INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA EN SISTEMAS COMPUTACIONALES
ACADEMIA DE INGENIERÍA DE SOFTWARE

Profesora: M. en C. Ma. Elena Cruz Meza,
e-mail: mcruzm@ipn.mx,

ANÁLISIS DE IMÁGENES

Análisis de Imágenes

Unidad IV

Morfología Matemática

Unidad IV

Introduccion…

4.1 Morfología matemática de conjuntos

Que es la Morfología Matemática?

- En biología, el término ***morfología*** se refiere al estudio de la forma y la estructura de plantas y animales.
- En imágenes, se refiere a una rama del procesamiento y análisis de imágenes no lineal, desarrollado inicialmente por George Matheron y Jean Serra, al concentrarse en la estructura geométrica de las imágenes, la cual puede ser:
  - una macronaturaleza, donde la meta es el análisis de formas tales como las de las herramientas manuales o de los caracteres impresos,
  - una micronaturaleza donde uno puede interesarse en la distribución de partículas o texturas generadas por pequeñas primitivas.

4.1 Morfología matemática de conjuntos

Que es la Morfología Matemática?…

- La Morfología Matemática o simplemente la morfología, puede ser definida como una teoría para el análisis de estructuras espaciales.
- Es llamada morfología porque analiza la forma de los objetos y es matemática, en el sentido de que el análisis está basado en la teoría de conjuntos, la geometría integral y el álgebra de “lattices” o reticulados.
- La MM no es solo una teoría, sino una poderosa técnica de análisis de imágenes

4.1 Morfología matemática de conjuntos

¿Dónde se aplica?

- El alcance es tan amplio PDI por sí mismo: mejoramiento, segmentación, restauración, detección de bordes, análisis de texturas, análisis de partículas, generación de características, esqueletización, análisis de imágenes en general, compresión, análisis de componentes, rellenado de curvas.
- Aplicados, como en la visión por computadora, la inspección industrial, la microscopía de todo tipo, la medicina, el sensaje remoto, la biología, la metalurgia, en la lectura automática de caracteres escritos a máquina o manuscritos, en fin.

4.1 Morfología matemática de conjuntos

El elemento de estructura (EE)

- Cuando decimos que el procesamiento morfológico está basado en la Geometría, lo entendemos en un sentido específico. La idea básica, es inspeccionar una imagen con un ee y cuantificar la manera en la cual dicho elemento se ajusta o no dentro de la imagen.
- En la Figura 1 vemos una imagen binaria y un ee cuadrado. El ee se muestra localizado en dos posiciones diferentes.
- En la primera posición se ajusta completamente dentro de la imagen y en la otra no. Al marcar los lugares en los cuales el ee se ajusta dentro de la imagen, obtenemos información estructural concerniente a la misma.

4.1 Morfología matemática de conjuntos

El elemento de estructura …

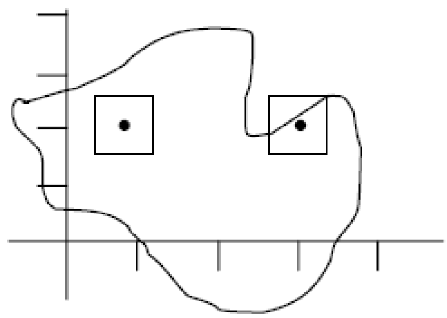


Figura 1. Ajuste y no ajuste de un elemento de estructura en una imagen

- Esta información depende del tamaño y forma del EE, y como enfatiza Matheron, "La naturaleza de la información es consecuencia de la elección del elemento de estructura".

4.1 Morfología matemática de conjuntos

El elemento de estructura …

- El objetivo de las transformaciones morfológicas es la extracción de estructuras geométricas en los conjuntos sobre los que opera (imágenes), mediante la utilización de otro conjunto de forma conocida llamado elemento de estructura.
- Se le llama Elemento de Estructura (EE) a una distribución bi- o tridimensional de píxeles dispuestos regularmente (formando cuadrados, rectángulos, conos, etc.) o irregularmente (sin una forma regular), los cuales se definen por su largo y ancho (tamaño), niveles de gris y con un punto de referencia, imprescindible para procesar digitalmente las imágenes mediante técnicas morfológicas.
- El origen del EE es un concepto importante, pues define la traslación de las interacciones.

4.1 Morfología matemática de conjuntos

El elemento de estructura …

- El EE se considera como una matriz de valores discretos relativos a una posición dada que se le da el nombre de origen o punto de referencia del EE. La simbolizamos como (S(x,y)) (Fig. 2).

S(x-1,y-1)	S(x,y-1)	S(x+1,y-1)
S(x-1,y)	S(x,y)	S(x+1,y)
S(x-1,y+1)	S(x,y+1)	S(x+1,y+1)

Figura 2. Esquema de un elemento de estructura

Los elementos estructurales solo pueden tener 3 posibles valores por casilla, 1, 0 ó X. En las imágenes binarias los únicos valores para la matriz son 0 y 1. X representa un valor cualquiera del 0 al 255 en las imágenes en niveles de gris.
El tamaño del elemento estructural depende de los pixeles que se involucren para la operación a realizar

4.1 Morfología matemática de conjuntos

Atributos de un EE

- Los atributos de un EE son:
  - Tamaño.
  - Forma.
  - Cantidad de celdas (depende del tamaño y forma del EE).
  - Valor de cada celda o píxel. Los valores pueden ser 1 ó 0 en binarios y del 0 al 255 en niveles de gris.
- La forma y el tamaño de los EEs deben ser adaptados a las propiedades geométricas de los objetos de la imagen que va a ser procesada; por ejemplo, los EEs lineales son adecuados para la extracción de objetos lineales

4.1 Morfología matemática de conjuntos

La elección del EE

- Algunas formas pueden ser consideradas para un EE, aunque sólo un rango limitado de EEs se usa en aplicaciones prácticas.
- Aparte de la forma, uno puede también definir un tamaño específico y, para algunos EEs asimétricos, una orientación específica
- Tipos de EE
  - EEs adaptativos.
  - EEs compuestos.
  - EEs simetrico elementales.
  - EEs adicionales.
  - EEs para entrenamiento de Redes morfológicas.
  - EEs optimizados.

4.1 Morfología matemática de conjuntos

Ejemplo de distintas estructuras para un EE

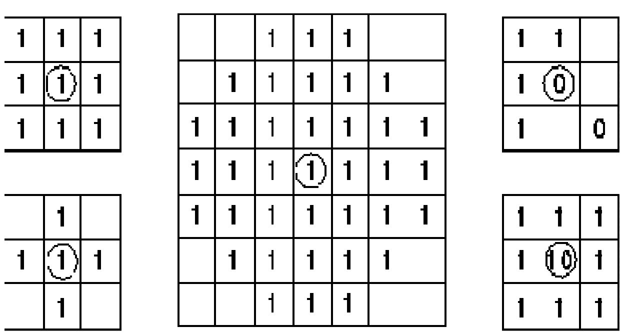


Figura 3 Algunos ejemplos de ee

Note que cada punto en el ee puede tener un valor indistinto. En los ee simples usado para imágenes binarias, en operaciones tal como la erosión, los ee tienen un solo valor, en este caso representado como 1

4.1.1 La imagen binaria como conjunto

Morfológica Binaria

- El lenguaje de la morfología matemática binaria es la teoría de conjuntos.
- Los conjuntos en morfología matemática representan las formas presentes en imágenes binarias o en niveles de gris:
  - *El conjunto de todos los píxeles blancos y negros en una imagen binaria, constituye una descripción completa de la imagen.*
- En las imágenes binarias los puntos seleccionados son los que no pertenecen al fondo.

4.1.1 La imagen binaria como conjunto

Imagen binaria

- En imágenes binarias los conjuntos son miembros del espacio bidimensional entero *Z2*, donde cada elemento de un conjunto es una tupla (vector bidimensional) cuyas coordenadas son las coordenadas (x,y) de un pixel negro de una imagen

4.1.2 Traslación y reflexión

Traslación y Reflexión

- Sean A y B conjuntos con Z^2, con componentes $a=(a1,a2)$ y $b=(b1, b2)$, respectivamente. La **traslación** de A por $x=(x1,x2)$ representada por $(A)_x$ se define como:

$$(A)_x = \{c \mid c = a + x, \text{ para } a \in A\}$$

- La **reflexión** representada por $B\hat{}$ se define como:

$$(B\hat{}) = \{x \mid x = -b, \text{ para } b \in B\}$$

4.1.2 Traslación y reflexión

Otras definiciones básicas…

- El complemento del conjunto A:

$$(Ac) = \{x \mid x \notin A\}$$

- Finalmente la diferencia de dos conjuntos A y B, representadas por $A\text{-}B$ se define como:

$$A\text{-}B = \{x \mid x \in A, x \notin B\} = A \cap Bc$$

4.1.3 Dilatación y erosión

La Dilatación

- La dilatación es la transformación morfológica que combina dos vectores mediante la suma.
- La dilatación binaria fue usada primero por Minkowski, por lo que en la literatura matemática recibe el nombre de suma o adición de Minkowski. Si f y b son conjuntos en un *n-espacio* Z^n con elementos y $f= (f1, \ldots, fn)$ y $b=(b1,\ldots,bn)$, respectivamente, siendo ambos *n-tuplas*, entonces la dilatación de f por b es el conjunto de todos los posibles vectores que son suma de pares de elementos, uno de f y otro de b.

4.1.3 Dilatación y erosión

Dilatación …

- Formalmente, la dilatación de f por b, denotada como, $\delta_Y(f)(x,y)$ se define mediante la expresión:

$$\delta_Y(f)(x,y) = \max_{(s,t) \in Y} f(x-s, y-t)$$

- Usualmente en la practica manipulada como:

$$A \oplus B = \{c \in E^n / c=a+b \text{ para todo } a \in A \text{ y } b \in B\}$$

Al ser la suma conmutativa, la dilatación también lo es:
$$A \oplus B = B \oplus A$$

4.1.3 Dilatación y erosión

Dilatación …

- En la práctica, los conjuntos *A* y *B* no son simétricos. El primer elemento de la dilatación *A* está asociado con la imagen que se está procesando y el segundo elemento, llamado **elemento estructural** o **elemento de estructura**, es la forma (geométrica) que actúa sobre *A* en la dilatación para producir $A \oplus B$.
- Con la dilatación siempre ocurre una expansión de la imagen cuando la referencia se encuentra dentro del elemento de estructura, es decir, la imagen original siempre será un subconjunto de la imagen resultante.

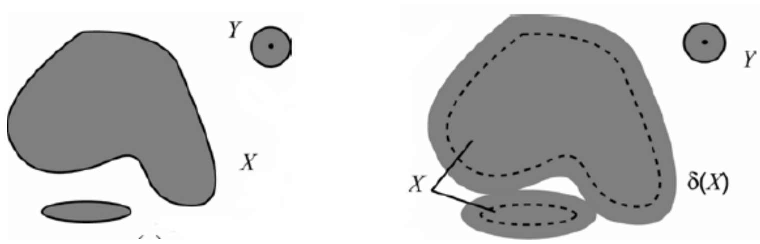
4.1.3 Dilatación y erosión

Dilatación …

- La dilatación, en general, tiene las siguientes propiedades:
  - La dilatación por un elemento estructural trasladado es igual a la traslación de la dilatación $A \oplus B_t = (A \oplus B)_t$
  - Propiedad distributiva: $A \oplus (B \cup C) = (A \oplus B) \cup (B \oplus C)$
  - Asociatividad (iteración): $A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$
  - Expansión: $A \subseteq B \Rightarrow A \oplus K \subseteq B \oplus K$ *$lcm\ \forall K_{(\&)}$

4.1.3 Dilatación y erosión

Dilatación …

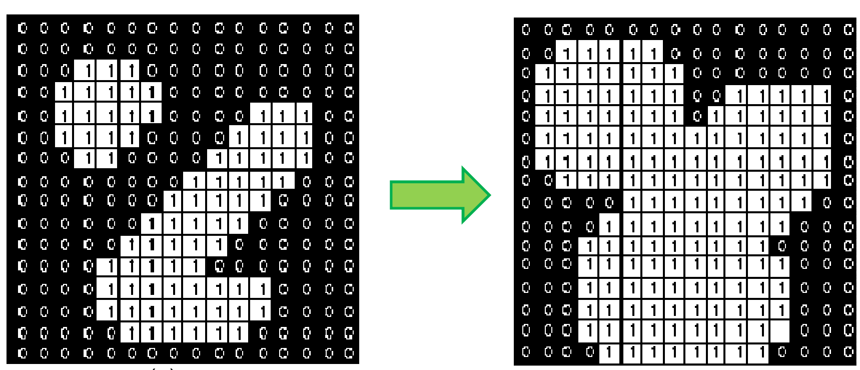


El efecto de la operación de dilatación puede observarse, en donde un ee *Y* en forma de disco circular aumenta la definición del objeto *X*.

El valor de dilatación de un píxel (x,y) es el máximo valor de la imagen en la ventana de la vecindad definida por el ee cuando su origen se sitúa en (x,y).

4.1.3 Dilatación y erosión

Ej. de la dilatación

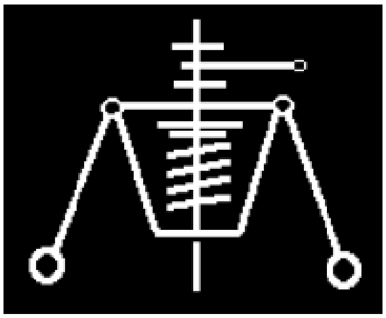


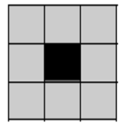
(a) (b)

Efecto de la dilatación de una imagen binaria usando un ee de 3x3 cuadrado

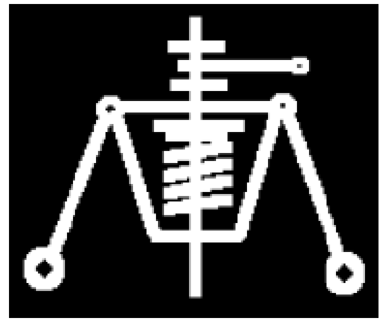
4.1.3 Dilatación y erosión

Dilatación …





ee de 3x3



(a) (b)

La dilatación de la imagen binaria (a) por un ee de tamaño 3x3. En la Imagen resultante (b) el objeto aumenta su definición.

4.1.3 Dilatación y erosión

La Erosión

- Formalmente, la erosión de f por b, denotada como, $\varepsilon_Y(f)(x,y)$ se define mediante la expresión:

$$\varepsilon_Y(f)(x,y) = \min_{(s,t)\in Y} f(x+s, y+t)$$

- Usualmente en la practica manipulada como:

$$A \Theta B = \{x \in Z^n / x+b \in A \ \ para\ todo\ b \in B\}$$

4.1.3 Dilatación y erosión

Erosión …

- Como puede notarse, la erosión es la operación morfológica dual de la dilatación. Es la transformación morfológica que combina dos conjuntos mediante el concepto de inclusión.
- Si A y B son conjuntos en el espacio euclideano *n-dimensional*, entonces la erosión de A por B es el conjunto de todos los elementos x para los que $x+b \in A \; \forall \; b \in B$. La sustracción de *Minkowski* está muy relacionada con la erosión.

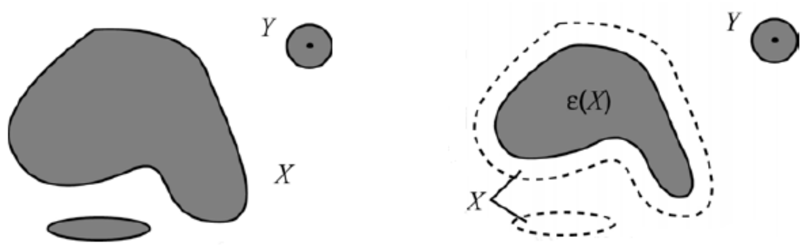
4.1.3 Dilatación y erosión

Erosión ...

- La transformación de la erosión es el resultado de comprobar si el *ee* Y, está totalmente incluido dentro del conjunto X. Cuando esto no ocurre, el resultado de la oración es el conjunto vació.
- La erosión se concibe usualmente como una reducción de la imagen original. En términos de la teoría de conjuntos, el conjunto erosionado siempre está contenido en el original.

4.1.3 Dilatación y erosión

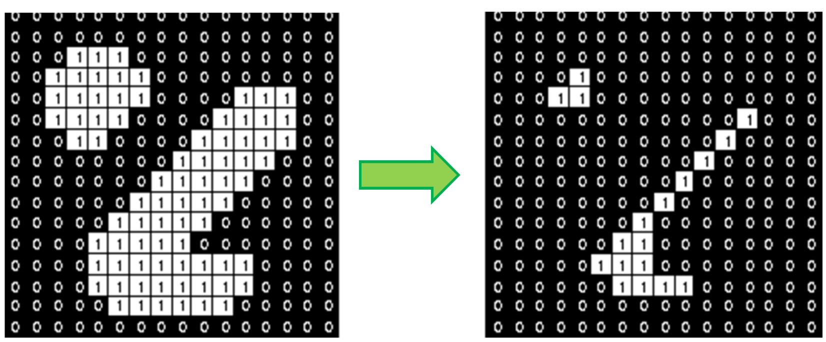
Erosión …



- El efecto de esta operación puede observarse en la figura, en la que un ee Y, en forma de disco circular, hace desaparecer las estructuras de menor tamaño al elemento.
- La erosión es el mínimo valor de la función imagen en la ventana, definida por un ee cuando su origen se sitúa en (x,y). El resultado es el mínimo valor de todos los píxeles bajo la definición del ee.

4.1.3 Dilatación y erosión

Erosión …



Efecto de la erosión de una imagen binaria usando un ee de 3x3 cuadrado

- En el resultado de la erosión se tienen aquellos puntos de *A*, para los cuales todas las posibles traslaciones definidas por *B* también están en *A*

4.1.3 Dilatación y erosión

Erosión …

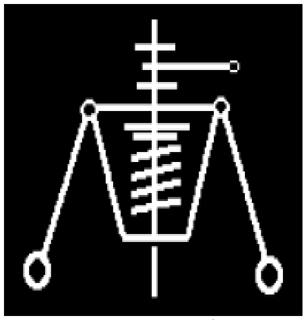
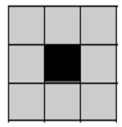


Imagen original



ee de 3x3

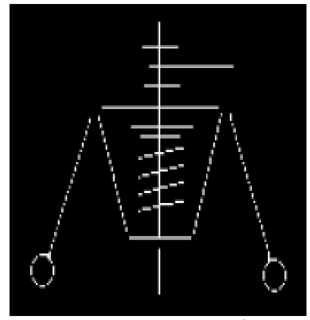


Imagen erosionada

- La erosión de la imagen binaria se realizo con ee de 3x3 cuadrado con origen en el centro. El origen del ee es importante pues define la orientación de la traslación

4.1.3 Dilatación y erosión

Ejemplos y ejercicios:

Consideremos la imagen A_1, A_2 y los elementos de estructuras B_1, B_2 y B_3, cuyo origen esta marcado con un "*" .

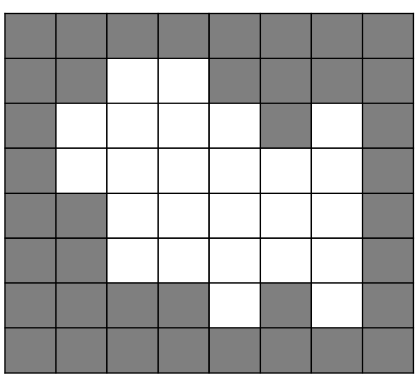
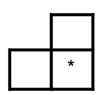
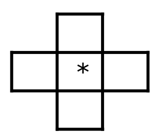


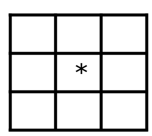
Imagen A_1



ee B1



ee B_2



ee B_3

4.1.3 Dilatación y erosión

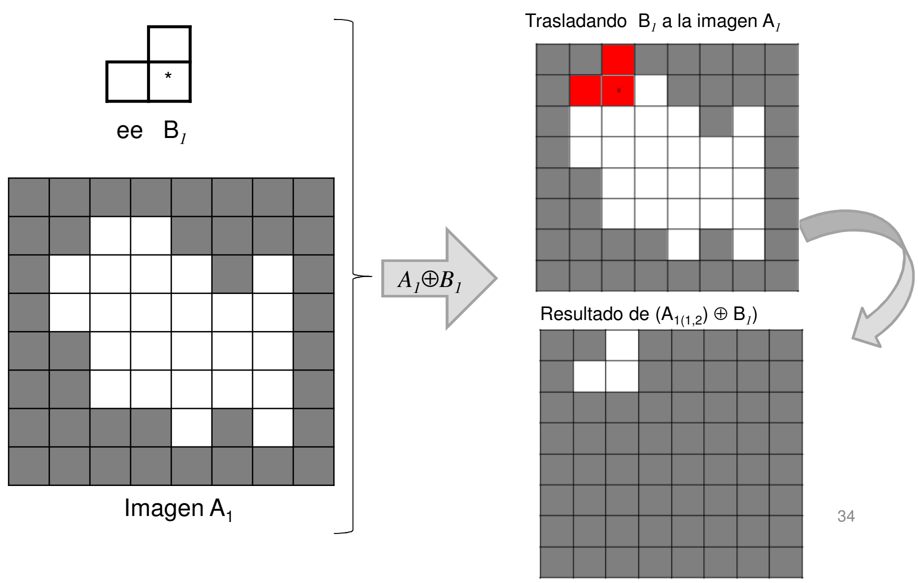
Ejemplo del operador dilatación con los elementos estructurantes B_1 y B_2

Utilizando los elementos de estructura B_1 y B_2, se muestra el proceso de la dilatación con el primer pixel de la imagen A_1 y repitiendo el proceso para cada pixel de toda la imagen, se muestra el efecto de este operador de forma completa con el último pixel de la imagen.

33

4.1.3 Dilatación y erosión

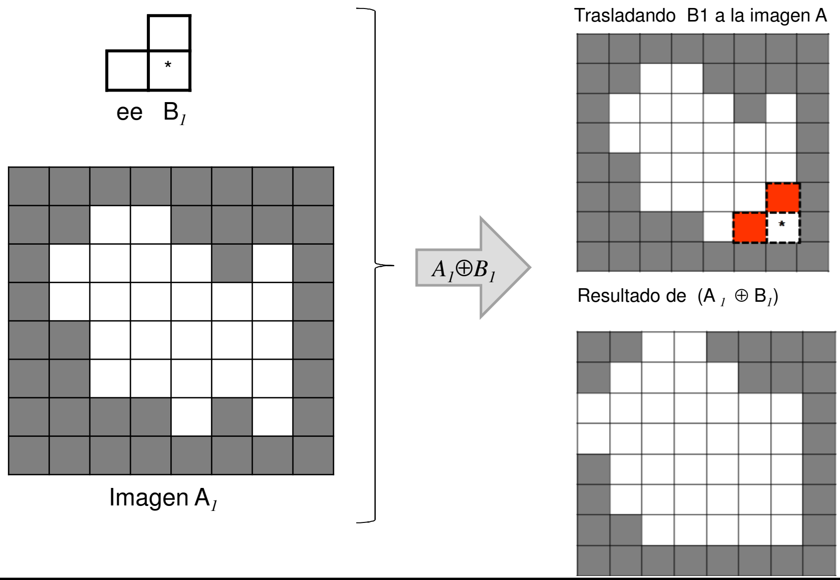
Realizando la dilatación del primer pixel A_1 (1,2) con B_1



34

4.1.3 Dilatación y erosión

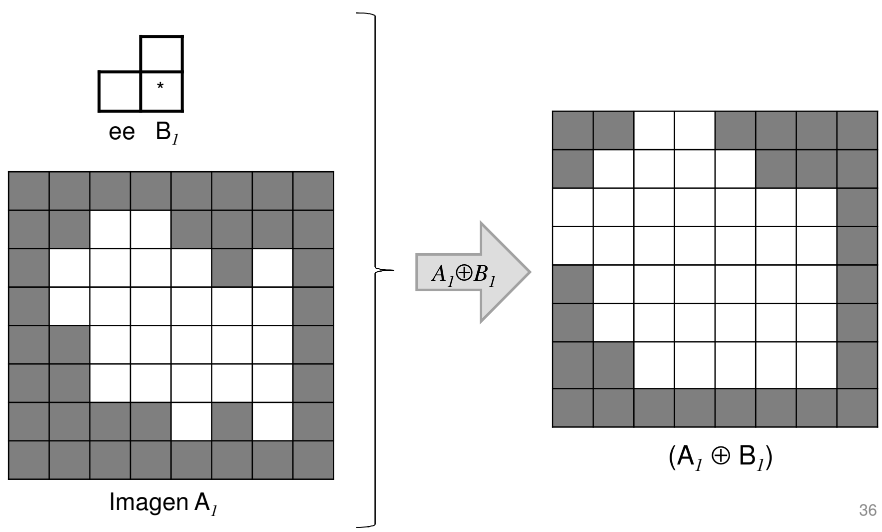
Realizando la dilatación del último pixel A_1 (6,6) con B_1



35

4.1.3 Dilatación y erosión

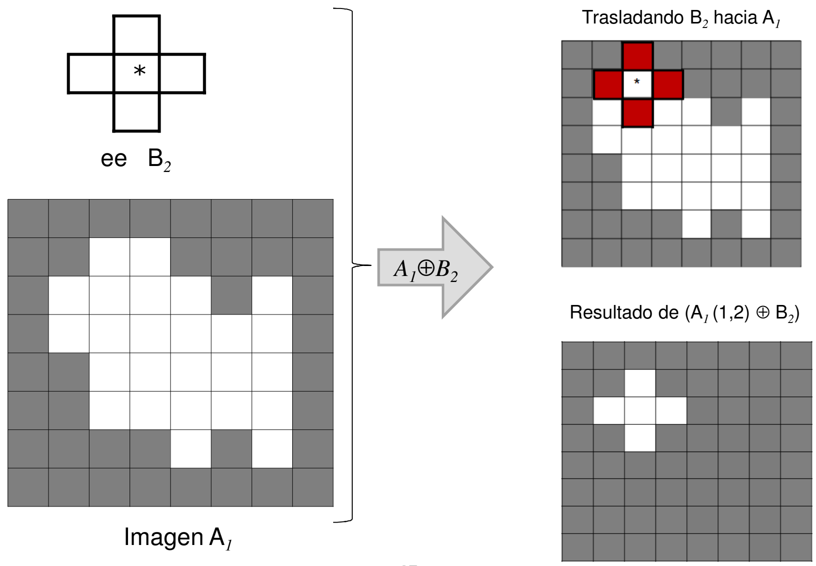
Resultado de la dilatación de A_1 con B_1



36

4.1.3 Dilatación y erosión

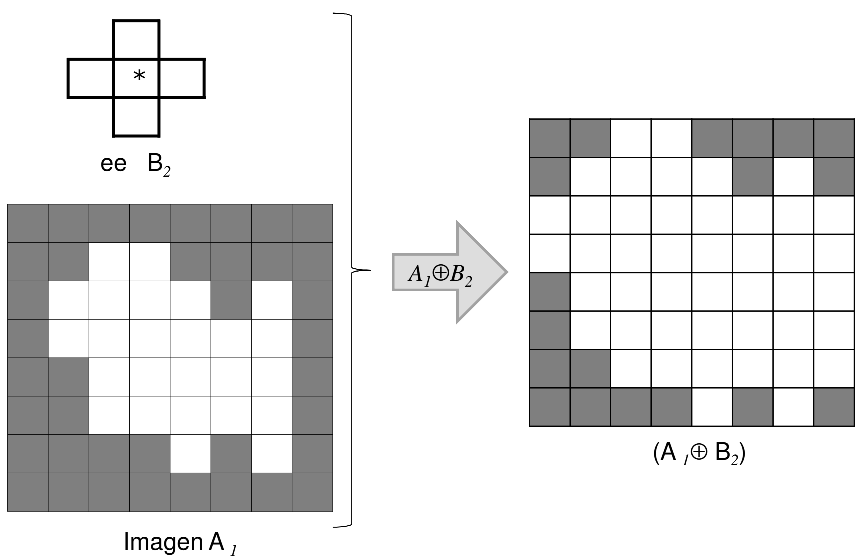
Resultado de la Dilatación de A_1 con B_2



37

4.1.3 Dilatación y erosión

Resultado de la Dilatación de A_1 con B_2



38

4.1.3 Dilatación y erosión

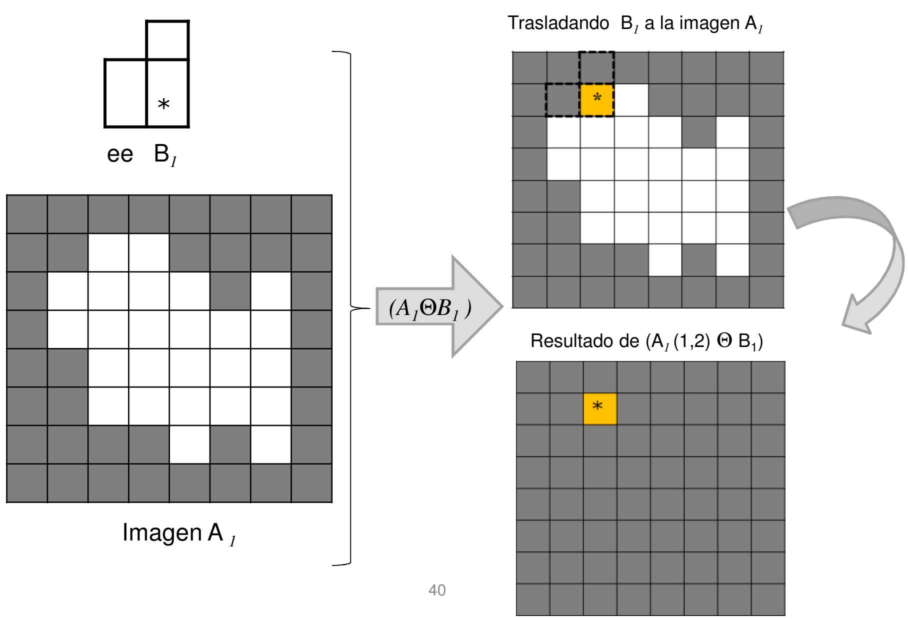
Ejemplo del operador erosión con los elementos estructurantes B_1 y B_2

Utilizando los elementos de estructura B_1 y B_2, se muestra el proceso de la erosión con el primer pixel de la imagen A_1 y repitiendo el proceso para cada pixel de toda la imagen, se muestra el efecto de este operador de forma completa con el último pixel de la imagen.

39

4.1.3 Dilatación y erosión

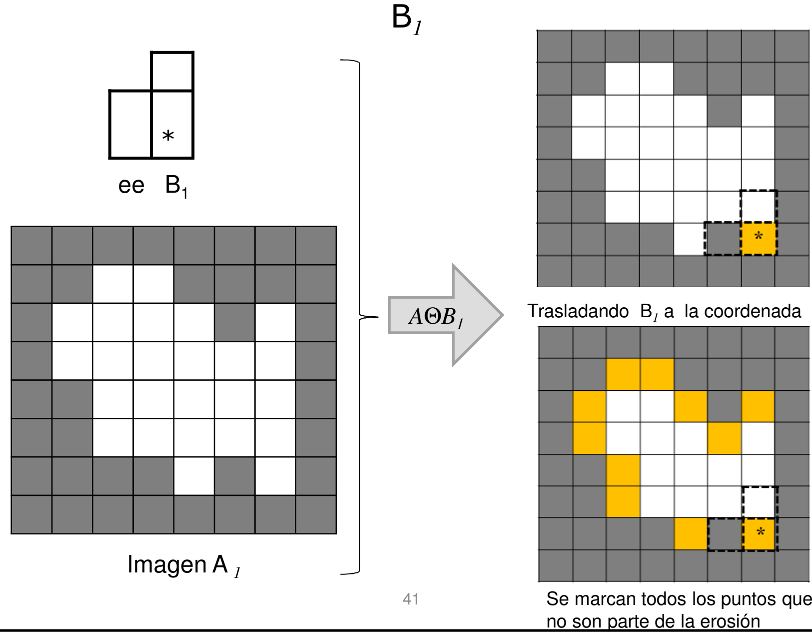
Realizando la Erosión del primer pixel $A_1(1,2)$ con B_1



40

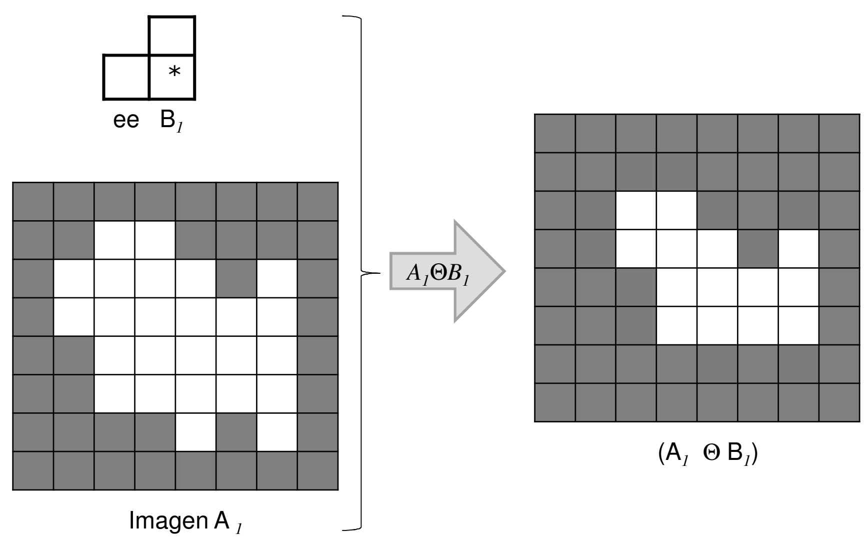
4.1.3 Dilatación y erosión

Realizando la Erosión del último pixel A_1 (6,6) con B_1



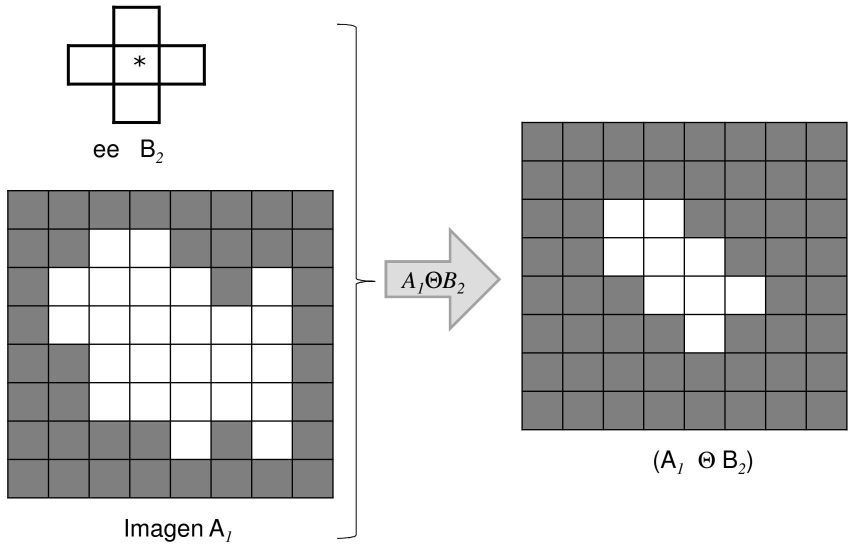
4.1.3 Dilatación y erosión

Resultado de la Erosión de A_1 con B_1



4.1.3 Dilatación y erosión

Resultado de la Erosión de A_1 con B_2



43

4.1.3 Dilatación y erosión

Ejercicios:

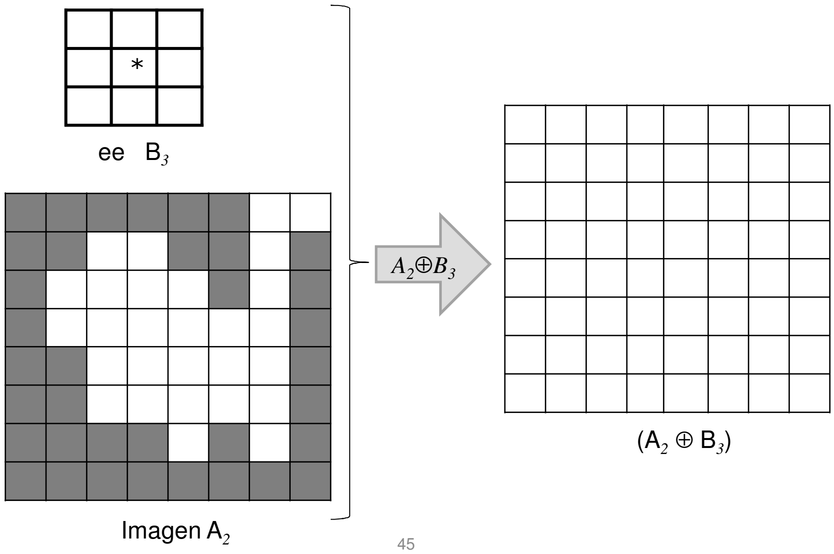
a) Realizar la **dilatación** de A_2 con el elemento de estructura B_3

b) Realizar la **erosión** de A_2 con el elemento de estructura B_3

44

4.1.3 Dilatación y erosión

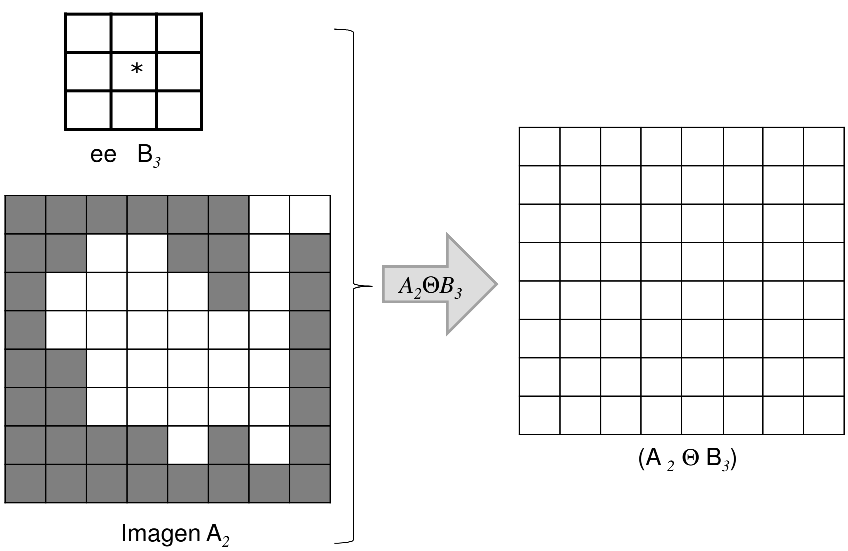
a) Realizar la Dilatación de A_2 con el ee B_3



45

4.1.3 Dilatación y erosión

b) Realizar la Erosión de A_2 con el ee B_3



46

4.1.4 Apertura y cierre

- La operación de erosión junto a la dilatación, son la base de cualquier transformación morfológica.
- Cualquier operador, transformación o algoritmo incluirá una erosión, una dilatación, o ambas primitivas en su implementación.
- Sin necesidad de formar nuevos operadores es posible encontrar nuevas aplicaciones interesantes en las trasformaciones básicas.

4.1.4 Apertura y cierre

- Como se ha mostrado, **la dilatación expande una imagen y la erosión la contrae**. Al combinar estos dos operadores se generan la apertura y la cerradura,
  - **la apertura** generalmente suaviza el contorno de una imagen, rompe istmos estrechos y elimina protuberancias delgadas.
  - **La clausura o cierre** también tiende a suavizar secciones de contornos pero, generalmente fusiona separaciones estrechas y entrantes delgados y profundos, elimina pequeños huecos y rellena agujeros del contorno.

4.1.4 Apertura y cierre

La Apertura

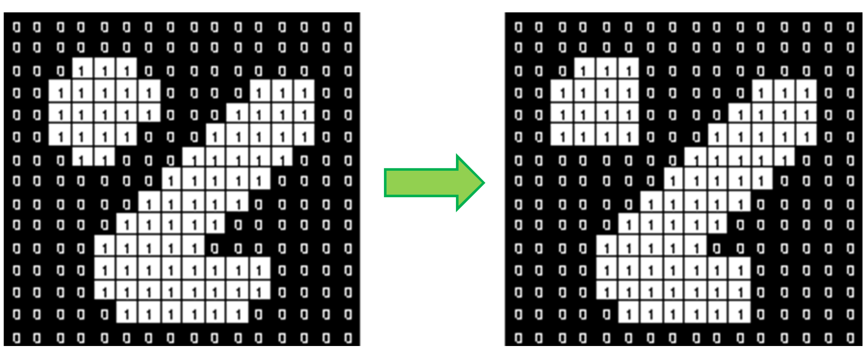
- La apertura de un conjunto A por un EE B, representada por AoB, se define como:

$$Ao\,B : (\,A \Theta B) \oplus B$$

que nos dice que la apertura de A por B es simplemente la erosión de A por B, seguida por una dilatación del resultado por B.

4.1.4 Apertura y cierre

Ejemplo del efecto de la Apertura:



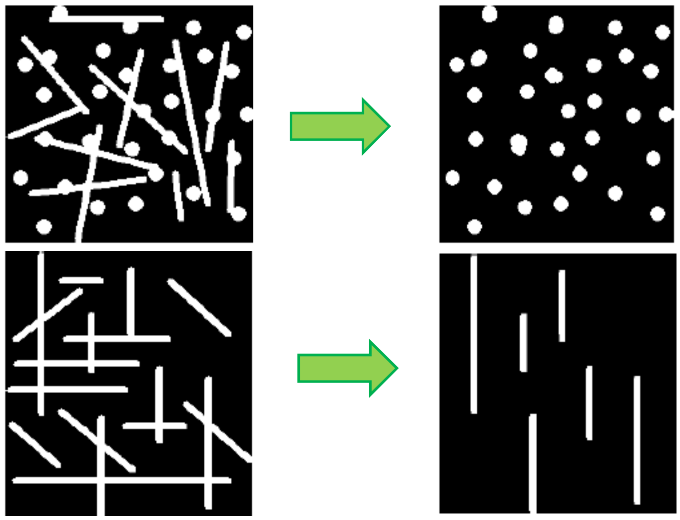
Como puede verse, se realiza primero una erosión y luego una dilatación, ambas con el mismo ee 3x3 cuadrado.

El efecto de la apertura es suavizar el contorno de los objetos, se tiende a eliminar los salientes que puedan haber en el contorno y se eliminan pequeños elementos.

50

4.1.4 Apertura y cierre

Ej. de la Apertura:



Efecto de la apertura usando un ee de 3×3 cuadrado

51

4.1.4 Apertura y cierre

La clausura o Cierre

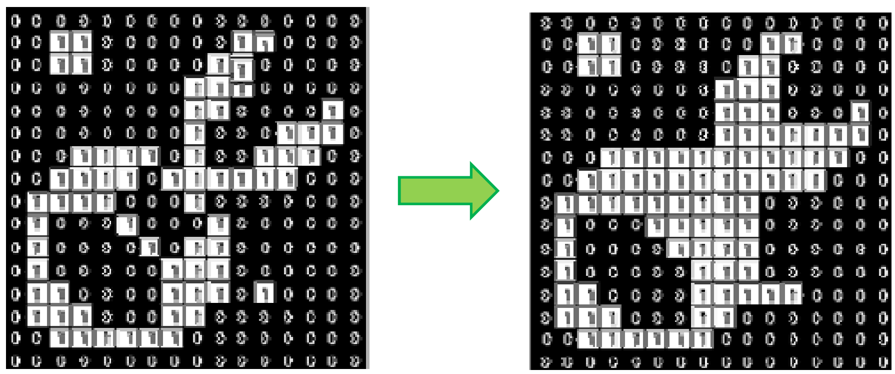
- El cierre del conjunto A por un EE B, representada por $A \bullet B$, se define como:

$$A \bullet B : (A \oplus B)\ \Theta B$$

que nos dice que la cierre de A por B es simplemente la dilatación de A por B, seguida por una erosión del resultado por B.

4.1.4 Apertura y cierre

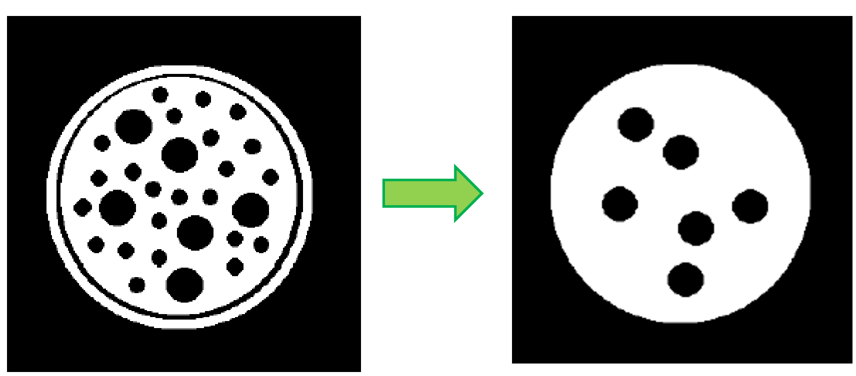
Ejemplo del efecto del Cierre:



Como puede observarse en el ejemplo, con el cierre se tiende a rellenar agujeros o se tiende a unir objetos cercanos

4.1.4 Apertura y cierre

Ej. del Cierre o clausura

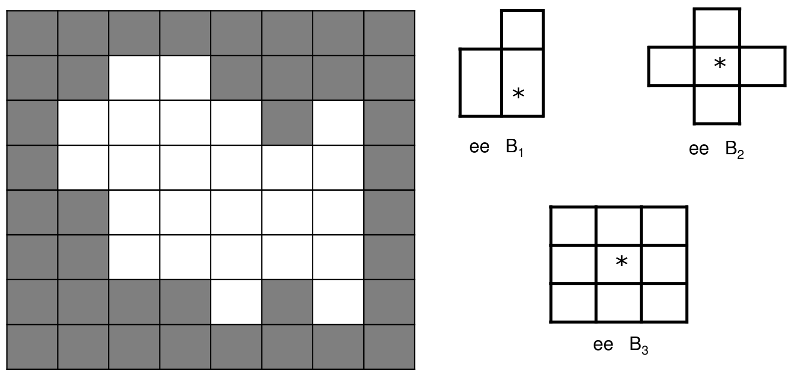


Efecto de la cerradura usando un ee de 3×3 cuadrado

4.1.4 Apertura y cierre

Ejemplos:

Consideremos la imagen A_1, A_3 y los elementos de estructuras B_1, B_2 y B_3, cuyo origen esta marcado con un "*" .



55

4.1.4 Apertura y cierre

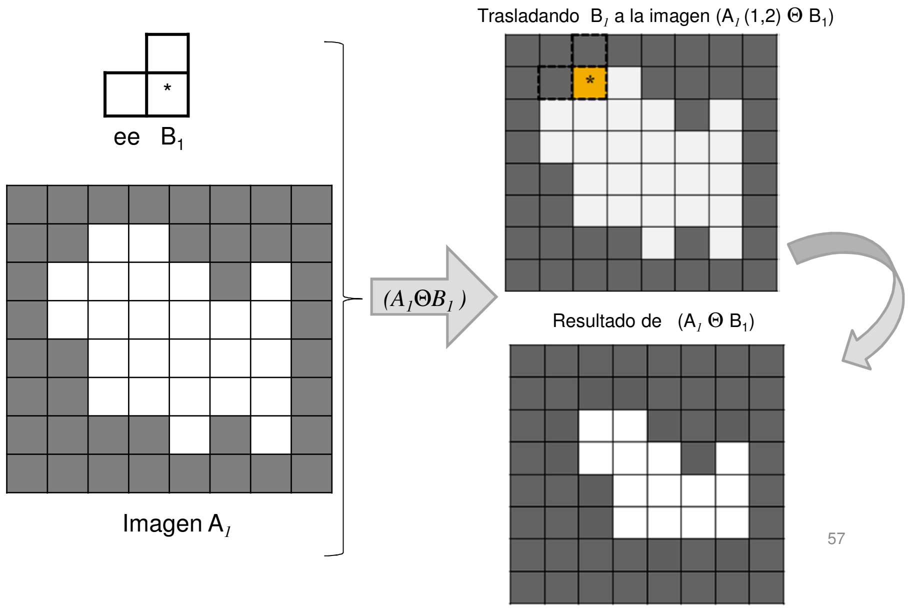
Realizando la apertura utilizando el elemento estructurante B_1

Utilizando los elementos de estructura B_1, se muestra el proceso de la apertura con el primer pixel de la imagen A_1 y repitiendo el proceso para cada pixel de toda la imagen, se muestra el efecto de este operador de forma completa con el último pixel de la imagen.

56

4.1.4 Apertura y cierre

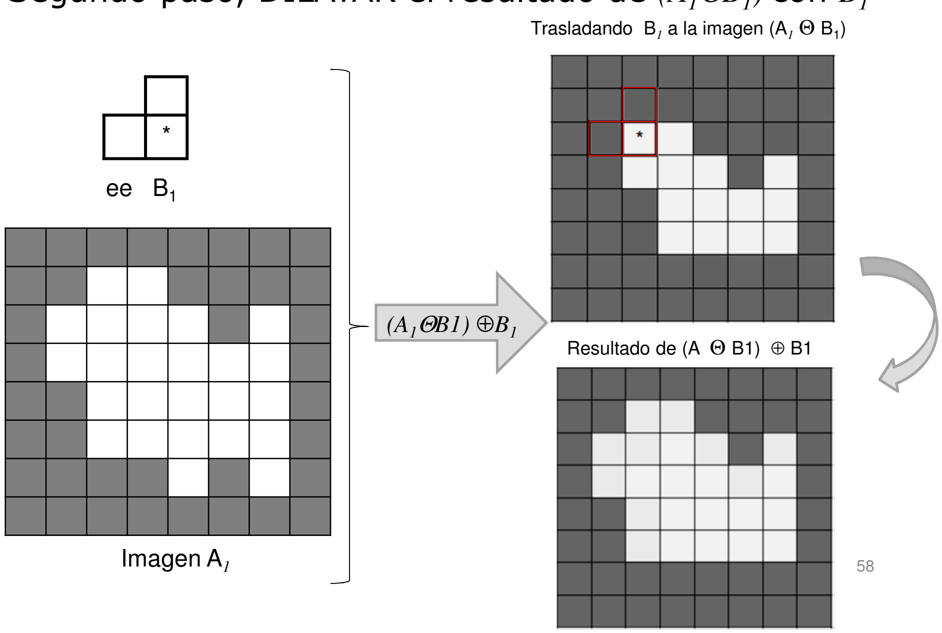
Primer paso, erosionar A_1 con B_1



57

4.1.4 Apertura y cierre

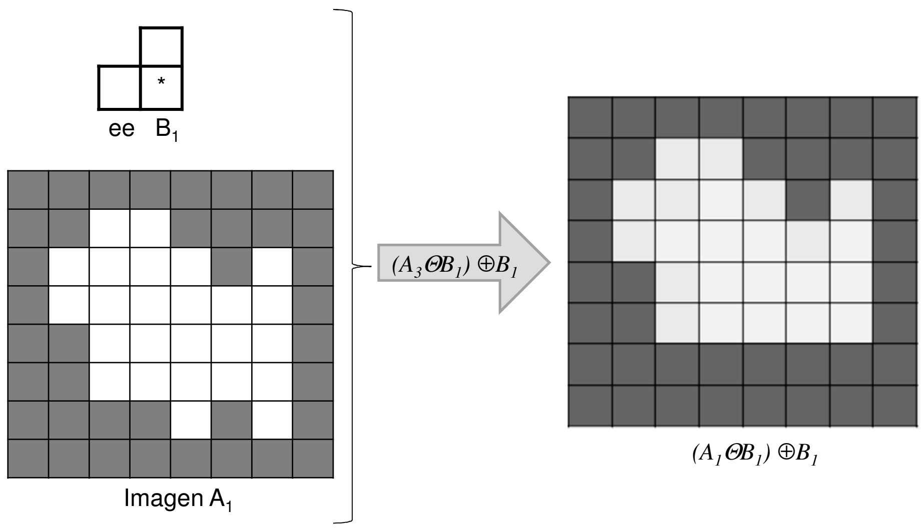
Segundo paso, DILATAR el resultado de $(A_1 \Theta B_1)$ con B_1



58

4.1.4 Apertura y cierre

Resultado de la apertura de A_1 con B_1



59

4.1.4 Apertura y cierre

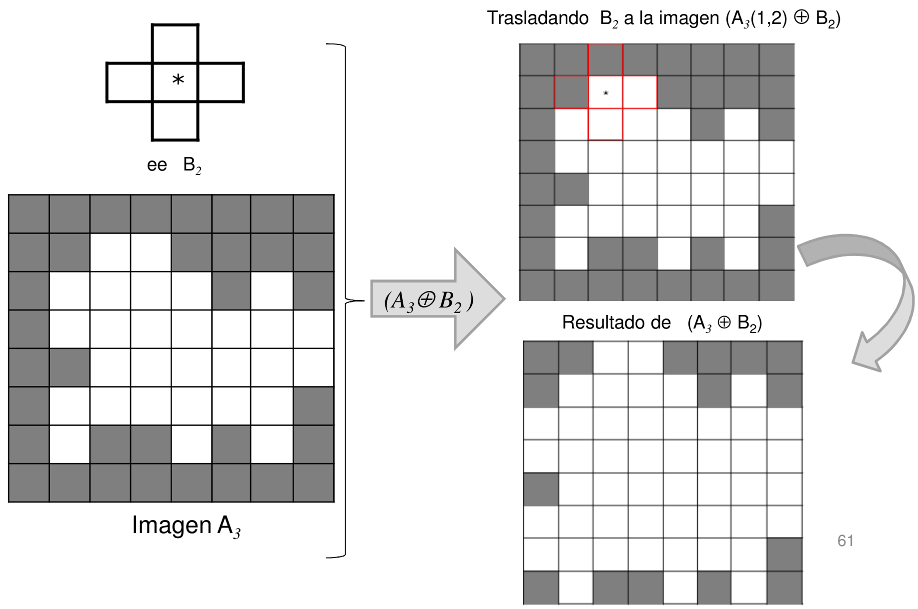
Realizando la cerradura de A_3 utilizando el elemento estructurante B2

Utilizando el elemento de estructura B2, se muestra el proceso de la cerradura con el primer pixel de la imagen A_3 y repitiendo el proceso para cada pixel de toda la imagen, se muestra el efecto de este operador de forma completa con el último pixel de la imagen.

60

4.1.4 Apertura y cierre

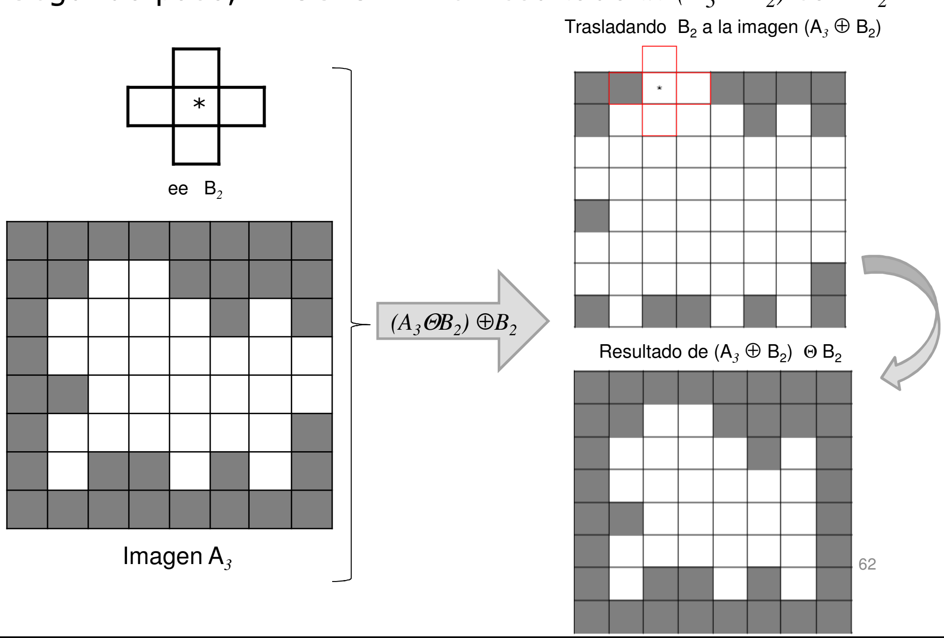
Primer paso, DILATAR A_3 con B_2



61

4.1.4 Apertura y cierre

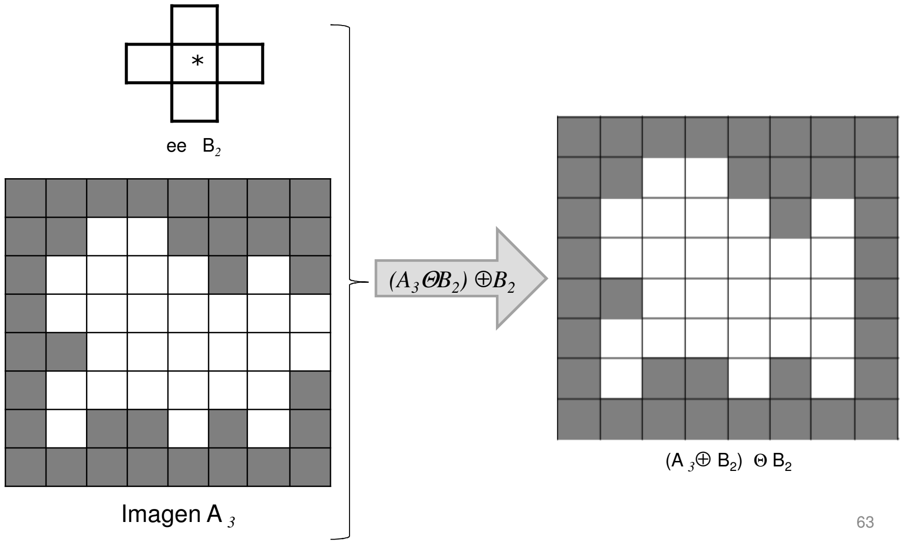
Segundo paso, EROSIONAR el resultado *de* $(A_3 \oplus B_2)$ con B_2



62

4.1.4 Apertura y cierre

Resultado del cierre de A_3 con B_2



63

4.1.4 Apertura y cierre

Ejercicios:

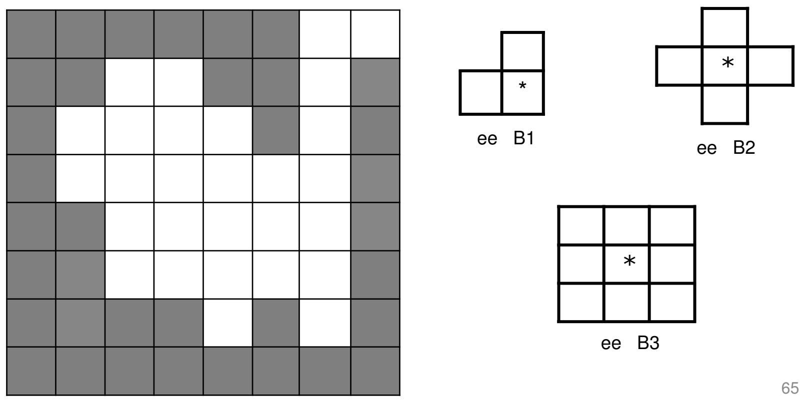
a) Realizar la **apertura** de A_2 con el elemento de estructura B_3

b) Realizar la **clausura** de A_3 con el elemento de estructura B_1

64

4.1.4 Apertura y cierre

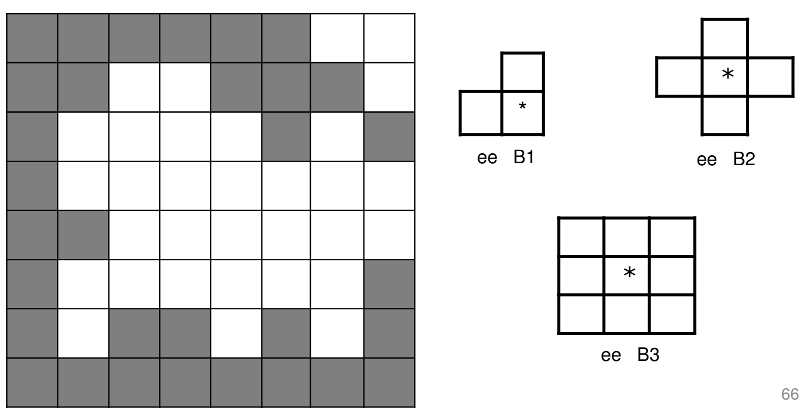
a) Obtener la apertura morfológica considerando la imagen A_2 y de la familia de elementos de estructura, aplicar el ee B_3, cuyo origen esta marcado con un “*” .



65

4.1.4 Apertura y cierre

a) Obtener el cierre morfológico considerando la imagen A_3 y de la familia de elementos de estructura, aplicar el ee B_1, cuyo origen esta marcado con un “*” .



66

4.1.5 Filtros morfológicos

Filtros lineales VS Filtros Morfológicos

- Los filtros lineales son los mejores para resolver los problemas debidos a los fenómenos lineales. Por ejemplo, un movimiento de la cámara durante la adquisición de la imagen o un enfoque incorrecto genera imágenes borrosas.
- Los filtros morfológicos son filtros no lineales adecuados para otras tareas de filtrado.
  - *Primero, un filtro morfológico puede ser usado para restaurar imágenes corrompidas por algún tipo de ruido.*
  - *Segundo, un filtro morfológico puede ser usado para eliminar selectivamente estructuras u objetos irrelevantes de la imagen, mientras preserva otros.*
  - *La propiedad principal del filtro morfológico es la idempotencia.*

4.1.5 Filtros morfológicos

Filtros Morfológicos Básicos

- Seleccionando cuidadosamente el tamaño y las formas de los elementos de estructura, es posible crear filtros morfológicos para eliminar características de la imagen de acuerdo a su tamaño, orientación y forma
- En la práctica existen tres métodos para la creación de nuevos filtros a partir de transformaciones existentes: *combinaciones paralelas, secuenciales e iterativas*
- Se hablaran solo de las secuenciales ya que son los básicos

4.1.5 Filtros morfológicos

Filtros Morfológicos Básicos …

- Filtros:
  - de Apertura: son filtros morfológicos antiextensivos
  - de clausura o cierre: son filtros morfológicos extensivos
- Ambos son filtros morfológicos básicos.

4.1.5 Filtros morfológicos

Combinaciones secuenciales

- La composición de dos filtros ordenados es siempre un filtro. El par de filtros ordenados que se considera es frecuentemente una apertura γ y su dual la clausura φ. Una apertura filtra estructuras brillantes de la imagen, mientras una clausura tiene el mismo efecto, pero en las estructuras obscuras de las imágenes
- Las composiciones o productos de filtros ordenados que conducen a nuevos filtros son:

$$\gamma\phi,\ \phi\gamma,\ \gamma\phi\gamma\ ,\ \gamma\phi\gamma\ \phi$$

Esta regla es llamada el teorema estructural. Además, de las siguientes relaciones de orden son siempre satisfechas

$$\gamma \leq \gamma\phi\gamma \leq \begin{matrix}\gamma\phi \\ \phi\gamma\end{matrix} \leq \phi\gamma\phi \leq \phi$$

Algunas aplicaciones de la morfología binaria

Ejemplo de operadores combinados

Extracción de la frontera

- La frontera de un conjunto A se puede obtener primero erosionando A por B y realizando posteriormente la diferencia entre A y su erosión. Es decir,

$$F(A) = A - (A \ominus B)$$

4.1.5 Filtros morfológicos

Ejemplo de extracción de la frontera

Se ilustra el mecanismo de la extracción de fronteras, aunque el ee usado es muy simple, existen elecciones más complejas, por ejemplo de tamaño 5x5 que ampliaría el grosor de la frontera a dos o tres píxeles

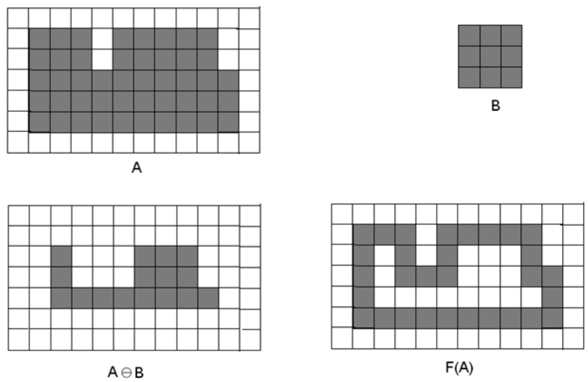


Figura: Extracción del borde o frontera

4.1.5 Filtros morfológicos

Ejemplo: Consideremos la imagen A_4 y los elementos de estructuras B_1, B_4 y B_5

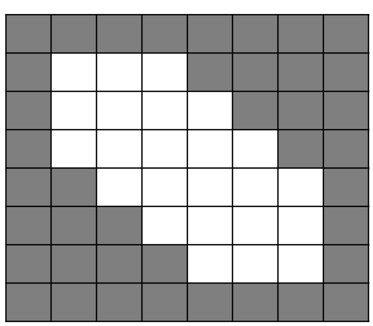
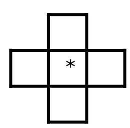


Imagen A_4



ee B_2

0	0	0
	1*	
1	1	1

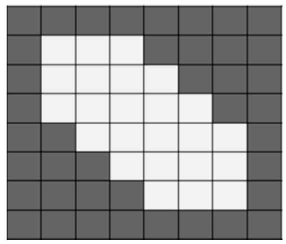
ee B_4

	0	0
1	*1	0
	1	

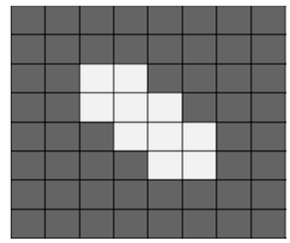
ee B_5

4.1.5 Filtros morfológicos

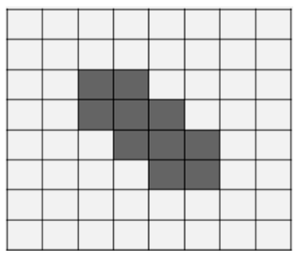
Ejercicio…



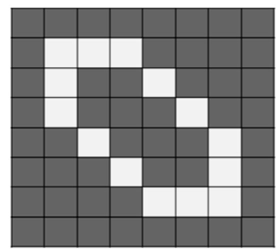
A_4



$(A_4 \ominus B_1)$



NOT $(A_4 \ominus B1)$



NOT $(A_4 \ominus B_1)$ AND (A_4)

75

4.1.5 Filtros morfológicos

Thinning o adelgazamiento

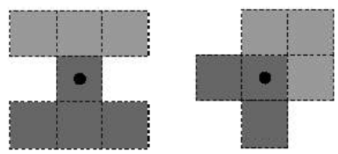
- Se utiliza para reducir los objetos en una imagen binaria.
- Difiere de la erosión ya que los objetos no son totalmente removidos.
- Se realizan varios adelgazamientos hasta que se estabiliza el algoritmo y se obtiene el esqueleto.
- El adelgazamiento esta definido como:

$$THIN(X, B) = X \setminus HMT_B(X)$$

4.1.5 Filtros morfológicos

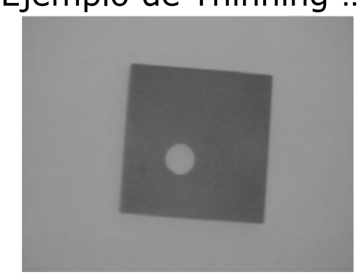
Thinning …

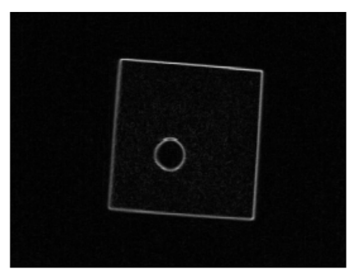
- Ejemplo estructura de los elementos utilizados en adelgazamiento (girado 90 grados en 3 veces la creación de 8 elementos de la estructura).

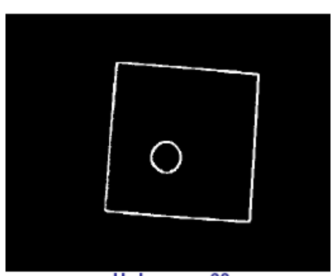


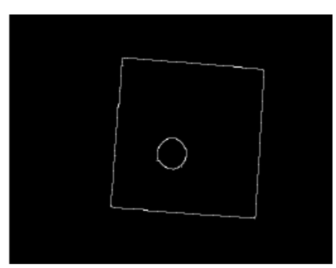
4.1.5 Filtros morfológicos

Ejemplo de Thinning …









4.1.5 Filtros morfológicos

Esqueleto de una región

- Una importante aproximación para representar la forma estructural de una región plana es reducirla a un grafo. En esta reducción se puede conseguir el esqueleto de la región mediante un algoritmo de reducción (denominado también esqueletización).
- Ej. de los procedimientos de reducción en problemas del procesado de imágenes: la inspección automática de tarjetas de circuitos impresos, contar las fibras de amianto de los filtros de aire, etc.

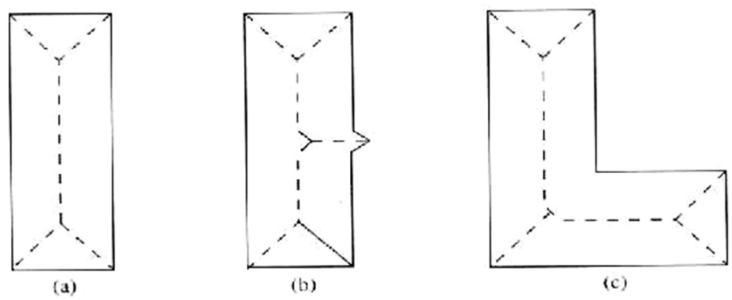
4.1.5 Filtros morfológicos

a) El esqueleto de una región por Medial Axis Transformation (MAT)

- El esqueleto de una región se puede definir mediante la transformación del eje medio propuesta por Blum (1967).
- La MAT de una región *R* con borde *B* es la siguiente: Para cada punto *p* de *R*, se encuentra su vecino más próximo en *B*. Si *p* tiene más de un vecino de éstos, se dice que pertenece al *eje medio* (esqueleto) de *R.* El concepto de "más próximo" depende de la definición de una distancia, y por lo tanto los resultados de una operación MAT están influidos por la elección de una medida de distancia.

4.1.5 Filtros morfológicos

Ejemplo: eje medio de tres regiones sencillas



Las Figuras muestra algunos ejemplos, en los que se utilizan la distancia euclídea.

4.1.5 Filtros morfológicos

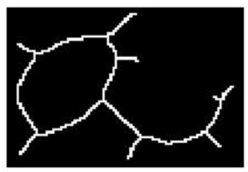
b) Esqueleto morfológico

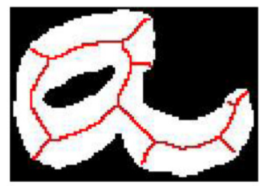
- El esqueleto de un objeto se define a menudo como el eje medio de un objeto.
- Los píxeles se definen como píxeles del esqueleto si tienen más un vecino cercano.
- Algunos algoritmos se basan en esta definición y se calculan a través de la transformada de la distancia.
- Otros algoritmos producen esqueletos más pequeños que el eje medio (como un mínimo esqueleto)

4.1.5 Filtros morfológicos

Esqueleto morfológico …

- Representación compacta o mínima de los objetos en una imagen, mientras se mantenga la forma de la imagen.
- Los esqueletos de los objetos en una imagen se puede encontrar por los sucesivos adelgazamientos hasta la estabilidad del algoritmo.
- El adelgazamiento no se puede aplicar paralelamente ya que esto puede deformidad.





4.1.5 Filtros morfológicos

Ejemplo de obtención del Esqueleto morfológico … (1)

- Problema: Encontrar una representación mínima.
  - Solución 1: Poda de las ramas más pequeñas.
    - Se puede usar el HMT para localizar y remover los puntos finales.

4.1.5 Filtros morfológicos

Ej. Obtención del esqueleto morfológico … (2)

- La Poda esta en dependencia de los parámetro opcionales (máximo de largo de la rama para ser eliminados).
- Solución 2: El algoritmo Skeleton produce un esqueleto mínimo.
- Uno de esos algoritmos se describe en [Thinning Methodologies-A Comprehensive Survey," IEEE TrPAMI, vol. 14, no. 9, pp. 869-885, 1992.]
- El HMT no es usado en este algoritmo.

4.1.6 Transformada Hit and Miss

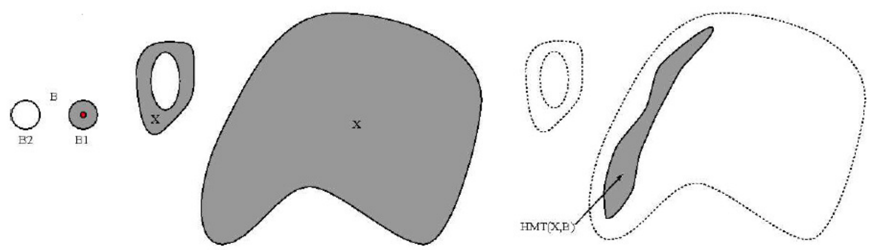
La transformada Hit and/or Miss

- La transformación de Hit or Miss (Ganar y/o Perder) es una operación morfológica binaria que puede ser usada para observar patrones particulares de frente y fondo de píxeles en una imagen. Al igual que con otros operadores binarios morfológicos que toma como entrada un binario de imagen y un elemento de estructura, y produce otra imagen binaria como salida.

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Hit and/or Miss …

- Operación binaria también usado en niveles de gris
- Su característica principal es extraer píxeles con una configuración de vecinos especifica de una imagen, es decir, permite localizar determinados patrones de fondo y objeto, por lo que usa dos EE B_1 y B_2 que encuentran esa configuración en el en frente (foreground) y el fondo (background), respectivamente.
  – El ee. puede contener uso y ceros



4.1.6 Transformada Hit and Miss

Hit and/or Miss…

$$HMT_B(X)=\{x|(B_1)_x\subseteq X,(B_2)_x\subseteq X^C\}$$

- Puede ser escrito en términos de intersección de dos erosiones.

$$HMT_B(X)=\varepsilon_{B_1}(X)\cap\varepsilon_{B_2}(X^c)$$

4.1.6 Transformada Hit and Miss

- Ejemplo1: *Localización de puntos finales con la transformada* Hit and/or Miss….

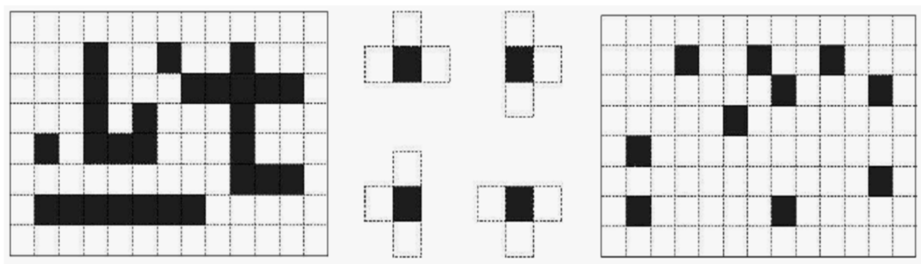
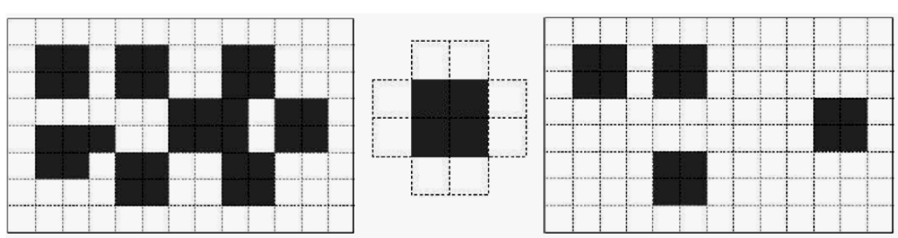


Imagen *I* | EE para 4 punto finales. | Resultado de HMT

4.1.6 Transformada Hit and Miss

- Ejemplo2: *Localización de puntos finales con la transformada* Hit and/or Miss….
  - ***Objetivo:*** mantener todos los puntos que se ajustan al EE.
  - ***Definición:***

$$\tilde{\gamma}_B(X)=\delta_{\breve{B}_1} HMT_B(X)=\delta_{\breve{B}_1}\varepsilon_{B_1}(X)\cap\varepsilon_{B_2}(X^c)$$



4.1.6 Transformada Hit and Miss

- **Ejemplo3:** *Localización de esquinas con la transformada* Hit and/or Miss….

Proceso:

- *Al recorrer la imagen con el ee se marcan aquellos puntos que coinciden exactamente con el patrón dado por ee*
- *Para poder localizar todas las esquinas en la imagen, son necesarios 4 ee, uno por cada esquina:*
  - *esquina superior derecha, esquina superior izquierda, esquina inferior derecha, esquina inferior izquierda*
- *Se opera con cada uno de los ee diseñados, obteniendo 4 imágenes resultantes y posteriormente se aplica el operador OR entre ellas, resultando la imagen final con las esquinas localizadas*

91

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Ejemplo3: *Localización de esquinas con la transformada* Hit and/or Miss….

	1	
0	1	1
0	0	

	1	
1	1	0
	0	0

	0	0
1	1	0
	1	

0	0	
0	1	1
	1	

Familia de elementos estructurantes B_k

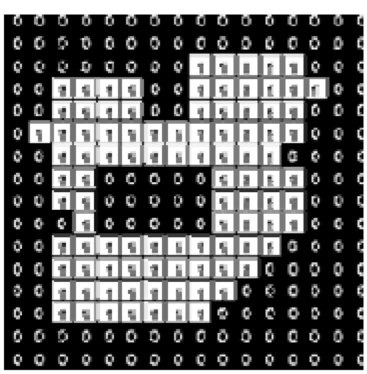
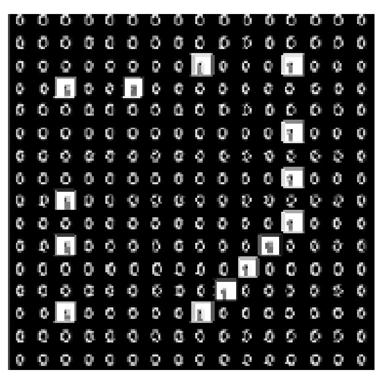


Imagen original



Esquinas localizadas

92

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Ejercicio:

Obtener la **Trasformada Hit & Miss** de la imagen A_4 con la familia del elemento de estructura definido como B_k

93

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Consideremos la imagen A_4 y los elementos de estructuras B_k, con k=1,2,3,4

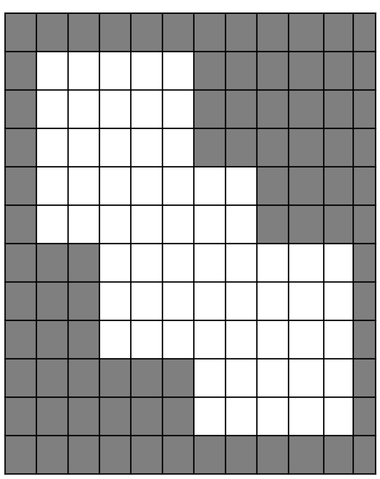


Imagen A_4

	1	
0	1*	
0	0	1

ee B_1

	1	0
1	1*	0
	0	0

ee B_2

	0	0
1	1*	0
	1	

ee B_3

0	0	
0	1*	1
	1	

ee B_4

94

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Resultado:

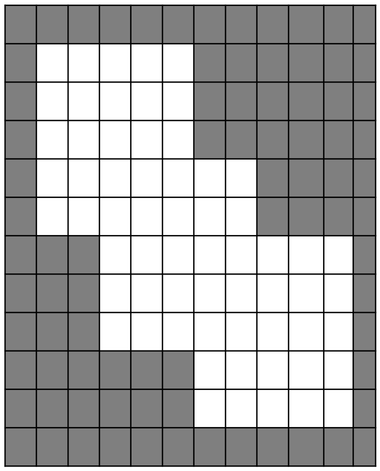


Imagen A_1

95

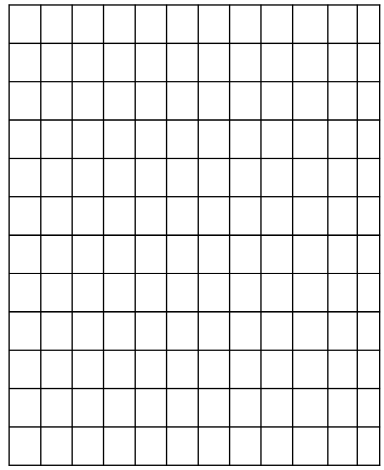


Imagen $A_1´$

4.1.6 Transformada Hit and Miss

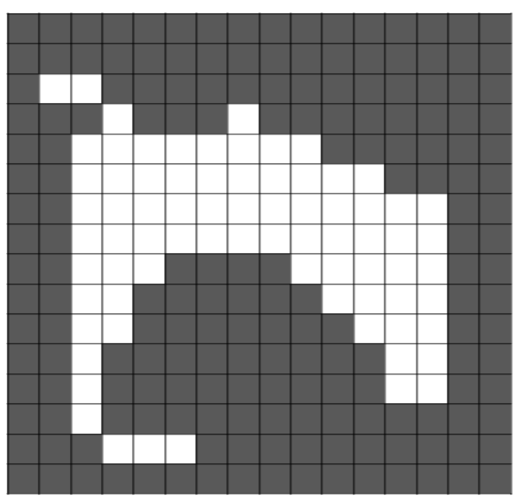
Ejemplo de obtención del esqueleto de una región empleando **adelgazamiento morfológico** y la **Transformada Hit&Miss**, con los ee B1 y B2 … (1)

0	0	0
	1	
1	1	1

e.e. B1

	0	0
1	1	0
	1	

e.e. B2



4.1.6 Transformada Hit and Miss

1. - Se aplica la Transformada Hit & Miss con el ee B1

0	0	0
	1	
1	1	1

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

97

4.1.6 Transformada Hit and Miss

2. - Se aplica la Transformada Hit & Miss con el ee B2

	0	0
1	**1**	0
	1	

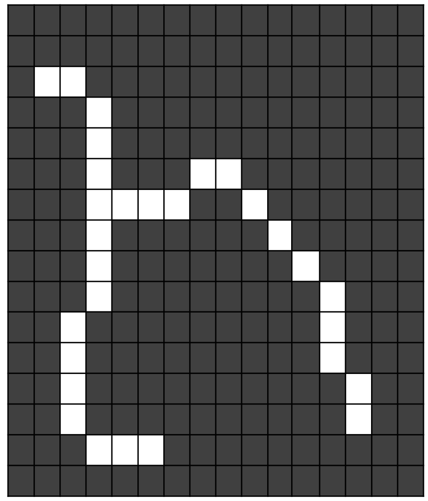
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

98

4.1.6 Transformada Hit and Miss

3. - Se aplica la intersección de todas las imágenes resultantes en los pasos 1 y 2

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



99

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Ejemplo de adelgazamiento morfológico utilizando la Transformada Hit&Miss

100

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Adelgazamiento de imágenes binarias:

Sea la imagen A2 y los ee´s B_k, con k=1,2,3,4, 6, 7, 8

x	0	x
0	1*	0
1	1	1

ee B1

x	0	0
1	1*	0
1	1	X

ee B2

1	X	0
1	1*	0
1	X	0

ee B3

1	1	X
1	1*	0
X	0	0

ee B4

1	1	1
X	1*	X
0	0	0

ee B5

X	1	1
0	1*	1
0	0	X

ee B6

0	X	1
0	1*	1
0	X	1

ee B7

0	0	X
0	1*	1
X	1	1

ee B8

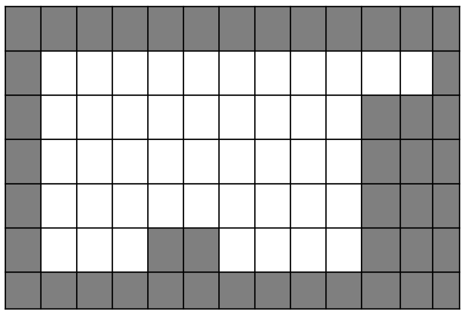


Imagen A2

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Erosión de A con el ee B1

x	0	x
0	1*	0
1	1	1

ee B1

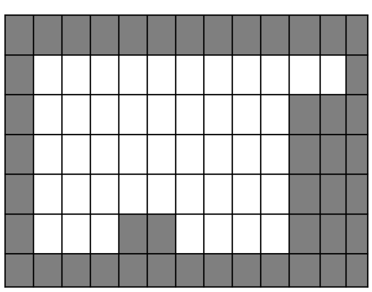
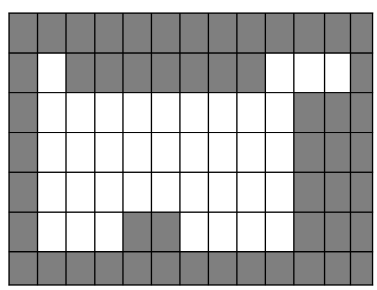


Imagen A2



Resultado de (A2 ⊖B1)

Al resultado de la operación se erosiona con el ee siguiente …

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Erosión de A con el ee B2

x	0	0
1	1*	0
1	1	X

ee B2

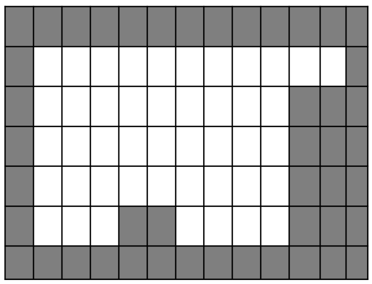
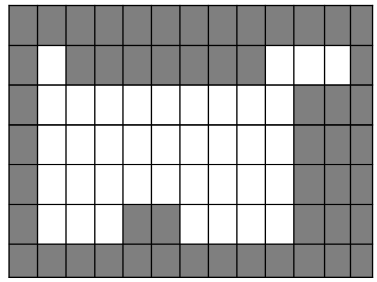


Imagen A2



Resultado de (A2⊖B1) ⊖ B2), sin cambios

Al resultado de la operación se erosiona con el ee siguiente …

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Erosión de A con el ee B3

1	X	0
1	1*	0
1	X	0

ee B3

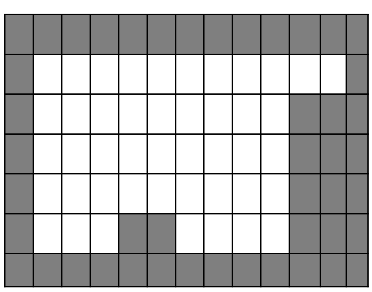
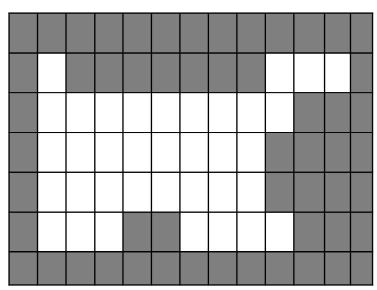


Imagen A2



Resultado de ((A2 ⊖ B1) ⊖ B3)

Al resultado de la operación se erosiona con el ee siguiente …

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Erosión de A con el ee B4

1	1	X
1	1*	0
X	0	0

ee B4

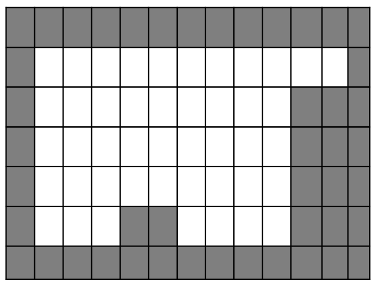
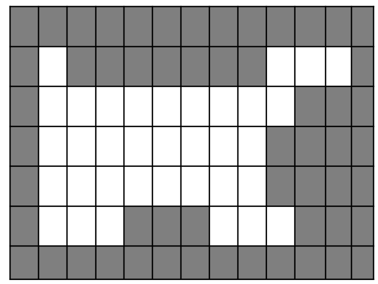


Imagen A2



Resultado de $((A2 \ominus B1) \ominus B3) \ominus B4)$

Al resultado de la operación se erosiona con el ee siguiente …

105

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Erosión de A con el ee B5

1	1	1
X	1*	X
0	0	0

ee B5

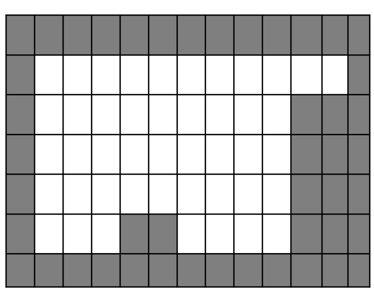
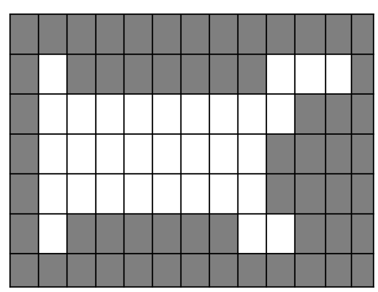


Imagen A2



Resultado de $((A2 \ominus B1) \ominus B3) \ominus B4) \ominus B5)$

Al resultado de la operación se erosiona con el ee siguiente …

106

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Erosión de A con el ee B6

X	1	1
0	1*	1
0	0	X

ee B6

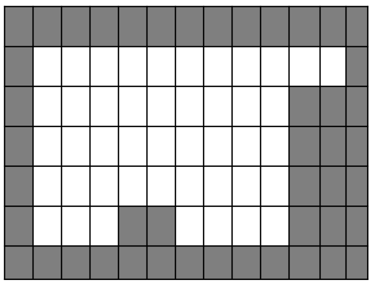
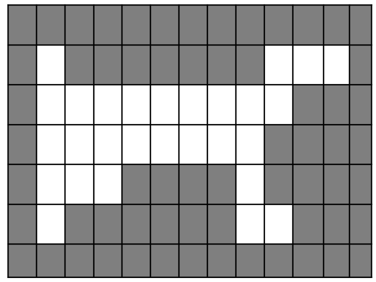


Imagen A2



Resultado de $((A2 \ominus B1) \ominus B3) \ominus B4) \ominus B5) \ominus B6)$

Al resultado de la operación se erosiona con el ee siguiente … iterar hasta que no haya forma de erosionar elementos de la imagen… una vez que se ha detenido, realizar un a unión de todas las imágenes resultantes…

107

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Resultado del adelgazamiento morfológico de la imagen A_2 con la familia de B_k con k=1,2,…,8

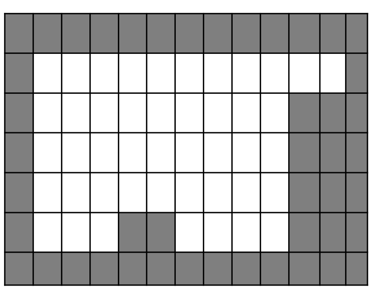


Imagen A2

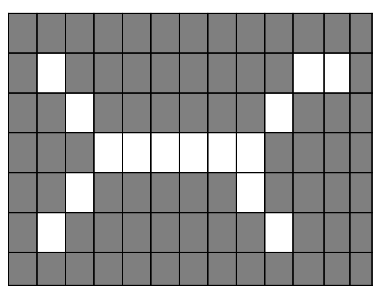


Imagen adelgazada

108

4.1.6 Transformada Hit and Miss

Ejercicio: Adelgazamiento morfológico

Sea la imagen A2 y los ee´s B_k, con k=1,2,3,4,6,7,8

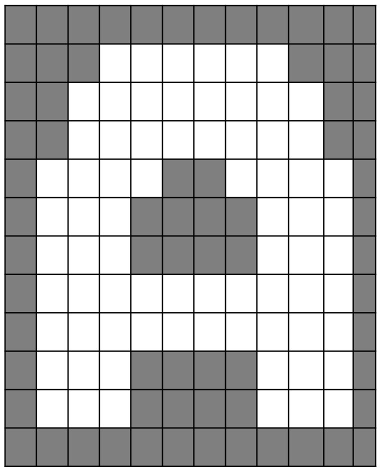


Imagen A1

109

x	0	x
0	1*	0
1	1	1

ee B1

x	0	0
1	1*	0
1	1	X

ee B2

1	X	0
1	1*	0
1	X	0

ee B3

1	1	X
1	1*	0
X	0	0

ee B4

1	1	1
X	1*	X
0	0	0

ee B5

X	1	1
0	1*	1
0	0	X

ee B6

0	X	1
0	1*	1
0	X	1

ee B7

0	0	X
0	1*	1
X	1	1

ee B8

4.1.7 Granulometría

Concepto general de la Granulometría

- Se denomina **clasificación granulométrica** o **granulometría**, a la medición y gradación que se lleva a cabo de los granos de una formación sedimentaria, de los materiales sedimentarios, así como de los suelos, con fines de análisis, tanto de su origen como de sus propiedades mecánicas, y el cálculo de la abundancia de los correspondientes a cada uno de los tamaños previstos por una ***escala granulométrica***.

4.1.7 Granulometría

Granulometría con MM

- La **Granulometría** es una herramienta morfológica para la descripción de imágenes.
- Auxilia en la determinación de la distribución del tamaño de las partículas en una imagen
  - Cuenta de gránulos
- El efecto de aislamiento de partículas (objetos) en una imagen es lo que se conoce como granulación

4.1.7 Granulometría

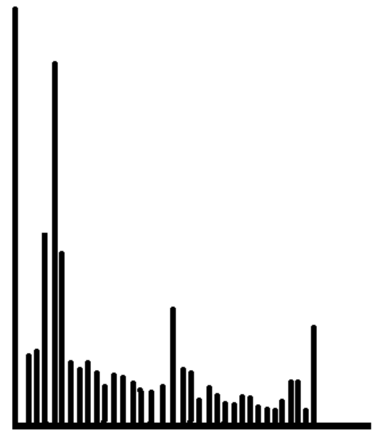
Ejemplo de Granulometría con MM …(0)

- Supongamos que tenemos que segmentar una imagen que consiste de tres objetos claros o luminosos de tres tamaños distintos. Los objetos no solo están solapados si no que están muy desordenados, lo que dificulta detectar partículas individuales (fig. a) (González& Woods)

4.1.7 Granulometría

Ej. de Granulometría … (1)

(a)
imagen original



(b)
histograma de la distribución del tamaño de partículas

4.1.7 Granulometría

Ej. de Granulometría … (2)

- Como los objetos (partículas) son brillantes respecto al fondo, puede usarse la sig, aproximación morfológica para determinar el tamaño de la distribución:
  - Realizar sobre la imagen original operaciones de apertura con ee de tamaño creciente. La diferencia entre la imagen original y su apertura se calcula después de cada pasada con un ee distinto. Al final del proceso esas diferencias son normalizadas y se construye el histograma de la distribución del tamaño de partículas (fig b)

4.1.7 Granulometría

Ej. de Granulometría … (3)

- La aproximación anterior de basa den la idea de que las operaciones de apertura de un tamaño particular tienen un mayor efecto en regiones dela imagen de entrada que contiene partículas del tamaño similar.

4.1.7 Granulometría

Ej. de Granulometría … (4)

- Así, una medida del número relativo de cada partícula se obtiene calculando la diferencia entre las imágenes de entrada y salida. El histograma indica la presencia de tres tamaños de partículas dominantes en la imagen de entrada.
- Este tipo de procesamiento se utiliza para describir regiones con carácter de partículas semejantes dominantes.

Links para practicar:

http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/morops.htm