Universidade Federal da Bahia
Programa de Pós-Graduação em Ciência de Dados e Big Data
Carlos Magno Santos Ribeiro de Brito

Prof Dra. Majela Penton Machado

Respostas da primeira lista de exercício

Questão 01) Em cada caso, encontra a matriz $A = [a_{ij}]$ de tamanho 4×4 cujas entradas satisfazem:

a) $a_{ij} = i + j$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \tag{1}$$

b) $a_{ij} = i^{j-i}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1/2 & 1 & 2 & 4 \\ 1/9 & 1/3 & 1 & 3 \\ 1/64 & 1/16 & 1/4 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Questão 02) Considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -6 & 9 & -7 \\ 7 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -6 & 0 & 6 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 9 & -9 \\ -1 & 0 & -4 \\ -6 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Efetue as seguintes operações ou justifique porque elas não podem ser realizadas:

a) $AB - BA$

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 14 & -32 \end{bmatrix}, \quad BA = \begin{bmatrix} 24 & 28 \\ -44 & -56 \end{bmatrix}$$

Assim sendo:

$$AB - BA = \begin{bmatrix} -24 & -20 \\ 58 & 24 \end{bmatrix} \tag{3}$$

b) $2C - D$

$$2C = 2 \cdot \begin{bmatrix} -6 & 9 & -7 \\ 7 & -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & 18 & -14 \\ 14 & -6 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -6 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -6 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Assim sendo, **<u>não</u>** é possível efetuar essa operação, já que uma matrix é de dimensão 2×3 ($2C = M_{i,j}$) e outra, 3×3 ($D_{i,j}$). A subtração só é possível com i e j iguais em ambas as matrizes.

c) $(2D^T - 3E^T)^T$

$$2D^T = 2 \cdot \begin{bmatrix} -6 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -6 & 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 & 8 & 0 \\ 2 & 2 & 8 \\ -12 & 0 & 12 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -12 & 2 & -12 \\ 8 & 2 & 0 \\ 0 & 8 & 12 \end{bmatrix}$$

$$3E^T = 3 \cdot \begin{bmatrix} 6 & 9 & -9 \\ -1 & 0 & -4 \\ -6 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18 & 27 & -27 \\ -3 & 0 & -12 \\ -18 & 0 & -3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 18 & -3 & -18 \\ 27 & 0 & 0 \\ -27 & -12 & -3 \end{bmatrix}$$

$$(2D^T - 3E^T)^T = \begin{bmatrix} -30 & -19 & 27 \\ 5 & 2 & 20 \\ 6 & 0 & 15 \end{bmatrix} \tag{4}$$

d) $D^2 - DE$

$$D^2 = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -6 & 0 & 6 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -6 & 0 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -6 & 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 & -20 & 16 \\ -29 & 5 & 28 \\ 0 & -24 & 36 \end{bmatrix}$$

$$DE = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -6 & 0 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 9 & -9 \\ -1 & 0 & -4 \\ -6 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -40 & -54 & -38 \\ 19 & 9 & -17 \\ -72 & -54 & -48 \end{bmatrix}$$

Assim sendo:

$$D^2 - DE = \begin{bmatrix} 80 & 34 & -22 \\ -10 & -4 & 45 \\ 72 & 30 & -12 \end{bmatrix} \tag{5}$$

d) $(DC)^T$

$$DC = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ -6 & 0 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & 9 & -7 \\ 7 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

Não é possível efetuar essa operação, já que uma matrix é de dimensão 3×3 $(D_{i,j})$ e outra, 2×3 $(C_{i,j})$ e essa multiplicação não é válida porque em D, $j = 3$ e em C, $i = 2$. Para ser compatível esses valores devem ser iguais.

Questão 03) Mostre que se A e B são matrizes que comutam com a matriz $M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$.

Temos a matriz $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ e a matriz $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$. Assim sendo:

$$AM = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{12} & a_{11} \\ -a_{22} & a_{21} \end{bmatrix}$$

$$MA = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} \\ -a_{11} & -a_{12} \end{bmatrix}$$

A partir disso, podemos encontrar:

$$\begin{cases} -a_{12} = a_{21} \\ a_{11} = a_{22} \\ -a_{22} = -a_{11} \\ a_{21} = -a_{12} \end{cases}$$

Pode-se simplificar para a condição de que $a_{11} = a_{22} = r$, $a_{12} = s$ e $a_{21} = -s$. Similarmente, para a matriz B, temos $b_{11} = b_{22} = x$, $b_{12} = y$ e $b_{21} = -y$:

$$A = \begin{bmatrix} r & s \\ -s & r \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} x & y \\ -y & x \end{bmatrix}$$

multiplicando-as, encontramos:

$$AB = \begin{bmatrix} rx - sy & ry + sx \\ -sx - ry & -sy + rx \end{bmatrix}, \quad BA = \begin{bmatrix} rx - sy & sx + ry \\ -ry - sx & -sy + rx \end{bmatrix} \tag{6}$$

A partir da Equação 6 é possivel chegar a conclusão de que $AB = BA = M$.

Questão 04) Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 5 & 9 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ e uma matriz B de tamanho 4×4 tal que $det(B) = -3$. Determine:

a-1) $det(A)$. Usando eliminação de Gauss-jordan para encontrar matriz triangular superior.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 5 & 9 & 0 & 6 \end{bmatrix} R_2 - R_1 \to R_2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 5 & 9 & 0 & 6 \end{bmatrix} R_3 - R_1 \to R_3 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 5 & 9 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$R_4 - 5R_1 \to R_4 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -4 \end{bmatrix} R_3 - \frac{1}{2}R_2 \to R_3 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3/2 & -1 \\ 0 & 4 & 0 & -4 \end{bmatrix} R_4 - 2R_2 \to R_4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3/2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -4 \end{bmatrix} R_4 - \frac{4}{3}R_3 \to R_4 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3/2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -8/3 \end{bmatrix}$$

Assim sendo, obtida a matriz triangular, temos que o determinante de A será:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 5 & 9 & 0 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3/2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -8/3 \end{vmatrix} = 1 \times 2 \times \frac{-3}{2} \times \frac{-8}{3} = 8 \tag{7}$$

a-2) $det(A^2)$.

Como sabemos que $det(A) = 8$, temos que $det(A^2) = det(A) \times det(A) = 64$.

a-3) $det(B^3)$.

Como sabemos que $det(B) = -3$, temos que $det(B^2) = det(B) \times det(B) \times det(B) = -27$.

a-4) $det(3B^{-1})$.

Como sabemos que $det(B) = -3$, temos que $det(3B^{-1}) = 3^4 \times \frac{1}{det(B)} = -27$.

a-5) $det(\frac{1}{4}A^T)$.

Como sabemos que $det(A) = det(A^T) = 8$, temos que $det(\frac{1}{4}A^T) = \frac{1}{32}^4 \times det(A) = \frac{1}{32}$.

a-6) $det(A^T B^{-1})$.

Como sabemos que $det(A) = 8$ e $det(B) = -3$, temos que $det(A^T B^{-1}) = 8 \times -\frac{1}{3} = -\frac{8}{3}$.

b-1)A^{-1}. Usando eliminação de Gauss-jordan para encontrar matriz identidade.

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 9 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] R_2 - R_1 \rightarrow R_2 \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 9 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$R_3 - R_1 \to R_3 \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 9 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] R_4 - 5R_1 \to R_4 \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -4 & -5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\frac{R_2}{2} \to R_2 \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,5 & 0 & -0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -4 & -5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] R_3 - R_2 \to R_3$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,5 & 0 & -0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,5 & -1 & -0,5 & -0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -4 & -5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$R_4 - 4R_2 \to R4 \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,5 & 0 & -0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,5 & -1 & -0,5 & -0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & -3 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right] - \frac{R_3}{1,5} \to R_3$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,5 & 0 & -0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,6667 & 0,3333 & 0,3333 & -0,6667 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & -3 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right] R_4 - (-2)R_3 \to R_4$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,5 & 0 & -0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,6667 & 0,3333 & 0,3333 & -0,6667 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2,6667 & -2,3333 & -1,3333 & -1,3333 & 1 \end{array}\right] - \frac{R_4}{2,6667} \to R_4$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,5 & 0 & -0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,6667 & 0,3333 & 0,3333 & -0,6667 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0,875 & 0,5 & 0,5 & -0,375 \end{array}\right] R_3 - 0,6667R_4 \to R_3$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,5 & 0 & -0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0,25 & 0 & -1 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0,875 & 0,5 & 0,5 & -0,375 \end{array}\right] R_1 - 2R_4 \to R_1$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & -0,75 & -1 & -1 & 0,75 \\ 0 & 1 & 0,5 & 0 & -0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0,25 & 0 & -1 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0,875 & 0,5 & 0,5 & -0,375 \end{array}\right] R_2 - 0,5R_3 \to R_2$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 0 & 0 & -0,75 & -1 & -1 & 0,75 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0,375 & 0,5 & 0,5 & -0,125 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0,25 & 0 & -1 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0,875 & 0,5 & 0,5 & -0,375 \end{array}\right] R_1 - R_2 \to R_1$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -0,375 & -1,5 & -1,5 & 0,875 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0,375 & 0,5 & 0,5 & -0,125 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0,25 & 0 & -1 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0,875 & 0,5 & 0,5 & -0,375 \end{array}\right] = \begin{bmatrix} -0,375 & -1,5 & -1,5 & 0,875 \\ -0,375 & 0,5 & 0,5 & -0,125 \\ -0,25 & 0 & -1 & 0,25 \\ 0,875 & 0,5 & 0,5 & -0,375 \end{bmatrix} \tag{8}$$

b-2) $(\frac{1}{2}A^T)^{-1}$. Isso é o mesmo que $2(A^{-1})^T$, logo:

$$(A^{-1})^T = 2 \times \begin{bmatrix} -0,375 & -0,375 & -0,25 & 0,875 \\ -1,5 & 0,5 & 0 & 0,5 \\ -1,5 & 0,5 & -1 & 0,5 \\ 0,875 & -0,125 & 0,25 & -0,375 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,75 & -0,75 & -0,5 & 1,75 \\ -3 & 1 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & -2 & 1 \\ 1,75 & -0,25 & 0,5 & -0,75 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Questão 05) Exercícios com python.

a) Responda a questão 2 e a questão 4(b) usando Python. Especifique os comandos utilizados em cada uma e as respostas (ou os erros) obtidas[1].

4-b)

```
import numpy as np

# Cria as matrizes
A = np.array([[1, 1, 0, 2], [1, 3, 1, 2], [1, 2, -1, 1], [5, 9, 0, 6]])

# Calcula A^-1
M = np.linalg.inv(A)
# Seta precisao de 3 decimais
np.set_printoptions(precision=3, suppress=True)

# Imprime valor
print(M)

# [[-0.375 -1.5    -1.5     0.875]
#  [-0.375  0.5     0.5    -0.125]
#  [-0.25  -0.     -1.      0.25 ]
```

[1] Utilizou-se as *libraries* Pandas e Numpy para cálculo de todas as operações

```
#  [ 0.875  0.5    0.5   -0.375]]

# Calcula (1/2*A^T)^-1
M2 = np.linalg.inv(0.5 * A.transpose())
# ou
M3 = 2*M.transpose()

print(M2)

# [[-0.75 -0.75 -0.5   1.75]
#  [-3.    1.   -0.    1.  ]
#  [-3.    1.   -2.    1.  ]
#  [ 1.75 -0.25  0.5  -0.75]]
```

2-a) $AB - BA$

```
import pandas as pd

# Cria as matrizes
A = pd.DataFrame([[2, 0], [6, 7]])
B = pd.DataFrame([[0, 4], [2, -8]])

# Calcula AB-BA
M=A.dot(B) - B.dot(A)

# Imprime valor
print(M)

#     0   1
# 0 -24 -20
# 1  58  24
```

2-b) $2C - D$. Efetua-se a subtração apenas das linhas que são possíveis retornando NaN (not a number) nas que não são possíveis.

```
import pandas as pd

C = pd.DataFrame([[-6, 9, -7], [7, -3, -2]])
D = pd.DataFrame([[-6, 4, 0], [1, 1, 4], [-6, 0, 6]])

# Calcula 2C-D (calculo pode ser feito diretamente)
M = 2*C-D

# Imprime valor
print(M)
```

```
#        0     1     2
# 0   -6.0  14.0 -14.0
# 1   13.0  -7.0  -8.0
# 2    NaN   NaN   NaN
```

2-c) $(2D^T - 3E^T)^T$.

```
import pandas as pd

# Cria as matrizes
D = pd.DataFrame([[-6, 4, 0], [1, 1, 4], [-6, 0, 6]])
E = pd.DataFrame([[6, 9, -9], [-1, 0, -4], [-6, 0, -1]])

# Calcula (2D^T-3E^T)
M = 2*D.T-3*E.T
# Calcula a transposta de M
MT = M.T
# Imprime valor
print(MT)

#      0   1   2
# 0  -30 -19  27
# 1    5   2  20
# 2    6   0  15
```

2-d) $D^2 - DE$.

```
import pandas as pd

# Cria as matrizes
D = pd.DataFrame([[-6, 4, 0], [1, 1, 4], [-6, 0, 6]])
E = pd.DataFrame([[6, 9, -9], [-1, 0, -4], [-6, 0, -1]])

# Calcula D^2-DE
M = D.dot(D)-D.dot(E)
# Imprime valor
print(M)

#      0   1   2
# 0   80  34 -22
# 1  -10  -4  45
# 2   72  30 -12
```

2-d) $(DC)^T$. Erro quando calcula a multiplicação entre D e C

```
import pandas as pd

# Cria as matrizes
C = pd.DataFrame([[-6, 9, -7], [7, -3, -2]])
D = pd.DataFrame([[-6, 4, 0], [1, 1, 4], [-6, 0, 6]])

# Calcula DC
M = D.dot(C)
# Calcula M^T
MT = M.T
# Imprime valor
print(MT)

# Error in M = D.dot(C)
# raise ValueError("matrices are not aligned")
# ValueError: matrices are not aligned
```

b) Realize o seguinte experimento para tentar ter uma ideia de quão comum é encontrar matrizes cujo produto comuta. Em Python, digite as seguintes linhas de comando:

```
import numpy as np
c=0

for i in range(10000):
    A=np.random.randint(-5,5,size=(3,3))
    B=np.random.randint(-5,5,size=(3,3))
    C=A@B==B@A
    if C.all():
        c=c+1
print(c)
```

Na primeira linha é o *import* da *library*, na segunda atribuição de valor a uma variável inteira, na terceira o ínicio do loop até 10000, na quarta e quinta duas matrizes randômicas de tamanho 3×3 para as variáveis A e B, na sexta a comparação de igualdade entre os produtos $A@B$ e $B@A$ (verificando a comutação), na sétima a condição de que se ambos forem iguais a variável C é incrementada em 1, na oitava linha o valor de c é impresso.

A variável c poderá ter valores entre 0 e 10000, pois o loop é executado 10000 vezes, dependendo apenas se o produto $A@B$ é igual a $B@A$ ou não. As matrizes A e B são geradas randômicamente e podem ter valores entre -5 e 5 e a comutação pode não ocorrer em todos os casos.

c) Realize o seguinte experimento para tentar ter uma ideia de quão comum é encontrar matrizes invertíveis. Em Python, digite as seguintes linhas de comando:

```python
import numpy as np
c=0
for i in range(10000):
    A=np.random.randint(-5,5,size=(4,4))
    if np.linalg.det(A) != 0:
        c+=1

print(c)
```

Na primeira linha é o *import* da *library*, na segunda atribuição de valor a uma variável inteira, na terceira o ínicio do loop até 10000, na quarta e quinta uma matriz randômica de tamanho 4×4 para a variável A, na sexta a condição de que se o determinante for diferente de 0 a variável c é incrementada em 1, na sétima linha o valor de c é impresso.

A variável c poderá ter valores entre 0 e 10000, pois o loop é executado 10000 vezes, dependendo apenas se o determinante for diferente de 0 ou não. As matrizes A são geradas randômicamente e podem ter valores entre -5 e 5.