

Solución Final

①

- 1- E
- 2- B
- 3- D
- 4- E
- 5- B
- 6- D
- 7- B

②

$$E = 3 \text{ eV}$$

$$\lambda = ?$$

Según Planck

$$E = h \cdot f$$

$$c = \lambda \cdot f$$

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E}$$

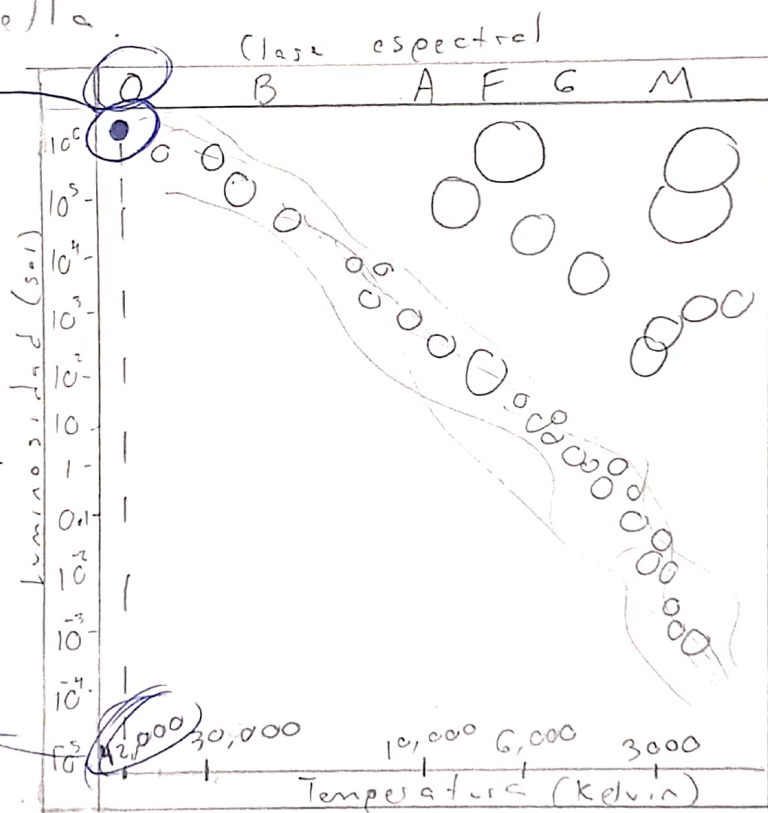
$$\lambda = \frac{4.135 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \cdot 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{3 \text{ eV}}$$

$$= 4.135 \times 10^{-7} \text{ m} \quad \text{a)}$$

b) Espectro visible

3) dicha estrella.

a) Naos
(S Puppis)
Esta estrella se encuentra en ese lugar por su clase espectral que es O4 y su temperatura es 42,000°K



b) $6.9 \times 10^{-8} \text{ m}$

4

$$L = 4\pi r^2 T^4 \sigma$$

$$L_1 = 4\pi R_1^2 T^4 \sigma = 4\pi (2.5 R_0)^2 T^4 \sigma$$

$$\frac{L_1}{L_0} = \frac{4\pi (6.25) R_0^2 T^4 \sigma}{4\pi R_0^2 T_0^4 \sigma}$$

$$\frac{L_1}{L_0} = \frac{6.25 T^4}{T_0^4}$$

$$L_1 = \frac{6.25 (7500)^4}{(5778 \text{ K})^4} L_0 = 17.74 L_0$$

$$L_1 = 6.7873 \times 10^{34} \text{ erg/s}$$

5

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

$$L = 4\pi (2.7 \times 1.5 \times 10^8 \text{ m})^2 (5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4) (8.2 \times 10^6 + 273.15)^4$$

$$= 5.28 \times 10^{38} \text{ erg/s}$$

a) Aumenta 15%

$$T = \sqrt[4]{\frac{L}{4\pi R^2 \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{5.28 \times 10^{38} \text{ erg/s}}{4\pi \sigma (4.05 \times 10^8 \text{ m} \times 1.15)^2}} = 7.65 \times 10^6 \text{ K}$$

b) Disminuye 10%.

$$T = \sqrt[4]{\frac{5.28 \times 10^{38} \text{ erg/s}}{4\pi \sigma (4.05 \times 10^8 \text{ m} \times 0.9)^2}} = 8.64 \times 10^6 \text{ K}$$

⑥ Las coordenadas geográficas de Chechapa son:

$$\phi = 19.045^\circ \quad \lambda = 98.093^\circ$$

en grados y minutos las podemos aproximar

$$\phi = 19^\circ 3' \quad \text{y} \quad \lambda = 98^\circ 6'$$

La diferencia de latitudes la encontraremos a partir del ángulo α . Este ángulo lo determinamos con base en la altura del asta (6m) y la extensión de la sombra (1.1 m) es decir

$$\tan \alpha = \frac{1.1}{6}$$

$$\alpha = 10.389^\circ$$

en grados y minutos

$$\alpha = 10^\circ 23'$$

Entonces, la latitud de Coyamé expresada en grados y fracciones de grado es:

$$\phi_c = (19.045^\circ + 10.389^\circ) = 29.434^\circ$$

En grados y minutos:

$$\phi_c = (19^\circ 3') + (10^\circ 23')$$

$$\underline{\phi_c = 29^\circ 26'}$$

Por otro lado, la diferencia de longitudes geográficas la calculamos a partir de la diferencia en las declinaciones la cual es 28^m o bien 0.46°

$$\Delta l = 0.46^\circ \times 15 = 7^\circ$$

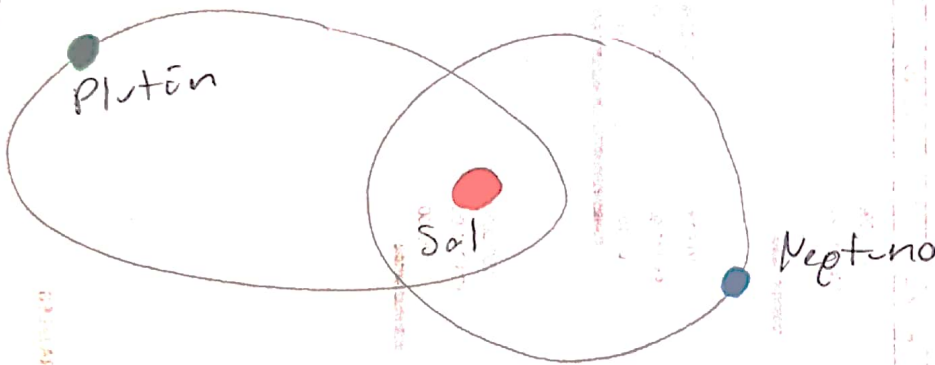
entonces la longitud de Cayamé es

$$l_c = 7^\circ + (98^\circ 6')$$

$$\underline{\underline{l_c = 105^\circ 6'}}$$

7

a)



b) Al hacer coincidir los focos de las dos elipses que representan las órbitas resulta que la órbita de Plutón es más alargada que la de Neptuno. En una zona Plutón está más cerca del Sol que Neptuno. En otra zona Plutón está más lejos del Sol que Neptuno.

8

Debemos sacar la razón de la fuerza que experimentaría la persona en Júpiter y la que experimenta en la Tierra

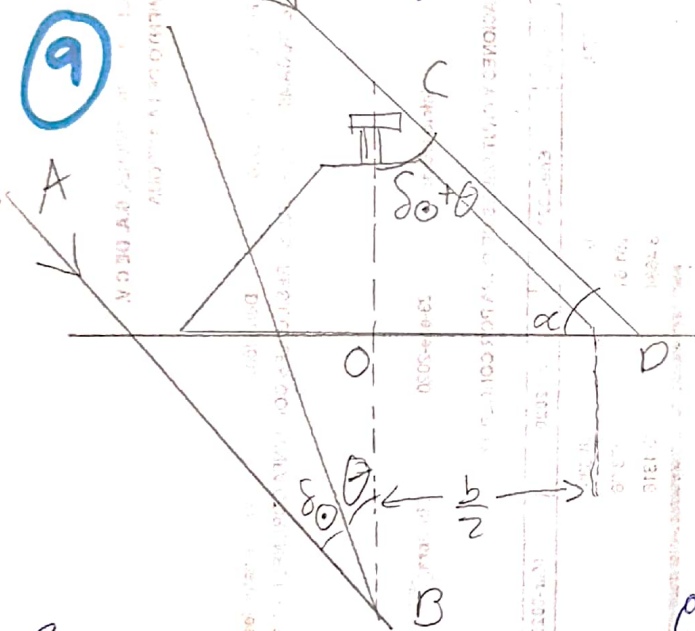
$$\frac{F_J}{F_\oplus} = \frac{\frac{GmM_J}{R_J^2}}{\frac{GmM_\oplus}{R_\oplus^2}} = \frac{M_J R_\oplus^2}{M_\oplus R_J^2}$$

Como $M_J = 317.82 M_\oplus$ y $R_J = 11.2 R_\oplus$

$$\frac{F_J}{F_\oplus} = \frac{317.82 M_\oplus R_\oplus^2}{M_\oplus (11.2)^2 R_\oplus^2}$$

$$\frac{F_J}{F_\oplus} = \frac{317.82}{(11.2)^2} = 2.533$$

$$F_J = 1613.52 \text{ N}$$



El ángulo de declinación es $\delta_0 = -23.43^\circ$ y la latitud del Castillo forma un ángulo $\theta = 20.4^\circ$ con el ecuador. La línea recta \overline{AB} representa la declinación del Sol y ésta es paralela a la línea recta \overline{CD} , la cual representa la sombra proyectada por el Castillo.

Por otra parte, la recta \overline{CB} representa la latitud a la cual se encuentra el Castillo. La recta \overline{CB} corta a las paralelas, de tal manera que el ángulo $\delta_0 + \theta$ en B es igual $\delta_0 + \theta$ en C, por ser ángulos alternos internos. La línea recta \overline{CO} y \overline{OC} forman un ángulo recto por lo tanto es posible conocer el ángulo α que hace sombra con la horizontal.

$$\alpha + 90^\circ + (\delta_0 + \theta) = 180^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - (\delta_0 + \theta)$$

$$\alpha = 46.17^\circ$$

Si la base de la pirámide es $b = 55.5\text{m}$, la distancia del punto O al punto D, denotada por d es

$$d = \frac{b}{2} + 1\text{m}$$

$$d = \frac{55.5}{2} + 1$$

$$d = 28.75\text{m}$$

$$\tan \alpha = \frac{\overline{CO}}{\overline{OD}} = \frac{h}{d}$$

$$h = d \tan \alpha$$

$$h = 29.94\text{m}$$

b) No sería posible medir la altura de la pirámide en el solsticio de junio ya que el Sol sale aproximadamente a unos 23.5° hacia el norte y la latitud de la pirámide es de 20.4° ; por lo tanto en la culminación el Sol proyectaría una sombra que no sobresale de la base.

10

a) Partiendo de la 3ª ley de Kepler

$$\frac{T_{\oplus}^2}{T_J^2} = \frac{r_{\oplus}^3}{r_J^3}$$

$$\frac{r_J}{r_{\oplus}} = \frac{43.3 \text{ min}}{8.33 \text{ min}} = 5.19$$

$$T_J = \sqrt{\left(\frac{r_{\oplus}^3}{r_J^3}\right) T_{\oplus}^2}$$

$$T_J = \sqrt{(5.19)^3 (1 \text{ año})^2}$$

$$= 11.82 \text{ años}$$

b)

$$m \omega^2 r = \frac{G M m}{r^2}$$

$$\frac{m \theta^2}{t^2} = \frac{G M m}{r^2}$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{G M}{r^3}$$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 G}$$

$$M = \frac{4\pi^2 (1.5 \times 10^{11} \text{ m})^3}{(3.15 \times 10^7 \text{ s})^2 (6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2})}$$

$$M = 1.97 \times 10^{30} \text{ kg}$$

11

$$L_1' = L_1 \sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}} = L_1 \sqrt{1 - 0.35^2}, \quad L_2' = 3L_1 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}$$

$$L_1' = L_2'$$

$$\sqrt{1 - 0.35^2} = 3 \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}$$

$$1 - 0.35^2 = 9 \left(1 - \frac{v_2^2}{c^2} \right)$$

$$v_2 = c \sqrt{\frac{8 + 0.35^2}{9}} = 0.95c$$

12

a) $m - m_\odot = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{F}{F_\odot} \right)$ $\odot = \text{Sol}$

$$F = \frac{L}{4\pi R^2}$$

$$F = \frac{L_\odot}{4\pi R_\odot^2}$$

$$m - m_\odot = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{F}{F_\odot} \right) = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{L}{L_\odot} \frac{4\pi R_\odot^2}{4\pi R^2} \right)$$

$$-\frac{5}{2} \log \left(\frac{F}{F_\odot} \right) = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{L}{L_\odot} \right) - 5 \log \left(\frac{R_\odot}{R} \right)$$

$$-10 \log \left(\frac{T}{T_\odot} \right) = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{L}{L_\odot} \right) - 5 \log \left(\frac{R_\odot}{R} \right)$$

$$\log \left(\frac{R}{R_\odot} \right) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{L}{L_\odot} \right) - 2 \log \left(\frac{T}{T_\odot} \right)$$

$$b) \log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = 4 \log\left(\frac{T}{T_{\odot}}\right) + 2 \log\left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)$$

$$\log\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right) = 4 \log\left(\frac{2500K}{5800K}\right) + 2 \log\left(\frac{100 R_{\odot}}{R_{\odot}}\right)$$

$$L = (3.82 \times 10^{26} \text{ W}) 10^{2.538}$$

$$\underline{\underline{L = 1.34 \times 10^{29} \text{ W}}}$$

$$c) \frac{L_v}{L_{\text{lám}}} = \frac{3.45 \times 10^{27} \text{ W}}{5 \text{ W}}$$

$$L_v = 6.9 \times 10^{26} L_{\text{lám}}$$

$$F'_v = \frac{L_v}{4\pi r^2}$$

La densidad de flujo que nos llega de la estrella a una distancia de 10 pc es ↙

$$F'_v = \frac{3.45 \times 10^{27} \text{ W}}{4\pi (3.085 \times 10^{17} \text{ m})^2} = 2.88 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$$

$$F_{\text{lám}} = F'_v$$

$$r^2 = \frac{L_{\text{lám}}}{4\pi F'_v} = \frac{(5 \text{ W})}{4\pi (2.88 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2)}$$

$$\boxed{r = 11.753 \text{ km}}$$

La lámpara tendría que estar a 11.753 km de distancia para tener la misma densidad de flujo que la estrella.

Bonus

$$v = 0.8c$$

$$\tau_p = 1 \text{ hr}$$

$$\tau_{\text{rel}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (0.8)^2} \frac{c^2}{c^2}} = \frac{5}{3} \text{ hr}$$

$$t_{\text{rel}} = \frac{d}{v} \quad t_{\text{rel}} = \frac{vt}{c}$$

$$d = v(t_0 + t_{\text{rel}}) \quad t_{\text{rel}} = \frac{v(t_0 + t_{\text{rel}})}{c}$$

$$ct_{\text{rel}} = v(t_0 + t_{\text{rel}})$$

$$ct_{\text{rel}} = vt_0 + vt_{\text{rel}}$$

$$ct_{\text{rel}} - vt_{\text{rel}} = vt_0$$

$$t_{\text{rel}}(c - v) = vt_0$$

$$t_{\text{rel}} = \frac{vt_0}{c - v}$$

$$\frac{5}{3} = t_0 + t_{\text{rel}}$$

$$\frac{5}{3} = t_0 + \frac{vt_0}{c - v} \quad \frac{5}{3} = t_0 \left(1 + \frac{v}{c - v}\right)$$

$$t_0 = \frac{5/3}{\left(1 + \frac{v}{c - v}\right)} = \frac{5/3}{\left(1 + \left(\frac{0.8}{1 - 0.8}\right)\right)} = 0.333 \text{ hr}$$