CONCURSO NACIONAL DE ASTRONOMÍA
Problemas tipo

1) A lo largo del año la distancia entre la Tierra y el Sol varía. Estando en la ciudad de Puebla a mediodía, ¿se siente más calor cuando la Tierra está más cerca del Sol o no? Explica por qué.

2) Una nave especial iba a llevar tres tripulantes con provisiones para 3 semanas. Si al momento de partir el grupo aumenta a cinco tripulantes, ¿Cuántas semanas les durarán las provisiones?

3) La estrella Próxima Centauri está aproximadamente a 4 años luz de distancia de la Tierra. Supongamos que una nave va a viajar a una velocidad de 18 km/s a dicha estrella. Calcula cuántos años le llevará a dicha nave llegar a la estrella Próxima Centauri. Toma el valor de la velocidad de la luz como c=300 000 000 m/s

4) ¿Cuándo no puede ocurrir un eclipse de Luna?

A) En Luna llena

B) En Luna nueva

C) Es independiente de la fase de la Luna Media

5) Estando en el hemisferio Sur, si la duración de la Noche es de 18 horas, estás en una época del año cercana a él:

A) Solsticio de verano

B) Equinoccio de otoño

C) Solsticio de invierno

6) La masa de la Luna es 1/81 de la masa de la Tierra y su radio es 1/4 del radio de la Tierra. Calcula lo que pesará en la superficie de la Luna una persona que tiene una masa de 70 kg.

7) Calcula el periodo de la estación espacial internacional (ISS), sabiendo que gira en una órbita situada a una distancia media de 400 km sobre la superficie de la Tierra.

8) Tanto la Luna como la Tierra giran alrededor de su propio eje. La Luna además, gira en una órbita casi circular alrededor de la Tierra. Sin embargo, desde la Tierra siempre se ve la misma "cara" de la Luna. Menciona, qué condición se tiene que cumplir para que esto ocurra.

9) Otras estrellas sí se observan tanto en invierno como en verano. ¿Dónde es mayor el número de éstas últimas, en Mexicali o en Puebla? ¿Por qué?

10) El planeta tierra posee un satélite natural llamado "Luna", Puesto que la luna se encuentra a una distancia promedio de 384,400 km de la tierra, y tiene un periodo orbital de 27 días, calcule la masa de la tierra.

11) Encierra y menciona las constelaciones que aparecen en esta imagen.

12)Calcula la masa del sol suponiendo que la órbita de la Tierra alrededor del sol es circular con un radio aproximado de 1.5×10^8 km y que el valor de la constante de gravitación universal es $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2.

13) A lo largo del año la distancia entre la Tierra y el Sol varía. Estando en la ciudad de Puebla a mediodía, ¿se siente más calor cuando la Tierra está más cerca del Sol o no? a) Explica por qué. b) Un satélite orbitando sobre el ecuador puede encontrarse siempre sobre un mismo lugar (satélite estacionario). Calcula la altura a la que debe estar un satélite para que esto ocurra.

14) Supongamos que queremos calcular la masa de la Tierra y que conocemos su radio y también la constante de gravitación universal, G. Para lograr nuestro objetivo nos subimos a un edificio cuya altura h medimos con precisión y resulta ser de 11.04m. Desde esa altura soltamos una piedra y esta tarda un tiempo t = 1.5s en caer al suelo. Calcula, con la información anterior, la masa de la Tierra.

15) Supongamos que toda la energía eléctrica recibida por un foco de 100 Watts (100 W) es radiada isotrópicamente como luz en el rango de 400 a 700 nanómetros. El flujo de Vega , una estrella de magnitud cero, es de 3.68×10^{-20} erg/scm^2 Hz y la magnitud aparente de Sirio es de -1.4. Calcula la densidad de flujo (en erg/scm^2 Hz) que se recibe del foco a una distancia de 10m.

16) Vega es la quinta estrella más brillante en el cielo y Antares es la estrella más brillante en la constelación de Escorpión, la magnitud absoluta de esta es -5.46 y su densidad de flujo es 0.44. Determina la distancia a la que se encuentra Antares.

SOLUCIONES

1) Debido a la posición relativa Tierra-Sol y a la inclinación del eje de rotación terrestre, en el momento en que en el hemisferio norte es verano, en el hemisferio sur es invierno. También, si en el hemisferio norte es invierno, en el hemisferio sur es verano. De esta forma, el que haga calor o frío en algún punto de la superficie terrestre no depende de si ambos cuerpos celestes están más alejados o más cercanos, sino de la inclinación del eje terrestre. Cuando la Tierra está más cerca del Sol es en el mes de enero, a una distancia de aproximadamente 147 millones de kilómetros, en el hemisferio norte es invierno y se presenta la época fría. Cuando la Tierra está más alejada del Sol, alrededor del mes de julio, aproximadamente a 151 millones de kilómetros, estamos en verano, mientras que en el hemisferio sur se hará´ sentir el invierno.

2)

$$3 \text{ tripulantes} \rightarrow 3 \text{ semanas}$$

$$5 \text{ tripulantes} \rightarrow X$$

$$X = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5} = 1.8 \text{ semanas}$$

3)

$$d = \frac{4al}{1} \times \frac{365dias}{1al} \times \frac{24hrs}{1dia} \times \frac{3600s}{1hr} \times \frac{300,000,000m/s}{1s} = 3.78 \times 10^{16}m$$

$$t = \frac{d}{v} = \frac{3.78 \times 10^{16}}{18000} = 2.102 \times 10^{12}s = 66666.67 \text{ años}$$

4) b) En Luna nueva

5) a) Solsticio de verano

6) Aplicando la ley de gravitación universal en la superficie de la Luna, se tiene:

$$P_L = G \cdot \frac{m_L \cdot m}{R_L^2} = G \cdot \frac{(m_T/81) \cdot m}{(R_T/4)^2} = \frac{16}{81} \cdot \frac{G \cdot m_T}{R_T^2} \cdot m = \frac{16}{81} \cdot g_{0,T} \cdot m$$

Sustituyendo:

$$P_L = \frac{16}{81} \cdot 9.8 \cdot 70 = 135.5N$$

7) Datos: RT = 6370 km; g_0 = 9.8 m/s^2 El radio de órbita es: r = RT + 400 km y cambiando a metros:

$$6370 \times 10^3 + 400 \times 10^3 = 6.77 \times 10^6 m$$

Aplicando la segunda ley de Newton y considerando la órbita circular, se tiene:

$$\Sigma \vec{F} = m_{ISS} \cdot \vec{a}_N$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m_{ISS}}{r^2} = m_{ISS} \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{m_T}{r} = v^2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2}$$

Despejando y como

$$g_0 = \frac{G \cdot m_T}{R_T^2}$$

se tiene que el periodo es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{g_0 \cdot R_T^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{(6.77 \times 10^6)^3}{9.8(6.77 \times 10^6)^2}} = 5.6 \times 10^3 s = 93 \text{ min}$$

8) Vemos siempre la misma cara de la Luna porque su periodo de rotación sobre sí misma es igual a su período de traslación alrededor de la Tierra.

9) Recordemos que Puebla y Mexicali están en el hemisferio norte y que Mexicali está más cerca del polo norte que Puebla. Entonces, desde Mexicali pueden verse más estrellas circumpolares que desde Puebla. Es decir, el número de estrellas que se pueden ver a lo largo del año es mayor en Mexicali que en Puebla.

10) El problema nos proporciona algunos datos importantes como la distancia "r" y el valor del periodo "T", por lo que podemos calcular el valor de Kt, esto sería en unidades del Sistema Internacional, así que veamos:

$$T = 27dias \left(\frac{86400s}{1dia} \right) = 2.3328 \times 10^6 s$$

$$r = 384400km \left(\frac{1000m}{1km} \right) = 384.4 \times 10^6 m$$

$$K = \frac{T^2}{r^3}$$

Procedemos entonces al cálculo de K:

$$K = \frac{T^2}{r^3} = \frac{(2.3328 \times 10^6 s)^2}{(384.4 \times 10^6 m)^3}$$

De ahí tenemos que:

$$K = \frac{T^2}{r^3} = \frac{5.442 \times 10^{12} s^2}{5.68 \times 10^{25} m^3} = 9.581 \times 10^{-14} \frac{s^2}{m^3}$$

Entonces, podemos despejar de la fórmula de Kepler para la masa de la tierra:

$$K = \frac{4\pi^2}{GM_T}$$

De aquí despejamos M_T:

$$M_T = \frac{4\pi^2}{GK} = \frac{4\pi^2}{(6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2})(9.581 \times 10^{-14} \frac{s^2}{m^3})}$$

Entonces la masa de la tierra es:

$$M_T = 6.18 \times 10^{24} kg$$

11)

1. Hércules
2. Dragón
3. Osa mayor
4. Osa menor

5. Cefeo
6. Cassiopea
7. Andrómeda
8. Perseo

12) La tercera ley de Kepler relaciona la distancia de la Tierra al Sol, el periodo de la órbita terrestre y la masa del sol. Bajo la condición $M_{\oplus}$ <<M, tenemos que:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{\odot}}$$

Y despejando la masa del sol $M_{\odot}$

$$M_{\odot} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

Dado el valor de $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2, sustituyendo r=1.5 $\times$ 10^{1}1 m y el periodo de la Tierra alrededor del sol en unidades de segundos T=3.17 $\times$ 10^7 s tenemos:

$$M_{\odot} = \frac{4(3.1415)^2(1.5 \times 10^1 1m)^3}{(6.67 \times 10^-11N \cdot m^2/kg^2)(3.15 \times 10^7 s)^2}$$

13) Inciso a) Debido a la posición relativa Tierra-Sol y a la inclinación del eje de rotación terrestre, en el momento en que en el hemisferio norte es verano, en el hemisferio sur es invierno. También, si en el hemisferio norte es invierno, en el hemisferio sur es verano. De esta forma, el que haga calor o frío en algún punto de la superficie terrestre no depende de si ambos cuerpos celestes están más alejados o más cercanos, sino de la inclinación del eje terrestre. Cuando la Tierra está más cerca del Sol es en el mes de enero, a una distancia de aproximadamente 147 millones de kilómetros, en el hemisferio norte es invierno y se presenta la época fría. Cuando la Tierra está más alejada del Sol, alrededor del mes de julio, aproximadamente a 151 millones de kilómetros, estamos en verano, mientras que en el hemisferio sur se hará sentir el invierno.
Inciso b) Como la masa del satélite (m) es muy pequeña en comparación a la masa de la Tierra (m << M$\odot$), entonces, tenemos una situación en la que la expresión de la tercera ley de Kepler puede quedar solamente en términos de la masa del objeto central, es decir:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM_{\oplus}}{4\pi^2}$$

Despejando tenemos que:

$$r = \left(\frac{T^2}{4\pi^2} GM_{\oplus} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Sustituyendo T = 24 horas = 86400 s, resulta que la distancia desde el centro de la Tierra hasta el satélite es r = 42240 km. Como el radio de la Tierra es de 6378 km, la distancia desde la superficie de la Tierra hasta el satélite es: d = 35883 km ≈ 36000 km.

14) Si conocemos h y t podemos conocer la aceleración (en la superficie terrestre) debida a la fuerza de gravedad de la Tierra, a partir de la siguiente ecuación:

$$h = \frac{1}{2}at^2$$

donde a es la aceleración con la que cae la piedra. La aceleración es, por lo tanto

$$a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2(11.04m)}{(1.5s)^2} = 9.81m/s^2$$

La magnitud de la fuerza (F = ma) que produjo la aceleración es la ejercida sobre el objeto de masa m por la Tierra, cuya masa denotaremos por M; entonces:

$$ma = \frac{GMm}{r^2}$$

Despejando M tenemos que:

$$M = \frac{ar^2}{G}$$

Sustituyendo el radio de la Tierra (r = 6,370 km), la aceleración (a = 9.81 m/s^2) y G = $6.67 \times 10^-11\ N \cdot m^2/kg^2$ obtenemos que:

$$M = 5.97 \times 10^{24} kg$$

15) En primer lugar, determinamos el flujo del foco. Para ello expresamos la potencia del foco en las unidades usadas en astronomía (erg/s):

$$L = 100W = 10^2 J/s = 10^9 erg/s$$

Ahora, calculamos el intervalo de frecuencias, en Hz, en el que emite luz el foco:

$$v[Hz] = \frac{c[m/s]}{\lambda[m]}$$

Sustituyendo para λ_1= 400nm = 4×10^-7m y el valor de la velocidad de la luz,c, obtenemos de la ecuación anterior que:

$$v_1 = 7.5 \times 10^14 Hz$$

De igual forma para λ_2 = 700 nm = 7×10^-7m obtenemos:

$$v_2 = 4.3 \times 10^14 Hz$$

Así,

$$\Delta v = v_1 - v_2 = 3.2 \times 10^14 Hz$$

Con estos valores determinamos el flujo del foco a una distancia d = 10m, el cual es:

$$F_{foco} = \frac{L}{\Delta v \times 4\pi d^2} = 2.49 \times 10^-13 erg/s \cdot cm^2 Hz$$

16) Como la densidad de flujo de Antares, denotada por F_a, es 0.44 la de Vega (F_0), tenemos que:

$$F_a = 0.44 F_0$$
$$\frac{F_a}{F_0} = 0.44$$

Por otra parte , calculamos el valor de la magnitud aparente para Antares:

$$m_a = -\frac{5}{2} log\left(\frac{F_a}{F_0}\right)$$

Para determinar la distancia la cual se encuentra Antares, empleamos la expresión que relaciona la magnitud absoluta y la magnitud aparente:

$$m_a - M_a = 5log\left(\frac{r}{10pc}\right)$$

Sustituyendo m_a, podemos determinar el valor de r:

$$-\frac{5}{2} log\left(\frac{F_a}{F_0}\right) - M_a = 5log\left(\frac{r}{10pc}\right)$$

$$(0.891 + 5.46) = 5log\left(\frac{r}{10pc}\right)$$

$$r = (10pc)10^{1.27}$$

$$r = 186.32pc$$

Así, Antares, la estrella más brillante en la constelación de Escorpión, se encuentra a una distancia de 186.32pc.