alta o negativa alta (nombres típicos del control fuzzy).

4.1. CONTROL DEL MODELO

En este caso, se ha desarrollado un controlador borroso con las siguientes características:

- Dispone de tres entradas y una salida.
- El controlador es del tipo mandani.
- El método AND es el del producto.
- El método OR es el probabilístico.
- El método de implicación es el del producto.
- El método de agregación es el de la suma.
- El método para la desfuzzificación es la del centro de masas.

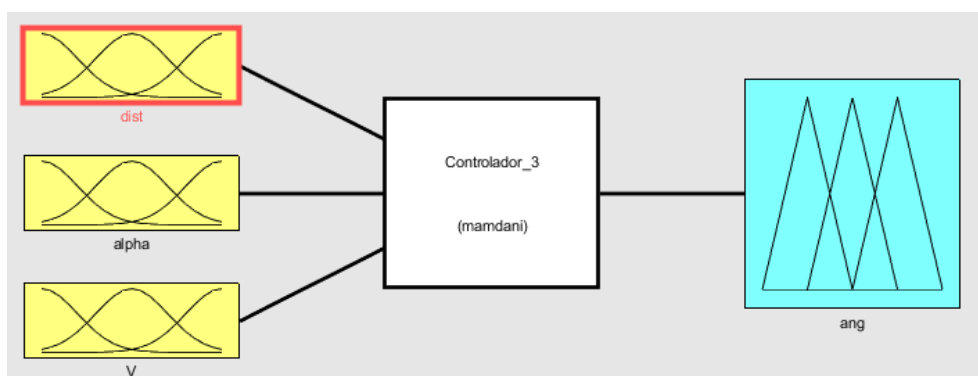


Fig. 14. Entradas y salidas del controlador Fuzzy desarrollado.

Se han establecido los siguientes universos de discurso para las diferentes entradas y salidas (véase Figura 14), con sus correspondientes etiquetas lingüísticas para cada conjunto borroso:

- Entradas:
 - Distancia de la moneda al punto de caída al siguiente carril (dist). Siempre va a ser positiva, ya que dependiendo de donde se localice la moneda respecto al punto de caída al siguiente nivel, se restará la posición respecto al punto de caída o viceversa. Se han establecido 3 conjuntos borrosos (Figura 15):
 - “Caída”: La moneda se encuentra en una posición muy cercana al punto de caída al siguiente nivel.
 - “Cerca”: La moneda se encuentra a media distancia al punto de caída al siguiente nivel.
 - “Carril”: La moneda se encuentra lejana al punto de caída al siguiente nivel y el movimiento se realiza en pleno carril.

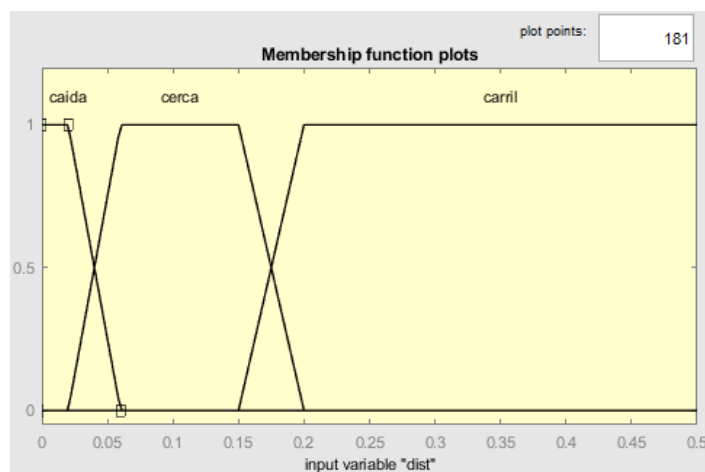


Fig. 15. Conjuntos borrosos de la variable de entrada “dist”.

- Inclinação del carril en el punto en el que se encuentra la moneda (Alpha). En el caso de tener un valor negativo, la moneda tiende al punto de caída al siguiente carril. En el caso de ser positivo, la moneda se aleja de dicho punto. Si la caída al siguiente nivel se encuentra a la derecha la variable “Alpha” valdrá la inclinación del carril en un punto dado, por el contrario, si la caída se encuentra a la izquierda el valor será el negativo de la inclinación. Tiene los siguientes conjuntos borrosos (Figura 16):
 - Muy negativa. La inclinación hará que la moneda tienda a moverse, con mucha intensidad, hacia el punto de caída.
 - Negativa. La inclinación hará que la moneda tienda a moverse hacia el punto de caída.
 - Cero. No existe inclinación apreciable.
 - Positiva. La inclinación alejará a la moneda del punto de caída.
 - Muy positiva. La inclinación alejará, con mucha intensidad, a la moneda del punto de caída.

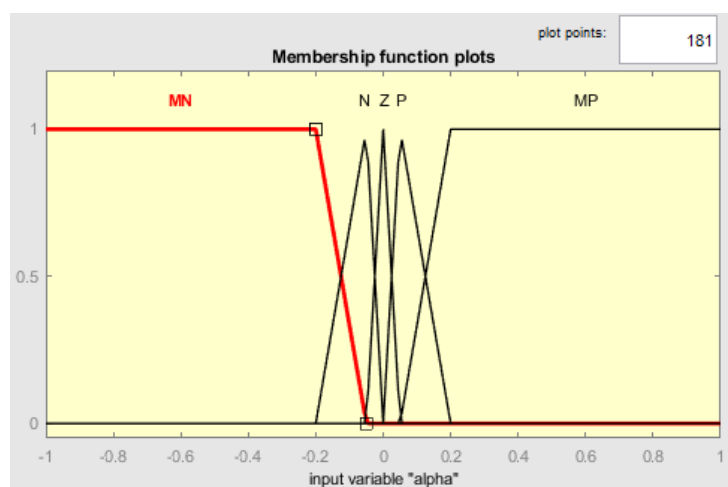


Fig. 16. Conjuntos borrosos de la variable de entrada “alpha”.

- Velocidad de acercamiento al punto de caída (V). Es la velocidad de desplazamiento en la coordenada 'x'. Cuando tiene un valor positivo la moneda se está acercando al punto de caída, en caso contrario se aleja. Si la caída al siguiente nivel se encuentra a la derecha la variable "V" valdrá la velocidad de la moneda, por el contrario, si la caída se encuentra a la izquierda el valor será el negativo de la velocidad. Al igual que la variable "Alpha", se pueden observar los conjuntos borrosos de la *Figura 17*.

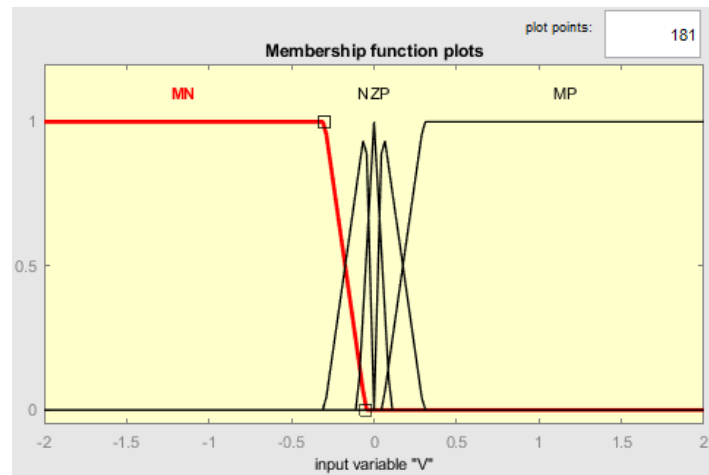


Fig. 17. Conjuntos borrosos de la variable de entrada "V".

- Salida: Será el incremento que hay que aplicar al ángulo en el que se encuentra la Monza para controlar la posición de la moneda (ang). El valor de salida, añadido al ángulo en el que se encuentra la Monza, hará que la moneda realice las trayectorias deseadas hasta conseguir el objetivo del juego. Si la caída al siguiente nivel se encuentra a la derecha la variable "ang" se sumará al ángulo actual de la Monza, por el contrario, si la caída se encuentra a la izquierda el valor se restará al ángulo actual de la Monza.

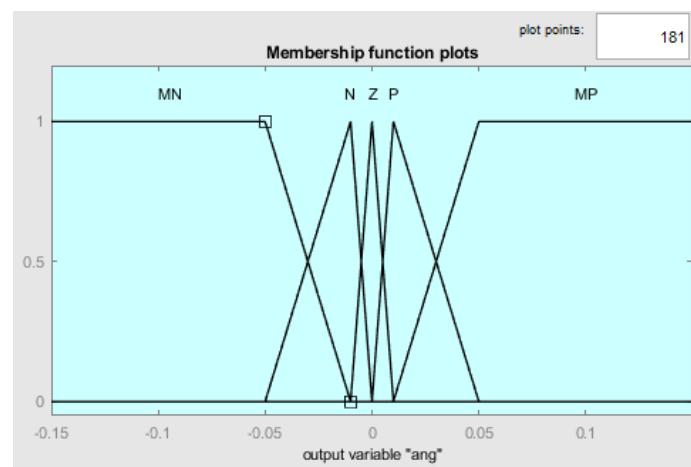


Fig. 18. Conjuntos borrosos de la variable de salida "ang".

Gracias a todo ello, se han obtenido los resultados mostrados en las Figuras 14 y 15, donde se muestran las características obtenidas al controlar la Monza para el nivel de complejidad más difícil (los carriles parabólicos mostrados se muestran de guía, ya que su posición está variando constantemente a lo largo del tiempo).

La reconstrucción de tales resultados se puede observar en las siguientes páginas de YouTube, donde se ha colgado el proceso para los diferentes niveles de la Monza:

- Nivel 1. <https://www.youtube.com/watch?v=H-8b9CnbbZQ>
- Nivel 2. https://www.youtube.com/watch?v=vAR_TquSjmo
- Nivel 3. <https://www.youtube.com/watch?v=ZtIX5FuURYc>
- Nivel 4. <https://www.youtube.com/watch?v=HlfWMSC2ijM>

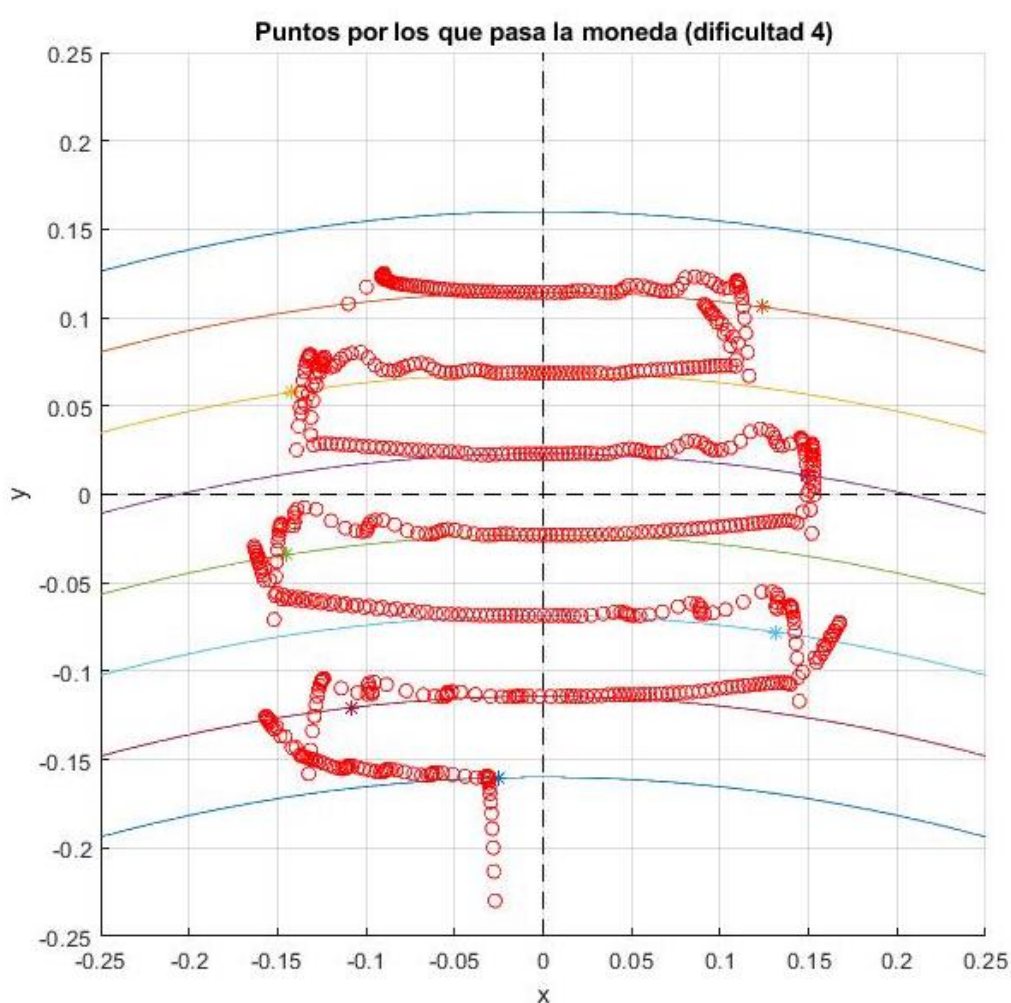


Fig. 15. Posiciones por las que pasa la moneda para la simulación del modelo desarrollado del juego de la Monza de dificultad 4 (los carriles representados con parábolas son orientativos, ya que su posición varía). La moneda finalmente cae por el agujero que indica que se ha completado el juego.

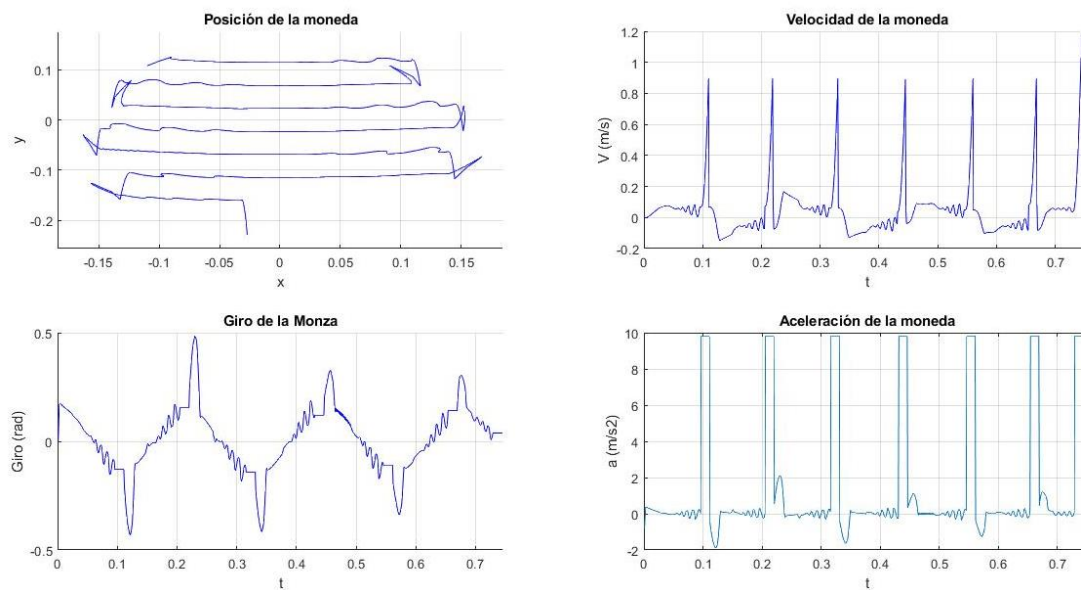


Fig. 16. Posiciones, ángulos de giro de la Monza, velocidades y aceleraciones adoptadas por la moneda en la simulación del modelo de dificultad 4. Los picos en los ángulos se deben a la corrección de la posición cuando la moneda cae a un determinado carril. Los picos en las velocidades y aceleraciones se deben a los momentos en los que la moneda se encuentra cayendo al siguiente carril.

Una vez que se ha conseguido controlar el modelo propio realizado, el siguiente paso es controlar la caja negra que simula la maqueta a la perfección.

La ventaja principal del controlador desarrollado es que es único, es decir, es válido para todas las dificultades de la Monza, funcionando de una manera extraordinaria, como se puede observar en los videos.

4.2. CONTROL DE LA CAJA NEGRA

Para la comprobación del controlador en el simulador suministrado se ha tenido que acondicionar su entorno, ya que el controlador requiere de determinadas entradas que el simulador no aporta directamente.

En primer lugar, se ha desarrollado un bloque en Simulink, denominado “Inclinación” que utiliza las siguientes variables:

- Posición de la moneda, es decir, la posición en ‘x’ e ‘y’ que nos aporta el simulador.
- Nivel de dificultad. Servirá para establecer los puntos de caída de la moneda al siguiente nivel, a través de una base de datos donde se almacenan todos los puntos para los diferentes niveles.
- Altura de la moneda, es decir, el nivel en el que se encuentra físicamente según el carril.
- Ángulo de giro de la Monza. Quedará determinado por el controlador.
- Velocidad de la moneda, es decir, las componentes ‘x’ e ‘y’ de la velocidad que nos aporta el simulador.

- Caída de la moneda. Variable que especifica si la moneda está cayendo desde un nivel al siguiente.

El funcionamiento de este bloque (bloque “Inclinación” de la *Figura 17*) es el siguiente:

- En primer lugar, se calcula la posición de los puntos en los que la moneda cae al siguiente carril, dependiendo de si la Monza se encuentra girada o no.
- Después, se calcula la ecuación de la parábola que describe al carril en el que se encuentra la moneda.
- Con dicha ecuación se calcula su valor respecto a la posición de la moneda, con el objetivo de saber si la moneda se encuentra sobre el carril o, por el contrario, se encuentra en otro carril.
- Se calcula la derivada de la parábola en la posición de la moneda, para conocer la inclinación de caída dicho punto.
- Se comprueba si la moneda está cayendo al siguiente nivel. Para esto existen tres métodos:
 - Comprobar que la ecuación de la parábola, donde se supone que está la moneda, en la posición ‘x,y’ baja por debajo de un umbral. Esto significa que la moneda se encuentra por debajo de la parábola definida y por tanto la moneda está en el carril inferior.
 - Comprobar que la velocidad ‘Vy’ baja por debajo de un umbral. Esto significa que la moneda está descendiendo a una velocidad elevada y por tanto está cayendo al siguiente carril.
 - Comprobar que la posición de la moneda supera, en su componente ‘x’, la posición donde se encuentra el punto de caída de la moneda.

La elección entre un método u otro depende de los resultados aportados. El primer método teóricamente es muy válido, sin embargo, como los carriles en la Monza real no son exactos, provocaría errores. El segundo método aporta muy buenos resultados, al igual que el tercero. El método implementado finalmente será el segundo.

- Cuando la moneda está cayendo al siguiente nivel, se cambia el nivel en los cálculos y se empieza a tratar con los nuevos valores.
- Por último, dependiendo de donde se encuentre la caída de la moneda, se calculan las variables de distancia entre la posición de la moneda y la posición del punto de caída al siguiente carril, la velocidad de la moneda y la inclinación del punto (según se explicó en el apartado anterior).

Las salidas de este bloque se realimentan al mismo para los posteriores cálculos, o bien se envía al controlador, pasando previamente por el bloque denominado “Llamada” (*Figura 17*). Este bloque genera unas salidas u otras dependiendo de si la moneda se está moviendo por un carril o por el contrario se encuentra cayendo al siguiente carril.

Las salidas de este bloque funcionan como entradas del controlador Fuzzy generado. El controlador genera la salida oportuna, es decir, el incremento en el ángulo. Este

incremento, junto al ángulo actual de la Monza y demás variables, se introduce en un bloque denominado “Giro_Monza” (Figura 17) que realiza la siguiente lógica:

- Dependiendo de donde se encuentre la caída del carril el incremento será positivo o negativo.
- Si la moneda se encuentra cayendo al siguiente nivel el ángulo de la Monza permanecerá constante.
- Si el ángulo en el que se encuentra la Monza supera un valor máximo, se establece este valor como ángulo.

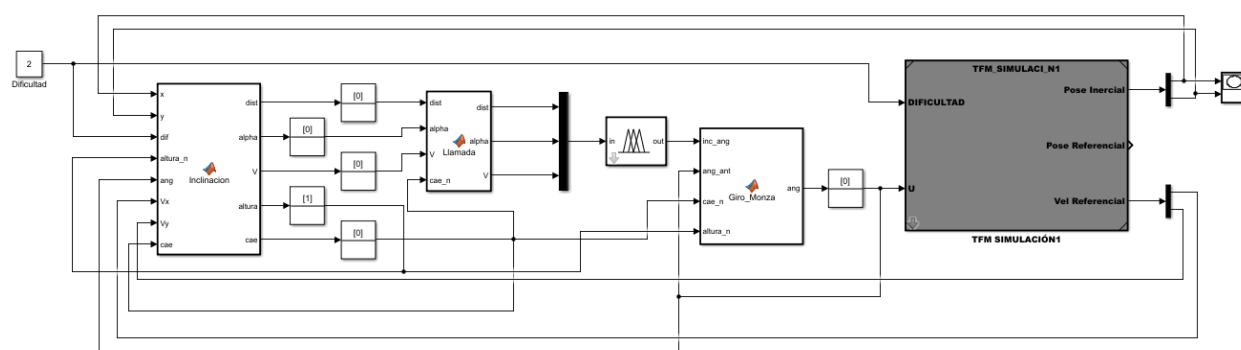


Fig. 17. Diagrama de bloques en Simulink para el control de la Monza. Se aprecian los tres bloques de lógica descritos, el controlador borroso y la caja negra que describe el modelo de comportamiento de la Monza.

Los resultados, modificando algunos rangos de los conjuntos borrosos, se pueden observar en los siguientes videos, donde se aprecian los diferentes niveles de dificultad:

- Nivel 1. <https://www.youtube.com/watch?v=K7kUgsXoc24>
- Nivel 2. <https://www.youtube.com/watch?v=Q51ZtHH4raE>
- Nivel 3. <https://www.youtube.com/watch?v=D9ayGegExcs>
- Nivel 4. https://www.youtube.com/watch?v=X_kviuxxZ-g

Para cada nivel se ha desarrollado un controlador, con los parámetros ajustados a cada dificultad. Para los niveles más sencillos se ha buscado, sobre todo, velocidad. Para los niveles más complejos se ha buscado estabilidad y velocidades reducidas.

El próximo paso, y el último, es comprobar el funcionamiento del controlador en la maqueta real. Si el controlador es capaz de mover la moneda por los carriles, consiguiendo los mismos objetivos, se verificará que el controlador es funcional y apto para la aplicación para la que ha sido desarrollado.

Referencias

- [1] «Directriz,» Varsity Tutors, 2007-2019. [En línea]. Available: https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/spanish/topics/directrix. [Último acceso: 4 1 2019].
- [2] «Linealización,» Wikipedia, 2016. [En línea]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/Linealizaci%C3%B3n>. [Último acceso: 9 1 2019].
- [3] S. Domínguez, Control Fuzzy, Madrid: UPM, 2018.
- [4] F. Matía, Lógica Borrosa, Madrid: UPM, 2018.
- [5] «Control Adaptativo y sus Aplicaciones en la Industria,» Noticias Embention, 16 3 2018. [En línea]. Available: <https://www.embention.com/es/news/control-adaptativo-y-sus-aplicaciones/>. [Último acceso: 9 1 2019].
- [6] S. Domínguez, Control Adaptativo, Madrid: UPM, 2018.
- [7] «Red Neuronal Artificial,» Wikipedia, 27 2 2017. [En línea]. Available: https://es.wikipedia.org/wiki/Red_neuronal_artificial. [Último acceso: 9 1 2019].
- [8] S. Domínguez, Neurocontrol, Madrid: UPM, 2018.