Universidade Federal da Bahia
Programa de Pós-Graduação em Ciência de Dados e Big Data
Carlos Magno Santos Ribeiro de Brito

Prof Dra. Majela Penton Machado

Respostas da segunda lista de exercício

Questão 01) Determine as condições que as constantes b_1, b_2, b_3 devem satisfazer para garantir a consistência do sistema linear.

$$\begin{cases} x - 2y + 5z = b_1 \\ 4x - 5y + 8z = b_2 \\ -3x + 3y - 3z = b_3 \end{cases}$$

Duas perguntas têm que ser feitas para essa verificação:

(a) É um sistema possível de ser resolvido?

(b) É um sistema possível determinada/única ou indeterminadas soluções?

Para responder essas questões, primeiramente devemos encontrar a **matriz escalonada**, por meio de operações elementares na matriz dos coeficientes.

Usando eliminação de gauss, tem-se:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 4 & 5 & 8 \\ -3 & 3 & 0 \end{bmatrix} R_2 - 4R_1 \to R_2 \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 13 & -12 \\ -3 & 3 & -3 \end{bmatrix} R_3 - (-3)R_1 \to R_3 \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 13 & -12 \\ 0 & -3 & 12 \end{bmatrix}$$

$$R_3 - \frac{-3}{13} R_2 \to R_3 \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 13 & -12 \\ 0 & 0 & {}^{120}/_{13} \end{bmatrix}$$

A partir disso, obtemos o seu posto, isto é, o número de linhas não-nulas quando a matriz é escalonada $p(M) = 3$. Ainda, para a matriz aumentada teremos que qualquer número real para os valores de b_1, b_2 e b_3 satizfazem a condição de que seu posto seja também $p(M|B) = 3$. Assim sendo, o sistema é um sistema possível, já que temos uma solução única, ou seja $p(M|B) = p(M)$. Além disso, é também determinado, com $p(M) = n$, sendo n o número de variáveis. Na condição de que o sistema apresentasse $p(M) = p(M|B) < n$ ele seria consistente e indeterminado, ou seja, haveria infinitas soluções. No caso de $p(M|B) > p(M)$ o sistema seria inconsistente e não seria possível de ser resolvido.