KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS SISTEMINĖS ANALIZĖS KATEDRA

DISKREČIOSIOS STRUKTŪROS KURSINIS DARBAS

Studentas: Karolis Stašaitis IF-1/7

Vadovė: dr. Radvilė Krušinskienė

Užduotis

Naudojant paiešką su grįžimu (backtracking), sudaryti 8 valdovių, išdėstymo šachmatų lentoje taip, kad jos nekirstų viena kitos, procedūrą. Išėjimo duomenys:

• numeriai langelių, į kuriuos statysime valdoves.

Analizė

Kadangi dedame valdovęs, šachmatų lentą galime susiskirstyti į atskirus stulpelius, tai vienam stulpelį gali egzistuoti tik viena valdovė. Toliau kadangi valdovęs dėsim nuosekliai tik tolimesniuose stulpeliuose tikrinimą ar valdovę nekerta kitų valdovių galimę atlikti tik į tris kryptis (t.y horizontaliai atgal, skersai į viršų atgal ir skersai į apačią atgal). Nuosekliai einant per stulpelius mes atliekam šiuos tikrinimus ir kiekvienoje to stulpelio eilutėje bandome padėti valdovę. Taip darome tol kol turime įmanomų dėjimų. Pasiekus akligatvi (t.y. nebėra daugiau galimybiu padėti karalienę) mes užbaigiam rekursine seka iki tos vietos kur dar yra nepatikrintų eilučių. Tokią seką vykdome tol kol sudedame visas turimas karalienes ir jei jas pavyksta visas išdėstyti - išspausdiname gautą sprendinį. Programa vykdoma tol kol nebėra įmanomų sprendinių.

Tikrinimų mažinimas (optimizacija):

Aukščiau paminėtas sprendimo būdas yra gan neblogai optimizuotas. Vien tik nusprendžiant, kad tik viena karalienė gali egzistuoti vienam stulpelyje jau

$$\frac{(8\times8)!}{8!\times(8\times8-8)!} = \frac{64!}{8!\times56!} = 4\,426\,165\,368$$
 įmanomų išsidėstymo galimybių sumažinsim iki $8^8 = 16\,777\,216$. Kartu mes žinome, kad tik viena karalienė gali egzistuoti vienoje lentos eilutėje, iš to galime nuspresti, kad visus išsidėstymus būtų įmanoma išreikšti visom masyvo $(1,2,3,4,5,6,7,8)$ permutacijom, taip dar labiau sumažinant galimus variantus iki $8! = 40\,320$.

Nesikirtimo tikrinimo mechanizmas:

Kadangi jau žinome, kad kirtimosi tikrinimą užtenka padaryti tik į tris puses, nesunku tokia implementacija optimizuoti neiteruojant per kiekviena karalienę kelis kartus. Užtenka iteruoti per jau padėtas karalienes ir tikrinti ar jų eilutė nesutampa, taip patikrinant horizontalų kirtimasį, o skersiniam kirtimuisi užtenka taikyti tokia formulę: $|x_{v2} - x_{v1}| = |y_{v2} - y_{v1}|_{\text{(v1 - pirmosios karalienės koordinatės, v2 - antrosios)}. Jei dviejų karalienių koordinatės tenkina šią lygybę vadinasi jos kertasi ir tose koordinatėse negalėsime padėti karalienės.$

Sprendimo pavyzdys:

1. Pradedame nuo tuščios lentos.	
2. Lenta visiškai tušcia, pradedam nuo pirmo stulpelio. Tikrinam pirmą eilutė ir randam, kad niekas mūsų nekliudo padėti ten karalienę.	业
3. Antras stulpelis - pirmoje eilutėje mus kliudo pirmoji karalienė horizontaliai, antroje - diagnoliai. Trečioje eilutėje niekas nekliudo karalienės.	班
4. Trečias stulpelis - tas pats atvėjis kaip ir antram žingnyje, tik 1 ir 3 eilutėje mus klido pirmoji karalienė, o 2, 3 ir 4 eilutėje - antroji. Dedam 5-oje eilutėje.	
5. Ketvirtas stulpelis - rastas nesikertantis tarpas antroje eilutėje.	

6. Penktas Stulpelis - arčiausias nuo viršaus nesikertantis langelis - antra eilutė.	
7. Po šešto žingsnio nebuvo rąstas joks nesikertantis langelis sekančiame stulpelyje. Gryžtame vienu rekursijos lygiu ir paslenkam karalienę į kitą nesikertanti langelį tame pačiame stulpelyje.	五 本 本 本 本 本
8. Po paskutinio žingsnio vėl neradome jokio galimo karalienės padėjimo varianto sekančiame stulpelyje todėl vėl sugryžom vienu rekursijos lygiu į praeitą stulpelį ir paslinkom karalienę i kitą galimą eilutę.	
9. Penktame stulpelyje - vėl suradom galimą karalienės padėjimo variantą antroje eilutėje.	新
10. Tokia pat veiksmų seka bus vykdoma tol kol bus padėtos visos 8 (arba n) karalienių. Kai bus pasiektas norimas karalienių skaičius lentoje rezultatas bus išspausdinamas vatotojui, poto programa vyks toliau kol bus patikrintos visos masyvo (1:n) permutacijos ir išspausdinti visi galimi sprendimai.	

Programos kodas (su išvedimu į konsolę)

main.cpp

```
//Karolis Stašaitis IF-1/7
//7 Uždavinys: Valdovės
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
int count = 0;
void print barrier(int);
void solve(int, int, int*);
void print board(int, int*);
int main()
{
      int n = 8;
     int queens[n];
      solve(n, 0, queens);
void print barrier(int n)
      for (int i = 0; i < n; i++)
            printf("+-");
      printf("+\n");
void print board(int n, int *queens)
      printf("\nNr %d:\n", ++count);
      for (int y = 0; y < n; y++)
            printf(" %d", queens[y]+1);
      putchar('\n');
      print barrier(n);
      for (int i = 0; i < n; i++)
            for (int j = 0; j < n; j++)
                  printf("|%c",i == queens[j] ? 'Q' : ((i + j) & 1) ?
' ' : '#');
            printf("|\n");
      print barrier(n);
}
```

```
void solve(int n, int col, int *queens)
{
    if (col == n) {
        print_board(n,queens);
        return;
    }

    for (int i = 0, j = 0; i < n; i++) {
        for (j = 0; j < col && !(queens[j] == i || abs(queens[j] - i) == col - j); j++);

        if (j < col) continue;

        queens[col] = i;
        solve(n, col + 1, queens);
    }
}</pre>
```

Programos kodas (su išvedimu į konsolę ir grafišku vaizdavimu)

Ispėjimas: programos kompiliacijai reikalaujama SDL ir SDL image bibliotekos. http://www.libsdl.org/

main.cpp

```
//Karolis Stasaitis IF-1/7
//7 Uzdavinys: Valdoves
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <SDL/SDL.h>
#include <SDL/SDL image.h>
int count = 0;
SDL Surface* screen = NULL;
SDL Surface* queen = NULL;
void print barrier(int);
void solve(int, int, int*);
void print board(int, int*);
int main(int argc, char* args[])
      int n = 8;
      int queens[n];
      for (int i=0; i< n; i++) queens[i]=-1;
      SDL Init( SDL INIT EVERYTHING );
      screen = SDL SetVideoMode( 16*n,16*n,32,SDL SWSURFACE);
      queen = IMG Load("queen.png");
```

```
solve(n, 0, queens);
      SDL FreeSurface(queen);
      SDL Quit();
      return 0;
void print barrier(int n)
      for (int i = 0; i < n; i++)
            printf("+-");
      printf("+\n");
void print board(int n, int *queens)
      printf("\nNr %d:\n", ++count);
      for (int y = 0; y < n; y++)
            printf(" %d", queens[y]+1);
      putchar('\n');
      print barrier(n);
      for (int i = 0; i < n; i++)
            for (int j = 0; j < n; j++) {
                  SDL Rect block;
                  block.x = 16*j;
                  block.y = 16*i;
                  block.w = 16;
                  block.h = 16;
                  printf("|%c",i == queens[j] ? 'Q' : ((i + j) & 1) ?
' ' : '#');
                  SDL_FillRect(screen, &block, ((i + j) & 1) ? 0x000000FF:
0xFFFFFFFF;
                  if (i == queens[j])
SDL BlitSurface(queen, NULL, screen, &block);
            printf("|\n");
      print barrier(n);
      SDL Flip(screen);
      char filename[50];
      sprintf(filename, "queens-%d.bmp", count);
      SDL SaveBMP(screen, filename);
}
void solve(int n, int col, int *queens)
      if (col == n) {
            print board(n, queens);
            return;
```

Algoritmo Bandymas

n = 8

Rezultatai:

Nr 1: 1 5 8 6 3 7 2 4 +-+-+-+-+-+-+-+-+-+	Nr 24: 3 6 8 1 5 7 2 4 +-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-++	Nr 47: 5 1 4 6 8 2 7 3 +-+-+-+-+-+	Nr 70: 6 3 1 8 5 2 4 7 +-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-
# # # Q # # # # # #		# # Q #	# # Q # # Q # # # # # # Q # # # Q # Q # # # # # # # # Q # Q # # + - + - + - + - + - + - + - + - + - +
Nr 2: 1 6 8 3 7 4 2 5	Nr 25: 3 6 8 2 4 1 7 5	Nr 48: 5 1 8 4 2 7 3 6	Nr 71: 6 3 5 7 1 4 2 8
	# # # Q #	# Q # # # #	# # Q #
Nr 3: 1 7 4 6 8 2 5 3	Nr 26: 3 7 2 8 5 1 4 6	Nr 49: 5 1 8 6 3 7 2 4	Nr 72: 6 3 5 8 1 4 2 7
		# Q # # #	# # Q # # # # Q # # Q # # #
Nr 4: 1 7 5 8 2 4 6 3 +-+-+-+-+ Q # # # # # Q # # # # # # Q # # # # Q	Nr 27: 3 7 2 8 6 4 1 5 +-+-+-+-+ # # # Q # Q # # # Q # # #	Nr 50: 5 2 4 6 8 3 1 7 +-+-+-+-+-+ # # # Q Q # # # # # # #	Nr 73: 6 3 7 2 4 8 1 5 +-+-+-+-+-+ # # # Q # Q # # # Q # # #

# Q # # # # # Q # # Q # # # # Q # #	# # # # Q # # Q # # # Q # # # # Q # # +-+-+-+-+-+-+-+-+	Q # # # # Q # # # # # # Q # # Q # #	# # # # Q Q # # # # # Q # # # # Q # +-+-+-+-+-+-+-+-+
Nr 5: 2 4 6 8 3 1 7 5	Nr 28: 3 8 4 7 1 6 2 5	Nr 51: 5 2 4 7 3 8 6 1	Nr 74: 6 3 7 2 8 5 1 4
+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+	+-+-+-+-+-+-+-+ # # Q # 	+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+	+-+-+-+-+-+-+-+ # # # Q # Q # # # Q # # # # # Q # # # # # Q # # # # # Q # # # Q # # # # Q # #
Nr 6: 2 5 7 1 3 8 6 4	Nr 29: 4 1 5 8 2 7 3 6	Nr 52: 5 2 6 1 7 4 8 3	Nr 75: 6 3 7 4 1 8 2 5
# # Q # #	# Q # # # #	# # Q # #	# # Q #
Nr 7: 2 5 7 4 1 8 6 3 +-+-+-+-+-+ # # Q # Q # # # # # # # # # # Q # # # Q # # # Q # # # Q # # # Q # # # Q # #	Nr 30: 4 1 5 8 6 3 7 2 +-+-+-+-+-+ # Q # # # # # # Q # # # # # Q # # # # # Q # # # # # # # # # #	Nr 53: 5 2 8 1 4 7 3 6 +-+-+-+-+-+ # # Q # # Q # # #	Nr 76: 6 4 1 5 8 2 7 3 +-+-+-+-+-+ # Q # # # # Q # # # # # # # # #
Nr 8: 2 6 1 7 4 8 3 5 +-+-+-+-+-+ # Q # # Q # # # # # # # Q # # # # # # # # # #	Nr 31: 4 2 5 8 6 1 3 7 +-+-+-+-+-+ # # # Q # Q # # # # Q # # # # Q # # # # Q # # # #	Nr 54: 5 3 1 6 8 2 4 7 +-+-+-+-+-+-+ # Q # # # # Q # # # # # # # # #	Nr 77: 6 4 2 8 5 7 1 3 +-+-++-+-+ # # # Q # Q # # # # # # # # # #

+-+-+-+-+-+	+-+-+-+-+-+	+-+-+-+-+-+-+	+-+-+-+-+-+-+
Nr 9: 2 6 8 3 1 4 7 5	Nr 32: 4 2 7 3 6 8 1 5	Nr 55: 5 3 1 7 2 8 6 4	Nr 78: 6 4 7 1 3 5 2 8
		# Q # #	
Nr 10: 2 7 3 6 8 5 1 4	Nr 33: 4 2 7 3 6 8 5 1	Nr 56: 5 3 8 4 7 1 6 2	Nr 79: 6 4 7 1 8 2 5 3
+-+-+-+-+-+-+-+-+-++	+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+	+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+	+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-
Nr 11: 2 7 5 8 1 4 6 3	Nr 34: 4 2 7 5 1 8 6 3	Nr 57: 5 7 1 3 8 6 4 2	Nr 80: 6 8 2 4 1 7 5 3
+-+-+-+-+-+-+-+-+-+	+-+-+-+-+-+-+ # # Q # 	+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-	+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-
Nr 12: 2 8 6 1 3 5 7 4 +-+-+-+-+ # # Q # # Q # # # # # # # # Q # # # # # # # # #	Nr 35: 4 2 8 5 7 1 3 6 +-+-+-+-+-+ # # # Q # Q # # # # # # # # #	Nr 58: 5 7 1 4 2 8 6 3 +-+-+-+-+-+ # Q # # # # Q # # # # # # # #	Nr 81: 7 1 3 8 6 4 2 5 +-+-+-+-+-+ # Q # # # # # # # # #
Nr 13: 3 1 7 5 8 2 4 6	Nr 36: 4 2 8 6 1 3 5 7	Nr 59: 5 7 2 4 8 1 3 6	Nr 82: 7 2 4 1 8 5 3 6

+-+-+-+-+-+-+ # Q # # # # # # Q # Q # # # # # # # # #	+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-	+-+-+-+-+-+-+ # # # Q # # Q # # # 	+-+-+-+-+-+-+ # # Q # # # Q # # # # # # Q # Q # # # # # # Q # # # # # Q Q # # # # # # # # +
Nr 14: 3 5 2 8 1 7 4 6 +-+-+-+-+-+ # # Q # # Q # # #	Nr 37: 4 6 1 5 2 8 3 7 +-+-+++++++++++++++++++++++++++++++++	Nr 60: 5 7 2 6 3 1 4 8 +-+-+-+-+-+ # # # Q # # # # # # #	Nr 83: 7 2 6 3 1 4 8 5 +-+-++-+-+-+ # # Q # Q # # # # # Q # # # # # # # # #
Nr 15: 3 5 2 8 6 4 7 1 +-+-+-+-+ # # # # Q # Q # # # Q # # # # #	Nr 38: 4 6 8 2 7 1 3 5 +-+-+-+-+ # # # Q # # Q # # # # # # # # #	Nr 61: 5 7 2 6 3 1 8 4 +-+-+-+-+-+ # # # Q # # Q # # # # # Q # # # # # Q Q # # # # # Q # # # Q # # # Q # # # Q # # # Q # # # Q # #	Nr 84: 7 3 1 6 8 5 2 4 +-+-+-+-+-+ # Q # # # # # # #
Nr 16: 3 5 7 1 4 2 8 6 +-+-+-+-+-+ # # Q # #	Nr 39: 4 6 8 3 1 7 5 2 +-+-+-+-+ # # Q # # # # Q # # # # # Q # # # # # # # # # # #	Nr 62: 5 7 4 1 3 8 6 2 +-+-+-+-+-+ # # Q # # # # Q # # # Q # # # # # #	Nr 85: 7 3 8 2 5 1 6 4 +-+-+-+-+-+ # # # Q # # Q # # # #
Nr 17: 3 5 8 4 1 7 2 6 +-+-+-+-+ # # Q # # # # Q # Q # # #	Nr 40: 4 7 1 8 5 2 6 3 +-+-+-+-+-+-+-+ # Q # # # # Q # # # # Q	Nr 63: 5 8 4 1 3 6 2 7 +-+-+-+-+ # # Q # # # # # Q # # # Q #	Nr 86: 7 4 2 5 8 1 3 6 +-+-+-+-+ # # # Q # # Q # # # # # # Q

# Q # # # Q # # # # # # Q # # # Q # -+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-	Q # # # # # # Q # # # # Q # # Q # # # # Q # #	# Q # # # Q # # # # # Q # # # # # Q Q # # # + - + - + - + - + - + - + - + - + - +	Q # # # # # Q # # # # # Q Q # # # # # Q # # +-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-
Nr 18: 3 6 2 5 8 1 7 4 +-+-+-+-+ # # # Q # # Q	Nr 41: 4 7 3 8 2 5 1 6 +-+-+-+-+-+ # # # Q # # # # # Q # # # Q # # # # # # # # #	Nr 64: 5 8 4 1 7 2 6 3 +-+-+-+-+-+ # # Q # #	Nr 87: 7 4 2 8 6 1 3 5 +-+-+-+-+-+-+ # # # Q # # Q # # # # # # # # # #
Nr 19: 3 6 2 7 1 4 8 5 +-+-++++++++++ # # Q # # Q # # #	Nr 42: 4 7 5 2 6 1 3 8 +-+-+-+-+-+ # # # Q # # # # # # # # #	Nr 65: 6 1 5 2 8 3 7 4 +-+-+-+-+-+ # Q # # # # # Q # # # # # Q # Q # # Q # # # # # # # Q	Nr 88: 7 5 3 1 6 8 2 4 +-+-+-+-+-+ # # Q # # # # # # #
Nr 20: 3 6 2 7 5 1 8 4 +-+-+-+-+ # # # Q # # # # #	Nr 43: 4 7 5 3 1 6 8 2 +-+-+-+-+-+ # # Q # # # # Q # # # # # Q # # # # # Q # # # #	Nr 66: 6 2 7 1 3 5 8 4 +-+-+-+-+-+ # # Q # # Q # # # # # Q # # # # Q # # # # # Q # # # # # # # # # #	Nr 89: 8 2 4 1 7 5 3 6 +-+-+-+-+-+ # # Q # # Q # # # # # # # # # #
Nr 21: 3 6 4 1 8 5 7 2 +-+-+-+-+ # # Q # # # # # Q Q # # # # # Q # # # # # # # # # #	Nr 44: 4 8 1 3 6 2 7 5 +-+-+-+-+ # Q # # # # Q # # # # # # # # #	Nr 67: 6 2 7 1 4 8 5 3 +-+-+-+-+-+ # # Q # # Q # # # # # # # # #	Nr 90: 8 2 5 3 1 7 4 6 +-+-+-+-+-+ # # Q # Q # # # # # # # # #

# # Q # #		# # Q #	Q # # # # +-+-+-+-+-+-+
Nr 22: 3 6 4 2 8 5 7 1 +-+-+-+-+ # # # # #	Nr 45: 4 8 1 5 7 2 6 3 +-+-+-+-+-+ # Q # # # # Q # # # # # # # # #	Nr 68: 6 3 1 7 5 8 2 4 +-+-+-+-+-+ # Q # # # # # # # #	Nr 91: 8 3 1 6 2 5 7 4 +-+-+-+-+-+ # Q # # # # Q # # # # # # # #
Nr 23: 3 6 8 1 4 7 5 2 +-+-+-+-+ # # Q # # # # # Q Q # # # # # # # # #	Nr 46: 4 8 5 3 1 7 2 6 +-+-+-+-+-+ # # Q # # # # # # # #	Nr 69: 6 3 1 8 4 2 7 5 +-+-+-+-+ # Q # # # # Q # # # # # # # # #	Nr 92: 8 4 1 3 6 2 7 5 +-+-+-+-+-+-+ # Q # # # # Q # # # # # # # # #

Išvados

Algoritmas veikia teisingai, nes suranda visus įmanomus valdovių išsidėstymus bet kokioje šachmatų lentoje. Svarbu paminėti, kad didelė dalis sprendimų yra iš esmės pasikartojantys jeigu neskaitytumėm skirtingų lentos pusių. Ištikrųjų yra tik 12 unikalių sprendimų vietoje 92.

Literatūra

• http://en.wikipedia.org/wiki/Eight queens puzzle