

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

SEMESTRE 2018 – I

CURSO: ECONOMETRÍA INTERMEDIA

MÓDULO 4: Series de Tiempo

PROFESOR: JORGE RODAS

JEFE DE PRÁCTICA: MARTÍN VILLARÁN SALA / CARLOS RODRIGUEZ

---

## PRÁCTICA DIRIGIDA 2

### 4) Aplicación en Eviews de los Test de raíz unitaria

Genere cuatro procesos  $AR(1)$  con constante y tendencia lineal. Todos deben tener la misma constante y tendencia lineal, pero diferente coeficiente (diferentes a 1, pero muy cercanos a 1). A cada una de las series se le debe aplicar por lo menos cuatro tests de raíz unitaria para demostrar que son estacionarios.

El objetivo es discutir sobre los problemas de potencia (que los test tienden a no rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria cuando el coeficiente del  $AR(1)$  es muy cercano a 1) que se presentan en los test de raíz unitaria a través de la simulación de series estacionarias y la aplicación de diferentes test de raíz unitaria.

#### Solución:

Para resolver esta pregunta, empezaremos explicando en qué consiste el problema de baja potencia en los test convencionales de raíz unitaria (ADF y PP, por ejemplo). Luego se presentan las 4 series simuladas, las cuales tienen los mismos componentes determinísticos (un intercepto y una tendencia lineal), pero difieren en el grado del componente autorregresivo. Por último, se realizan simulaciones de Montecarlo para calcular empíricamente la potencia del test ADF, para diferentes valores del coeficiente autorregresivo, y para diferentes tamaños de la muestra ( $T=25, 50, 100, 200$ )

## a) Discusión del problema de baja Potencia en los test de R.U

Los dos problemas principales que presentan los test de raíz unitaria son (1) baja potencia, (2) tamaño distorsionado. A continuación se explica en qué consiste cada uno de ellos, poniendo énfasis en el problema de la baja potencia.

En la prueba de hipótesis clásica, se especifican las hipótesis nula y alternativa, las dos conclusiones competitivas que se pueden inferir a partir de los datos. A continuación se examinan los datos, para ver si podemos ser capaces de rechazar la hipótesis nula y en consecuencia encontrar evidencia a favor de la hipótesis alternativa. Por lo general nos interesa rechazar la hipótesis nula, de modo que, para estar seguros, necesitamos tener plena confianza de que es incorrecta, antes de rechazarla. Para ello, se utilizan niveles de significancia tales como 90% o 95%. Esto quiere decir que al usar los datos nos sentimos confiados en más de 90% (o 95%) de que la hipótesis nula está equivocada.

En ese sentido, se pueden cometer dos tipos de errores: podríamos rechazar en forma incorrecta una hipótesis nula verdadera (**error tipo I**) o podríamos aceptar una hipótesis nula siendo falsa (**error de tipo II**).

- El tamaño de la prueba es la probabilidad de cometer un error tipo I, que sería el nivel de significancia escogido, por ejemplo 5%. El tamaño resulta distorsionado si la probabilidad verdadera no es la que uno piensa estar probando. Esto ocurrirá si la distribución verdadera del estadístico de prueba es diferente de la que uno está usando.
- La **potencia de un test** está dada por la probabilidad de rechazar una hipótesis nula falsa, es decir, uno menos la probabilidad de cometer un error tipo II.

En algunos casos, las pruebas de raíz unitaria tienen muy bajo poder. Cuando se realizan pruebas de raíz unitaria, la hipótesis nula normalmente es que la variable tiene raíz unitaria. En resumen, la baja potencia de las pruebas de raíz unitaria, significa que en ocasiones somos incapaces de rechazar la hipótesis nula, concluyendo en forma equivocada que la variable tiene raíz unitaria.

En general, los test ADF y PP presentan baja potencia cuando el coeficiente autorregresivo es  $I(0)$  pero es tan alto que está cerca de ser  $I(1)$ . Es decir, estos test de R.U no pueden distinguir muy bien un proceso estacionario, pero altamente persistente, de un proceso no estacionario. Asimismo, la potencia de estos test disminuye a medida que se incluyen más componentes determinísticos a la regresión. Es decir, un test que incluya una constante y una tendencia en la regresión de prueba, tendrá menor potencia que un test que solo incluya una constante en la regresión de prueba. Para solucionar los problemas de potencia, se propuso el Marco Teórico Local a la Unidad

(Phillips 1989). Esta metodología fue recogida por ERS (1996) quienes desarrollaron un test óptimo en un punto, para solucionar el problema de la baja potencia en los test de R.U

## b. Simulación de las Series y análisis de ACF, PACF y Estacionariedad

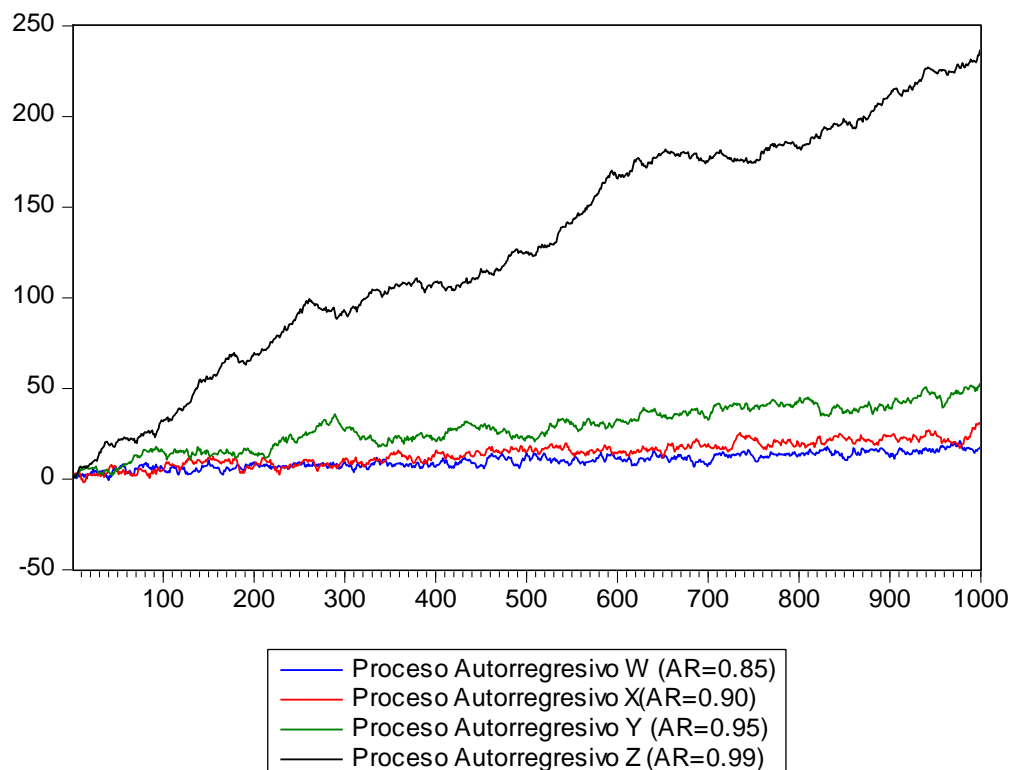
En general cada una de las series simuladas es de la siguiente forma:

$$Y_t = 0.5 + 0.002@trend + \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde lo único que cambia entre una serie y otra es el valor del coeficiente autorregresivo  $\phi$  ( $\phi = 0.85, 0.90, 0.95, 0.99$ ). Es decir, por construcción estamos forzando a que todas las series sean Estacionarias, aunque altamente persistentes. Dado que por construcción las series son estacionarias, los test de R.U deberían rechazar la hipótesis nula.

A continuación presentamos los gráficos de una realización de cada una de las series simuladas, a las cuales denotamos Serie W, Serie X, Serie Y, y por último Serie Z.

**Gráfico con las cuatro series simuladas**





Podemos ver que las series presentan inercia, y no presentan una clara reversión a la media, sobretodo la series Y y la serie Z, quienes son las que presentan un mayor coeficiente autorregresivo. A primera vista, se podría decir que la serie Z es una serie I(1), sin embargo, como se comprobará más adelante con los test de R.U, se trata de una serie estacionaria. Dicha serie presenta una tendencia determinística y no una tendencia estocástica.

## Correlogramas

Como podemos ver a continuación, el correlograma muestra indicios del alto nivel de persistencia del componente autorregresivo de las series simuladas. Como se puede ver, la función de autocorrelación se sale de las bandas de confianza, y es estadísticamente significativo. Una serie simulada con un parámetro autorregresivo estacionario, digamos  $\phi = 0.5$ , mostraría una función de autocorrelacion que decae más rápidamente.

Por otro lado, la función de autocorrelacion parcial nos da el orden del proceso AR(p); en este caso, es fácil ver que nos encontramos en el contexto de un AR(1).

### Correlograma de la serie W

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.963	0.963	930.93	0.000
		2	0.935	0.096	1808.7	0.000
		3	0.908	0.015	2637.1	0.000
		4	0.884	0.037	3423.2	0.000
		5	0.866	0.078	4178.1	0.000
		6	0.850	0.043	4906.1	0.000
		7	0.841	0.105	5619.2	0.000
		8	0.832	0.038	6318.3	0.000
		9	0.821	-0.017	6999.2	0.000
		10	0.809	0.011	7662.3	0.000
		11	0.802	0.071	8313.7	0.000
		12	0.794	0.014	8952.4	0.000
		13	0.781	-0.044	9572.3	0.000
		14	0.772	0.039	10179.	0.000
		15	0.762	-0.012	10769.	0.000
		16	0.752	0.010	11346.	0.000
		17	0.744	0.028	11910.	0.000
		18	0.741	0.077	12470.	0.000
		19	0.736	-0.005	13024.	0.000
		20	0.735	0.057	13576.	0.000
		21	0.732	0.016	14124.	0.000
		22	0.729	0.010	14669.	0.000
		23	0.725	0.005	15209.	0.000
		24	0.719	-0.006	15740.	0.000
		25	0.714	0.015	16264.	0.000
		26	0.713	0.066	16787.	0.000
		27	0.711	0.008	17307.	0.000
		28	0.710	0.022	17826.	0.000
		29	0.708	0.005	18344.	0.000
		30	0.705	-0.000	18858.	0.000
		31	0.700	-0.024	19365.	0.000
		32	0.694	-0.008	19864.	0.000
		33	0.689	0.004	20356.	0.000
		34	0.686	0.033	20843.	0.000
		35	0.686	0.061	21332.	0.000
		36	0.682	-0.040	21815.	0.000

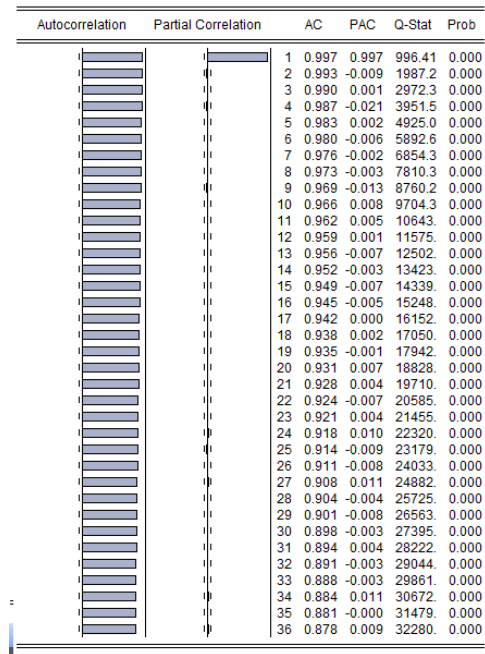
## Correlograma de la serie X

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob	
			1	0.982	0.982	966.42	0.000
			2	0.964	0.013	1899.5	0.000
			3	0.950	0.088	2806.4	0.000
			4	0.936	0.010	3688.5	0.000
			5	0.922	-0.019	4544.5	0.000
			6	0.910	0.067	5379.6	0.000
			7	0.899	0.021	6195.8	0.000
			8	0.889	0.015	6993.7	0.000
			9	0.879	0.033	7775.4	0.000
			10	0.870	-0.009	8540.7	0.000
			11	0.860	0.009	9289.9	0.000
			12	0.850	-0.021	10022.	0.000
			13	0.840	0.025	10739.	0.000
			14	0.832	0.018	11441.	0.000
			15	0.823	-0.001	12130.	0.000
			16	0.816	0.053	12808.	0.000
			17	0.810	0.022	13476.	0.000
			18	0.805	0.040	14136.	0.000
			19	0.799	0.002	14789.	0.000
			20	0.794	0.001	15432.	0.000
			21	0.788	0.003	16068.	0.000
			22	0.783	0.017	16695.	0.000
			23	0.778	0.030	17317.	0.000
			24	0.774	0.007	17931.	0.000
			25	0.769	-0.003	18539.	0.000
			26	0.764	-0.002	19139.	0.000
			27	0.760	0.018	19734.	0.000
			28	0.755	-0.005	20321.	0.000
			29	0.752	0.041	20904.	0.000
			30	0.747	-0.028	21481.	0.000
			31	0.744	0.052	22053.	0.000
			32	0.742	0.028	22623.	0.000
			33	0.740	0.013	23189.	0.000
			34	0.736	-0.023	23751.	0.000
			35	0.733	0.008	24309.	0.000
			36	0.730	0.016	24863.	0.000

## Correlograma de la serie Y

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.991	0.991	984.79	0.000
		2	0.982	0.008	1953.0	0.000
		3	0.974	0.030	2905.8	0.000
		4	0.966	0.017	3844.3	0.000
		5	0.958	0.002	4768.5	0.000
		6	0.950	0.006	5678.9	0.000
		7	0.943	0.017	6576.3	0.000
		8	0.936	0.032	7461.9	0.000
		9	0.931	0.069	8338.1	0.000
		10	0.926	0.053	9206.8	0.000
		11	0.922	0.030	10069.	0.000
		12	0.918	-0.000	10924.	0.000
		13	0.914	0.033	11773.	0.000
		14	0.911	0.034	12616.	0.000
		15	0.908	-0.013	13455.	0.000
		16	0.904	0.008	14287.	0.000
		17	0.900	-0.019	15113.	0.000
		18	0.896	0.018	15932.	0.000
		19	0.893	0.031	16746.	0.000
		20	0.890	0.025	17556.	0.000
		21	0.886	0.007	18360.	0.000
		22	0.883	0.003	19159.	0.000
		23	0.880	0.001	19953.	0.000
		24	0.877	0.014	20743.	0.000
		25	0.874	-0.009	21528.	0.000
		26	0.870	-0.013	22307.	0.000
		27	0.866	-0.036	23080.	0.000
		28	0.862	0.005	23846.	0.000
		29	0.858	-0.012	24605.	0.000
		30	0.853	-0.046	25356.	0.000
		31	0.847	-0.022	26098.	0.000
		32	0.842	-0.018	26831.	0.000
		33	0.836	-0.010	27555.	0.000
		34	0.830	0.000	28270.	0.000
		35	0.825	0.002	28978.	0.000
		36	0.821	0.017	29677.	0.000

## Correlograma de la serie Z



A continuación se realizan 4 test de raíz unitaria para cada una realización de cada una de las series simuladas. Los test aplicados a la serie son el test ADF, el test Phillips-Perron (PP), el test ADF-GLS de ERS (1996) y el test KPSS. Particularmente, los test que presentan mayores problemas de potencia son el test ADF y el test PP.

### I. Test de R.U de la serie W

#### a. TEST ADF

Null Hypothesis: W1 has a unit root  
 Exogenous: Constant, Linear Trend  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-9.067926	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.967261	
5% level	-3.414318	
10% level	-3.129280	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

## b. TEST PP

Null Hypothesis: W1 has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Bandwidth: 4 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-9.089618	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.967261	
5% level	-3.414318	
10% level	-3.129280	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	1.151514
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	1.157995

## c. Test ERS-DF GLS (1996)

Null Hypothesis: W1 has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

	t-Statistic
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic	-7.565108
Test critical values:	
1% level	-3.480000
5% level	-2.890000
10% level	-2.570000

\*Elliott-Rothenberg-Stock (1996, Table 1)

## d. TEST KPSS

Null Hypothesis: W1 is stationary  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Bandwidth: 21 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.087347
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.216000
5% level	0.146000
10% level	0.119000

\*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	4.085903
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	32.70386

## **II. Test de R.U de la serie X**

### **a. TEST ADF**

Null Hypothesis: X1 has a unit root  
 Exogenous: Constant, Linear Trend  
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.955481	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.967261	
5% level	-3.414318	
10% level	-3.129280	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

### **b. TEST PP**

Null Hypothesis: X1 has a unit root  
 Exogenous: Constant, Linear Trend  
 Bandwidth: 1 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-7.965198	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.967261	
5% level	-3.414318	
10% level	-3.129280	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	1.018433
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	1.021352



### c. Test ERS-DF GLS (1996)

Null Hypothesis: X1 has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

		t-Statistic
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic		-5.512034
Test critical values:	1% level	-3.480000
	5% level	-2.890000
	10% level	-2.570000

\*Elliott-Rothenberg-Stock (1996, Table 1)

### d. TEST KPSS

Null Hypothesis: X1 is stationary  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Bandwidth: 22 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

		LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic		0.143604
Asymptotic critical values*:	1% level	0.216000
	5% level	0.146000
	10% level	0.119000

\*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	4.679469
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	44.48699

## III. Test de R.U de la serie Y

### a. Test ADF

Null Hypothesis: Y1 has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

		t-Statistic	Prob.*
<b>Augmented Dickey-Fuller</b> test statistic		-6.412175	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.967261	
	5% level	-3.414318	
	10% level	-3.129280	

## b. Test PP

Null Hypothesis: Y1 has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Bandwidth: 8 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-6.571354	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.967261	
5% level	-3.414318	
10% level	-3.129280	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	1.013154
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	1.081122

## c. Test ERS-DF GLS (1996)

Null Hypothesis: Y1 has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

	t-Statistic
Elliott-Rothenberg-Stock DF-GLS test statistic	-2.834144
Test critical values: 1% level	-3.480000
5% level	-2.890000
10% level	-2.570000

\*Elliott-Rothenberg-Stock (1996, Table 1)

## IV. Test de R.U de la serie Z

### a. Test ADF

Null Hypothesis: Z1 has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.300179	0.0032
Test critical values:		
1% level	-3.967261	
5% level	-3.414318	
10% level	-3.129280	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

### b. Test PP

Null Hypothesis: Z1 has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Bandwidth: 5 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-4.283084	0.0034
Test critical values:		
1% level	-3.967261	
5% level	-3.414318	
10% level	-3.129280	

\*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	0.952541
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.936195

### c. Test ERS-DF GLS (1996)

Null Hypothesis: Z1 has a unit root  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=21)

		t-Statistic
Elliott-Rootenber-Stock DF-GLS test statistic		-1.312359
Test critical values:	1% level	-3.480000
	5% level	-2.890000
	10% level	-2.570000

\*Elliott-Rootenber-Stock (1996, Table 1)

### d. Test KPSS

Null Hypothesis: Z1 is stationary  
Exogenous: Constant, Linear Trend  
Bandwidth: 24 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

		LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic		0.220218
Asymptotic critical values*:	1% level	0.216000
	5% level	0.146000
	10% level	0.119000

\*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	24.02134
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	479.5279

### c) SIMULACION DE MONTECARLO PARA CALCULAR LA POTENCIA DEL TEST ADF

Para poder comprobar empíricamente que los teste de raiz unitaria presentan el problema de baja potencia, realizamos a continuación simulaciones de Montecarlo. En particular, elegimos calcular la potencia del test ADF pues diversos estudios, como por ejemplo Schwert (1989)<sup>1</sup>, han demostrado mediante estudios de Montecarlo que dicho test presenta serios problemas de potencia y distorsión de tamaño.

Para cada serie simulada, es el valor del coeficiente autorregresivo  $\phi$  puede tomar los siguientes valores ( $\phi = 0.85, 0.90, 0.95, 0.99$ ).

Como sabemos, la potencia de un test estadístico se define como:

$$\text{Potencia} = \Pr(H_0 \text{ sea rechazada} | H_0 \text{ es falsa}) = \Pr(H_0 \text{ sea rechazada} | \phi = \phi_1 < 1)$$

La siguiente tabla puede ayudarnos a ver cuándo es que ocurre el error de tipo II:

	$H_0$ es verdadero $\phi = 1$	$H_1$ es verdadero $\phi = \phi_1 < 1$
No se rechaza la $H_0$	Conclusión correcta	Error Tipo II
Se rechaza la $H_0$	Error Tipo I	Conclusión correcta

En particular, la potencia del test ADF a un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$  es igual a:

$$\text{Potencia} = \Pr(t_T < k_T^{0.05} | \phi < 1)$$

$$\text{Potencia} = 1 - \Pr(t_T > k_T^{0.05} | \phi < 1)$$

Cabe señalar también que la potencia de un test estadístico depende del tamaño de la muestra. En ese sentido, para aumentar la potencia de un test, una posible alternativa

---

<sup>1</sup> Schwert (1989)<sup>1</sup>. "**Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation**," Journal of Business & Economic Statistics, American Statistical Association, vol. 7(2)

es incrementar el tamaño de la muestra, para ello utilizaremos distintos tamaños de muestra  $T = 25, 50, 100$  y  $200$ .

A continuación se presenta la tabla que resume las simulaciones de Montecarlo realizadas, y donde se puede apreciar la potencia del test ADF para diferentes tamaños de muestra, y diferentes valores del coeficiente autorregresivo  $\phi$ , los cuales son bastante cercanos a 1.

**Potencia del Test ADF para una muestra de tamaño  $T$  y nivel de significancia**

$$\alpha = 0.05$$

$\phi$	<b>T=200</b>	<b>T=100</b>	<b>T=50</b>	<b>T=25</b>
0.85	1.00	1.00	1.00	1.00
0.90	1.00	1.00	1.00	1.00
0.95	1.00	1.00	1.00	1.00
0.99	0.255	0.25	0.22	0.20

Como se mencionó anteriormente, el test ADF presenta baja potencia cuando el coeficiente autorregresivo es  $I(0)$  pero es tan alto que está cerca de ser  $I(1)$ . Es decir, este test no puede distinguir muy bien un proceso estacionario, pero altamente persistente, de un proceso no estacionario.

Como se puede apreciar en la tabla anterior, el test ADF presenta una potencia bastante baja (0.20) cuando el coeficiente  $\phi$  es igual a 0,99. Sin embargo, podemos ver que a medida que el tamaño de muestra aumenta, la potencia del test ADF cuando  $\phi = 0.99$  comienza a incrementarse, aunque de manera pequeña. Cabe señalar que la potencia de un test estadístico, como el ADF, también depende del número de componentes determinísticos que presente el modelo. Nuestras series simuladas tienen un intercepto y una tendencia lineal, lo cual podrían estar causando también que la potencia del test ADF sea aún menor.