

Donde r representa la referencia, u representa la señal de control, y_p representa la salida de la planta la cuál es además la variable de control, y_H representa la salida del sensor mientras que \hat{y}_p representa la salida estimada de la planta. La única variable que no es medible es y_p . Como ésta se necesita para controlar el

sistema, debe ser estimada a partir de las medidas de y_H y u .

Sin embargo, dado que los parámetros de la planta y del sensor no son conocidos inicialmente. La idea es estimar de manera conjunta dichos parámetros y a partir de ellos calcular la salida estimada.

Formulemos las ecuaciones empleadas en este problema. Consideremos primero el sistema lineal e invariante en el tiempo empleado en los problemas tradicionales de estimación multimodelo donde solo se tiene en cuenta la incertidumbre en los parámetros de la planta. Estos sistemas son habitualmente descritos mediante:

$$\begin{aligned} y_P &= W_P(s) \cdot u = k_P \frac{Z_P(s)}{R_P(s)} \cdot u \\ y_H &= W_H(s) \cdot y_P = 1 \cdot y_P \end{aligned} \quad (1)$$

Donde $k_P \in \Re$ es distinto de cero y de signo conocido, $R_P(s)$ y $Z_P(s)$ son polinomios coprimos de grado n_P , m_P respectivamente con coeficientes desconocidos. Por lo que los valores a identificar serán k_P y los $n_P + m_P$ coeficientes., que juntos formaran el vector de parámetros p .

Como el sensor es conocido, se considera sin pérdida de generalidad que $W_P = 1$ por lo que la salida de la planta y del sensor coinciden.

Asumiendo que los parámetros de la planta a identificar p están contenidos en un conjunto S_P , se definen N modelos $M_{j=1}^N$ mediante:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{Pj} &= \hat{W}_{Pj}(s) \cdot u = \hat{k}_{Pj} \frac{\hat{Z}_{Pj}(s)}{\hat{R}_{Pj}(s)} \cdot u \\ \hat{y}_{Hj} &= \hat{W}_{Hj}(s) \cdot \hat{y}_{Pj} = 1 \cdot \hat{y}_{Pj} \end{aligned} \quad (2)$$

Cada uno de ellos con un vector de parámetros \hat{p}_i . Con la misma estructura que p pero con valores uniformemente distribuidos sobre S_P , de tal manera que el modelo que mejor represente a la planta a identificar será aquel cuyos parámetros \hat{p}_i sean lo más parecidos a p .

El esquema de identificación multimodelo se muestra en la Fig. 2. Cada uno de los modelos compara su salida estimada con la salida real de la planta. Se selecciona como el modelo que mejor identifica a la planta aquel que minimiza la siguiente función de costes:

$$\begin{aligned} J_j(t) &= \alpha e_j^2(t) + \beta \int_0^t e^{-\lambda(k-\tau)} e_j^2(\tau) d\tau \\ \alpha &\geq 0; \beta, \lambda > 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Donde $e = y_P - \hat{y}_{Pj}$. Si el número de modelos empleados es lo suficientemente amplio, se puede asegurar aún con la presencia de ruido blanco, que el modelo M_j que minimiza (3) es aquel cuyos parámetros $\hat{p}_j \rightarrow p_j$.

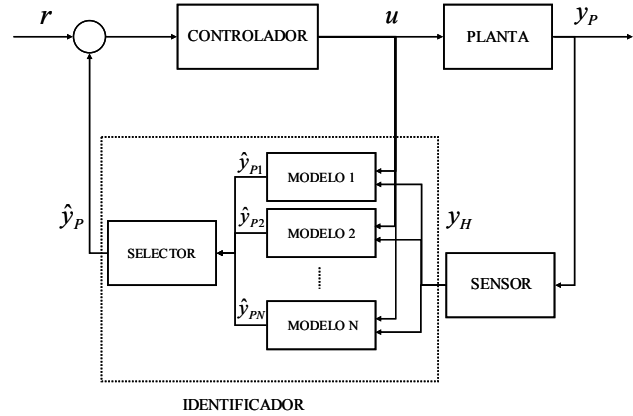


Fig. 2. Esquema de identificación multimodelo.

Ahora, añadamos a nuestra planta incierta un sensor de parámetros desconocidos por lo que (1) se convierte en:

$$\begin{aligned} y_P &= W_P(s) \cdot u = k_P \frac{Z_P(s)}{R_P(s)} \cdot u \\ y_H &= W_H(s) \cdot y_P = k_H \frac{Z_H(s)}{R_H(s)} \cdot y_P \end{aligned} \quad (4)$$

Donde $k_P, k_H \in \Re$ son distintos de cero y de signo conocido, $R_P(s), R_H(s), Z_P(s)$ y $Z_H(s)$ son polinomios coprimos de grado n_P, n_H, m_P , y m_H respectivamente con coeficientes desconocidos. En este los vectores de parámetros a identificar son p y h . Donde p contiene a k_P y los $n_P + m_P$ coeficientes de la planta y h contiene a k_H y los $n_H + m_H$ coeficientes del sensor.

Como la salida de la planta y_P , no es accesible. Tan sólo la señal de control u y la salida del sensor y_H pueden ser empleadas en la identificación de p y h . Posteriormente, se emplearan dichos parámetros para calcular \hat{y}_P , que es la variable que se emplea durante el control.

Ahora los N modelos de identificación $M_{j=1}^N$ empleados tienen la forma:

$$\hat{y}_{Hj} = \hat{W}_{Tj}(s) \cdot u = \hat{k}_T \frac{\hat{Z}_T(s)}{\hat{R}_T(s)} \cdot u \quad (5)$$

Empleando la función de costes (3) con $e = y_H - \hat{y}_{Hj}$ obtendríamos el modelo \hat{W}_{Tj} . Cuyo vector de parámetros identificado es t_j que contiene los $2 + n_p + m_p + n_H + m_H$ parámetros que definen el sistema a identificar. El problema reside en que no se puede discernir de entre los parámetros de t_j cuáles son los $1 + n_p + m_p$ pertenecientes a la planta y cuáles son los $1 + n_H + m_H$ pertenecientes al sensor.

Como los parámetros del sensor no son conocidos, no se pueden emplear para estimar la salida de la planta, mediante las medidas del sensor.

III. ALGORITMO SUPERVISOR.

La idea es que un algoritmo supervisor, combine la información de varios sensores inciertos para determinar de manera única los parámetros de la planta y de los sensores empleados.

Sen dos sensores definidos por:

$$y_{H1} = W_{H1}(s) \cdot y_P = k_{H1} \frac{Z_{H1}(s)}{R_{H1}(s)} \cdot y_P$$

$$y_{H2} = W_{H2}(s) \cdot y_P = k_{H2} \frac{Z_{H2}(s)}{R_{H2}(s)} \cdot y_P \quad (6)$$

Donde $k_{H1}, k_{H2} \in \mathfrak{R}$ son distintos de cero y de signo conocido, $R_{H1}(s), R_{H2}(s), Z_{H1}(s)$ y $Z_{H2}(s)$ son polinomios coprimos de grado n_{H1}, n_{H2}, m_{H1} , y m_{H2} respectivamente con coeficientes desconocidos. Cuyos vectores de parámetros serían. Donde h_1 contiene a k_{H1} y los $n_{H1} + m_{H1}$ coeficientes del sensor 1 y h_2 contiene a k_{H2} y los $n_{H2} + m_{H2}$ coeficientes del sensor 2.

Asumamos a que los sensores inciertos empleados cumplen las siguientes suposiciones.

Suposición 1: La ganancia estática de ambos sensores es conocida, mientras que su dinámica es desconocida. Es decir, los parámetros desconocidos del sensor h_i son los $n_{Hi} + m_{Hi}$, parámetros correspondientes a $R_{Hi}(s)$ y $Z_{Hi}(s) \forall i = \{1, 2\}$.

Suposición 2: La información proveniente del sensor 1 es independiente de la proveniente del sensor 2. De tal manera que:

$$h_1 \cap h_2 = \phi \quad (7)$$

El esquema de identificación propuesto aparece en la Fig. 3. Se combinan dos esquemas de estimación en línea multimodelo, cada uno de ellos tiene como datos de identificación la señal de control y la salida de su correspondiente sensor. De acuerdo a (5) y mediante la minimización de la función de costes (3) el esquema de identificación calcula los siguientes vectores de parámetros:

$$t_1 = (\hat{p} ; \hat{h}_1)$$

$$t_2 = (\hat{p} ; \hat{h}_2) \quad (8)$$

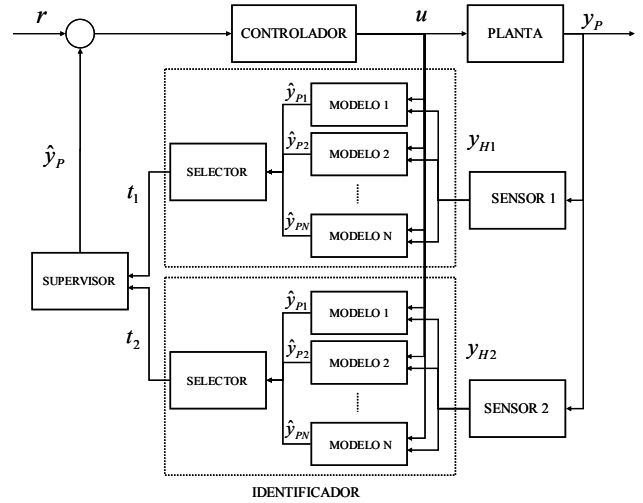


Fig. 3. Esquema de identificación multimodelo mediante dos sensores y supervisor.

Donde en t_1 estarán contenidos los $1 + n_p + m_p$ coeficientes identificados pertenecientes a la planta y los $1 + n_{H1} + m_{H1}$ pertenecientes al sensor 1. Mientras que en t_2 estarán contenidos los $1 + n_p + m_p$ pertenecientes a la planta y los $1 + n_{H2} + m_{H2}$ pertenecientes al sensor 2.

Bajo las suposiciones 1 y 2. El algoritmo supervisor se encarga de determinar el vector de parámetros identificados de la planta \hat{p} como:

$$\hat{p} = t_1 \cap t_2 = (\hat{p} ; \hat{h}_1) \cap (\hat{p} ; \hat{h}_2) = \hat{p} \quad (9)$$

Con lo que se pueden obtener los parámetros identificados correspondientes a cada sensor como:

$$\hat{h}_1 = \hat{p} \cap t_1$$

$$\hat{h}_2 = \hat{p} \cap t_2 \quad (10)$$

Una vez conocidos los parámetros de los sensores inciertos que se están empleando, se puede calcular la salida de la planta mediante la salida del sensor y_{Hi} y

un observador de Luenberger [16] construido con los parámetros del sensor identificados $\hat{h}_i \quad \forall i = \{1,2\}$.

IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN.

Para comprobar el correcto funcionamiento de la algorítmica propuesta, se han realizado las siguientes simulaciones. Se ha considerado el sistema incierto que aparece en al Fig. 4. Dicho ejemplo ha sido tomado de [14] al cuál se le han añadido los dos sensores inciertos, complicando aún más el problema.

El sistema incierto a identificar tiene lo siguientes parámetros:

$$\begin{aligned} W_{P1}(s) &= 1.5 \frac{1}{s^2 + 0.875 \cdot s + 0.25} \\ W_{H1}(s) &= 1 \frac{1}{s^2 + 1.25 \cdot s + 0.5} \\ W_{H2}(s) &= 1 \frac{1}{s^2 + 0.75 \cdot s + 1} \end{aligned} \quad (11)$$

Se considera que $W_P(s)$, $W_{H1}(s)$ y $W_{H2}(s)$ son desconocidas a priori, pero se sabe que sus coeficientes están contenidos en las regiones $S_P(s)$, $S_{H1}(s)$ y $S_{H2}(s)$ respectivamente. Donde:

$$\begin{aligned} S_P &\equiv \left\{ \frac{k_P}{s^2 + a_{P1} \cdot s + a_{P0}} \left| \begin{array}{l} 0.5 \leq k_P \leq 2 \\ 0.5 \leq a_{P1} \leq 2 \\ -2 \leq a_{P0} \leq 1 \end{array} \right. \right\} \\ S_{H1} &\equiv \left\{ \frac{k_{H1}}{s^2 + a_{H1} \cdot s + a_{H1}} \left| \begin{array}{l} k_{H1} = 1 \\ 0.5 \leq a_{H1} \leq 2 \\ -2 \leq a_{H2} \leq 1 \end{array} \right. \right\} \\ S_{H2} &\equiv \left\{ \frac{k_{H2}}{s^2 + a_{H2} \cdot s + a_{H2}} \left| \begin{array}{l} k_{H2} = 1 \\ 0.5 \leq a_{H2} \leq 2 \\ -2 \leq a_{H2} \leq 1 \end{array} \right. \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

Como no puede ser medida directamente, ésta debe ser estimada a partir de las medidas de los sensores. Pero para ello es necesario disponer de los parámetros del sensor. Como tanto los parámetros del sensor como los de la planta son desconocidos a priori, deben ser estimados en línea. Una vez estimados, se puede estimar la salida de la planta empleando cualquiera de los sensores y sus correspondientes parámetros estimados.

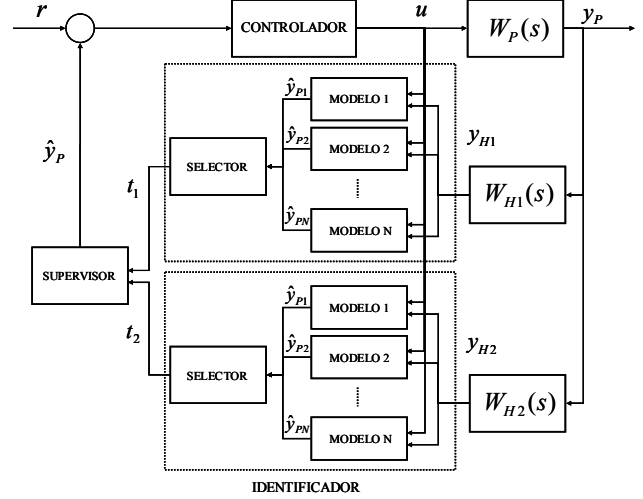


Fig. 4. Esquema de identificación multimodelo mediante dos sensores y supervisor.

De acuerdo (11) el vector de parámetros del sistema respecto del sensor 1 y 2 son:

$$\begin{aligned} t_1 &= (p; h_1) = (1.5, 0.875, 0.25; 1, 1.25, 0.5) \\ t_2 &= (p; h_2) = (1.5, 0.875, 0.25; 1, 0.75, 1) \end{aligned} \quad (13)$$

Como se muestra en la Fig. 4 se coloca un conjunto de $N = 1125$ modelos uniformemente distribuidos en el conjunto $S_P(s) \cup S_{H1}(s)$ y otro conjunto de $N = 1125$ modelos distribuidos en $S_P(s) \cup S_{H2}(s)$. El vector de parámetros que cada conjunto de modelos identifica será:

$$\begin{aligned} \hat{t}_1 &= (\hat{p}; \hat{h}_1) \\ \hat{t}_2 &= (\hat{p}; \hat{h}_2) \end{aligned} \quad (14)$$

En las Fig. 5-6 se muestra la evolución temporal de los parámetros identificados \hat{t}_1 y \hat{t}_2 , comparados con los parámetros reales t_1 y t_2 . En ambos casos se ve como el esquema multimodelo es capaz de calcular con precisión el valor de todos los coeficientes del sistema. En la Fig. 7 se muestra la evolución temporal de la salida de la planta y_P , la acción sobre la planta u y la salida estimada por el algoritmo supervisor \hat{y}_P . El controlador trata de que la salida estimada por el algoritmo supervisor alcance la referencia. Como hasta que el proceso de identificación de los parámetros del sistema no concluya, no se puede estimar la salida de la planta, la acción se mantiene constante a un nivel prefijado, emulando un control en lazo abierto. Una vez que el proceso de identificación finaliza, se comienza a estimar la salida de la planta que rápidamente converge a la referencia. Adicionalmente, comentar que el valor

de la salida estimada \hat{y}_p converge a y_p , ya que los parámetros estimados del sistema \hat{t}_1 y \hat{t}_2 han convergido a t_1 y t_2 respectivamente.

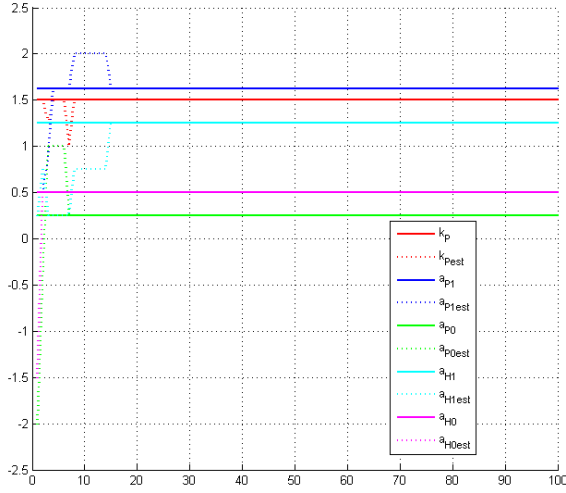


Fig. 5. Evolución temporal del proceso de identificación. En línea discontinua los coeficientes del vector de parámetros identificados \hat{t}_1 . En línea continua los coeficientes del vector de parámetros reales t_1 . Se observa como ha alcanzado la solución en 20 segundos.

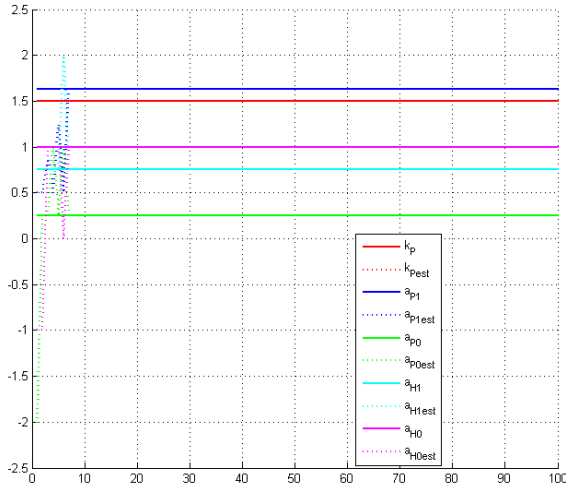


Fig. 6. Evolución temporal del proceso de identificación. En línea discontinua los coeficientes del vector de parámetros identificados \hat{t}_2 . En línea continua los coeficientes del vector de parámetros reales t_2 . Se observa como ha alcanzado la solución en 20 segundos.

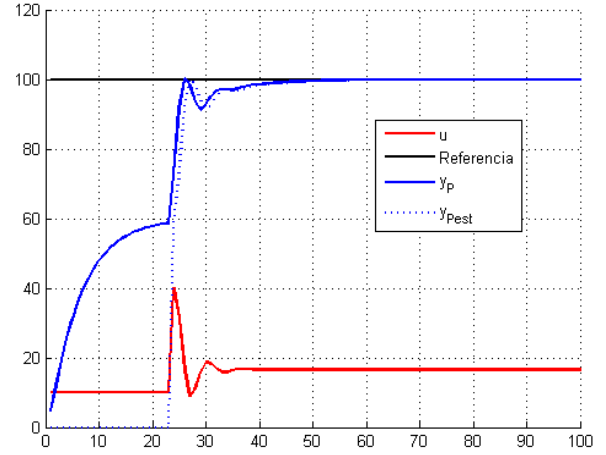


Fig. 7. Evolución temporal del sistema. En línea discontinua azul la salida estimada. En línea continua azul la salida real. En línea continua negra la referencia. En línea continua roja la salida de control.

V. CONCLUSIONES.

En este artículo se ha mostrado una nueva metodología para tratar con sistemas donde los parámetros de la planta y del sensor son desconocidos inicialmente. En este tipo de sistemas la salida de planta no es directamente accesible, por lo que debe ser estimada a partir de las medidas y los parámetros del sensor. Como dichos parámetros son desconocidos, deben ser identificados previamente.

El esquema de identificación, que está basado en las técnicas de estimación multimodelo, combina la información de dos sensores de parámetros desconocidos para, bajo ciertas suposiciones, determinar de manera unívoca los parámetros tanto de la planta como de los dos sensores. Una vez finalizado el proceso de identificación, el algoritmo es capaz de estimar la salida de planta, por lo que el sistema inicial puede ser controlado con precisión.

Para comprobar la eficacia de esta metodología, se han realizado numerosas simulaciones, donde queda manifiesto el correcto funcionamiento de la misma.

REFERENCIAS

- [1] Horowitz I.M., "A synthesis theory for linear time-varying feedback systems with plant uncertainty", IEEE Transactions on Automatic Control, 20(4), pp 454–464, 1975.
- [2] Chait Y, Yaniv O., Multiple-input/single-output computer-aided control design using the quantitative feedback theory, International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 3, pp 47-54, 1993.
- [3] Ali Altowati, Kai Zenger, Teuvo Suntio, "QFT-Based Robust Controller Design for a DC-DC Switching Power Converter", in European Conference on Power Electronics and Applications, pp.1-11, 2007.
- [4] K. Glover and J. C. Doyle, "State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H1-norm bound and relations to risk sensitivity," Syst. Contr. Lett., vol. 11, pp. 167–172, Feb. 1988..

- [5] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, and B. A. Francis, "State space solutions to standard H2 and H1 control problems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 34, pp. 831–847, Aug. 1989.
- [6] R. Naim, G. Weiss, and S. Ben-Yaakov, "H ∞ Control Applied to Boost Power Converters," *IEEE Trans. on Power Electron.*, vol. 12, no. 4, July, 1997, pp. 677–683.
- [7] P. M. Young et al., "Practical computation of the mixed- μ problem," in *Proc. of the American Control Conf.*, Chicago, IL, June 1992, pp. 2190–2194.
- [8] —, "Computing bounds for the mixed- μ problem," *Int. Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 5, pp. 573–590, 1995."
- [9] L. Bako, G. Mercère and S. Lecoeuche. "A Least Squares Approach to the Subspace Identification Problem". *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*.pp. 3281-3286, 2008.
- [10] R. L. Carroll and D. P. Lindorff, "An Adaptive Observer for Single Input Single Output Linear Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 18, pp. 428-435, 1973.
- [11] E. Vahedforough and B. Shafai, "Design of Proportional Integral Adaptive Observers" in *IEEE American Control Conference*, 2008.
- [12] D. Paesa, S. Llorente, C. Sagües and O. Aldana, "Adaptive Observers Applied to Pan Temperature Control of Induction Hobs", *IEEE Transactions on Industry Applications*. (To Appear).
- [13] M. Athans et al., "The stochastic control of the F-8C aircraft using a multiple model adaptive control (MMAC) method—Part I: Equilibrium flight," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-22, pp. 768–780, 1977.
- [14] K. S. Narendra and J. Balakrishnan, "Adaptive Control Using Multiple Models", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 42, pp. 171-187, 1997.
- [15] S. Fekri, M. Athans, and A. Pascoal, "RMMAC: A novel robust adaptive control scheme – Part II: Performance evaluation," in *Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control*, Paradise Island, Bahamas, Dec. 2004.
- [16] D. G. Luenberger, "An introduction to observers," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-16, no. 6, pp. 596-602, Dec. 1971.

saei'09

Resúmenes de las actas del XVI Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación

Editado por:

Andrés Barrado Bautista
Antonio Lázaro Blanco
Clara Marina Sanz García
Pablo Zumel Vaquero
Cristina Fernández Herrero
Emilio Olías Ruíz
Vicente Salas Merino
Isabel Quesada Redondo
M^a Carmen Raga Arroyo

Leganés, 1, 2 y 3 de Julio de 2009

ISBN 978-84-692-2596-7