



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA EN SISTEMAS COMPUTACIONALES
ACADEMIA DE INGENIERÍA DE SOFTWARE



Profesora: M. en C. Ma. Elena Cruz Meza,
e-mail: analisisimagenesescom@gmail.com

ANÁLISIS DE IMÁGENES

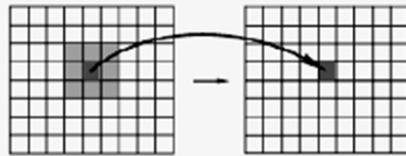
Análisis de Imágenes

Unidad II

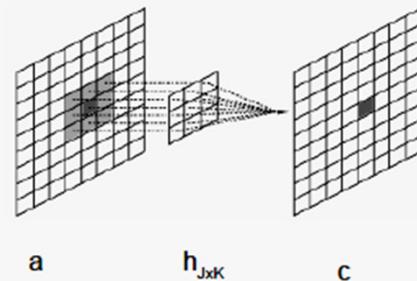
Análisis Espacial

2.1 La Convolución

Imagen MxN



Núcleo de convolución mxn



2.1 La Convolución

La Convolución y la Correlación

- Son dos relaciones de la transformada de Fourier que constituyen la unión fundamental entre los dominios espacial y de frecuencias
- Ambas son de importancia fundamental para la comprensión de las técnicas de procesado de imágenes basadas en la transformada de Fourier.

2.1 La Convolución

La convolución y las operaciones relacionadas se encuentran en muchas aplicaciones de ingeniería y matemáticas

- Estadística: un promedio móvil ponderado es una convolución
- Teoría de la probabilidad: la distribución de probabilidad de la suma de dos variables aleatorias independientes es la convolución de cada una de sus distribuciones de probabilidad
- Óptica: una fotografía desenfocada es la convolución de la imagen correcta con el círculo borroso formado por el diafragma del iris

2.1 La Convolución

La convolución y las operaciones relacionadas se encuentran en muchas aplicaciones de ingeniería y matemáticas

- Acústica: un eco es la convolución del sonido original con una función que represente los objetos que se reflejan
- Ingeniería eléctrica y otras disciplinas: la salida de un sistema lineal es la convolución de la entrada con la respuesta del sistema a un impulso
- Física: en un sistema lineal con un principio de superposición aparece una operación de convolución

2.1.1 La Convolución de dos funciones continuas

Definición:

- ✓ La convolución de f y g se denota por $f*g$
- ✓ Se define como la integral del producto de ambas funciones después de que sea invertida y desplazada una distancia T
- ✓ La convolución requiere que una de las dos funciones sea refejada respecto al origen, antes de que la integral sea calculada sobre la variable de desplazamiento

$$(f * g)(t) = \int f(\tau)g(t - \tau)d\tau \quad \left. \right\} \text{Espacio continuo 2D}$$

2.1.2 La Convolución de dos funciones discretas

Supongamos que en lugar de ser continuas, $f(x)$ y $g(x)$ están discretizadas en matrices de tamaño A y B , respectivamente: $\{f(0), f(1), f(2), \dots, f(A-1)\}, \dots, \{g(B-1)\}$.

$$f[m] * g[m] = \sum_n f[n]g[m - n] \quad \left. \right\} \text{Espacio discreto 2D}$$

2.1.2 La Convolución de dos funciones discretas

Tipos de convolución:

Convolución Discreta:

$$y[n] = \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} t * x[k] * h[n - k] \right] = t * \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] * h[n - k] \right]$$

La convolución discreta se determina por un intervalo de muestreo $t=1$:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] * h[n - k] \right]$$

Convolución Circular:

$$(f * g_T)(t) \equiv \int_{t_0}^{t_0+T} \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(\tau + kT) \right] g_T(t - \tau) d\tau,$$

2.1.2 La Convolución de dos funciones discretas

Propiedades:

- Comutatividad

$$f * g = g * f$$

Nota: Esta propiedad se puede perder si no se pide que "demos" la vuelta a una función.

- Asociatividad

$$f * (g * h) = (f * g) * h$$

- Distributividad

$$f * (g + h) = (f * g) + (f * h)$$

2.1.2 La Convolución de dos funciones discretas

Asociatividad con multiplicación escalar

$$a(f * g) = (af) * g = f * (ag)$$

Para todo número complejo o real a .

Regla de derivación

$$\mathcal{D}(f * g) = \mathcal{D}f * g = f * \mathcal{D}g$$

Donde $\mathcal{D}f$ denota la derivada de f o, en el caso discreto, el operador diferencia

$$\mathcal{D}f(n) = f(n+1) - f(n)$$

Teorema de convolución

$$\mathcal{F}(f * g) = (\mathcal{F}(f)) \cdot (\mathcal{F}(g))$$

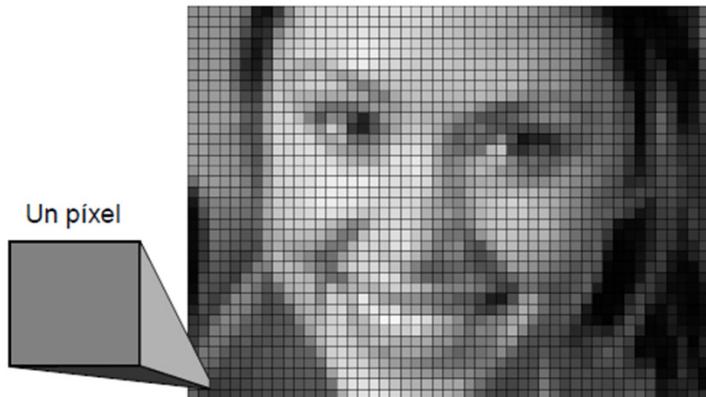
Donde \mathcal{F} denota la Transformada de Fourier de f . Este teorema también se cumple con la Transformada de Laplace.

2.1.3 La imagen digital como una función discreta bidimensional

- ▶ Imagen: término referente a una función bidimensional de la luz y la intensidad, a la que indicamos por $f(x,y)$, donde:
 - el valor o amplitud de f en las coordenadas espaciales (x,y) da la intensidad de la imagen en ese punto (iluminación), es decir, la naturaleza de $f(x,y)$ está caracterizada por dos componentes: Iluminación $i(x,y)$ y Reflectancia $r(x,y)$,
- ▶ O de otra forma:
 - ▶ Una imagen se puede interpretar como una superficie bidimensional.
 - ▶ Una imagen digital es un muestreo discreto de la señal continua.

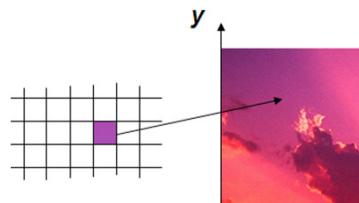
2.1.3 La imagen digital como una función discreta bidimensional

- Recordando que una **imagen digital es una matriz**, por lo que cada celda de la matriz es un **píxel**...



2.1.3 La imagen digital como una función discreta bidimensional

- ▶ Cada píxel representa el valor de una magnitud física.
 - ▶ Cantidad de luz en un punto de una escena.
 - ▶ Valor de color
 - ▶ Nivel de radiación, en general, cualquier radiación electromagnética.
 - ▶ Profundidad de una escena en una dirección.
 - ▶ Cantidad de presión ejercida en un punto.



2.1.3 La imagen digital como una función discreta bidimensional

Ejemplo de los tipos de imágenes digitales en tres formas distintas que son capturadas por el hombre mediante un dispositivo: a) Imagen en color, b) Imagen en niveles de gris y c) Imagen binaria



a)

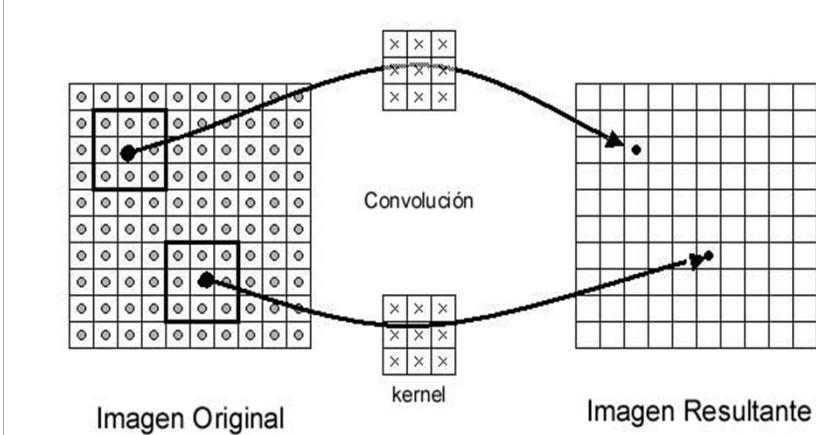


b)



c)

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.



2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Covolución sobre imágenes

- Es una operación lineal
- Es la operación más general que se puede aplicar a una imagen
- A veces también nos referimos a la convolución como **filtrado**, he ahí el término de *filtrado espacial (directamente aplicable mediante una máscara)*
- Las máscaras de convolución no suelen ser grandes por el gasto computacional (ahorro de tiempo de cómputo)

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Covolución sobre imágenes

- Es una operación matemática, fundamental para muchos operadores de procesamiento de imágenes digitales
- Provee una forma de multiplicar dos arreglos de números, generalmente de tamaños diferentes pero de la misma dimensión para producir un tercer arreglo de números de la misma dimensión
- Esto puede ser utilizado para implementar operadores cuyos valores de pixeles de salida sean simples combinaciones lineales de ciertos valores de pixeles de entrada

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Filtrado Espacial o Métodos en el Dominio Espacial:

- Los filtros espaciales tienen como objetivo modificar la contribución de determinados rangos de frecuencias de una imagen.
- El término espacial se refiere al hecho de que el filtro se aplica directamente a la imagen y no a una transformada de la misma, es decir, el nivel de gris de un pixel se obtiene directamente en función del valor de sus vecinos.

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

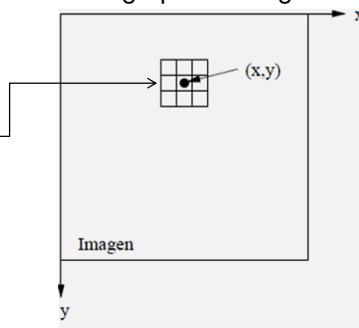
Las funciones del procesado de imágenes en el dominio del espacio pueden expresarse como:

$$g(x,y)=T[f(x,y)]$$

donde:

- $f(x; y)$ es la imagen de entrada,
- $g(x; y)$ es la imagen procesada, y T es un operador sobre f , definido sobre una ventana en $(x; y)$.
- El operador T también puede operar sobre un grupo de imágenes.

Ej. Una máscara de 3x3.



2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Máscara o kernel:

- una pequeña distribución bidimensional
- los filtros se definen mediante máscaras de coeficientes:

$$\frac{1}{K} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline w_1 & w_2 & w_3 \\ \hline w_4 & w_5 & w_6 \\ \hline w_7 & w_8 & w_9 \\ \hline \end{array} \Rightarrow R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_9 z_9 = \sum_{j=1}^9 w_j z_j$$

w₁	w₂	w₃
w₄	w₅	w₆
w₇	w₈	w₉

14	14	15	16	20
20	11	7	6	4
12	9	6	8	10
21	22	10	4	30
23	15	16	1	0

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Uso de la convolución mediante los filtros espaciales

- Usando una máscara o filtro, la convolución puede expresarse como:

$$F(x, y) = \sum_i \sum_j f(x+i, y+j) h(i, j)$$

- Se multiplican los valores correspondientes de la máscara con los pixeles de la ventana considerada

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Representación de una máscara o kernel de convolución

- Normalmente la máscara se suele expresar como una matriz:

$$\begin{bmatrix} h4 & h3 & h2 \\ h5 & h0 & h1 \\ h6 & h7 & h8 \end{bmatrix}$$

y la convolución queda expresada como:

$$C = \left[\sum_{K=0}^8 Pk * hk \right]$$

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Implementación

- Uno de los arreglos de entrada es usualmente una imagen en niveles de gris en 2D. El segundo arreglo es usualmente mucho más pequeño y también es 2D (aunque puede ser de 1x1, i.e. un pixel)

I ₁₁	I ₁₂	I ₁₃	I ₁₄	I ₁₅	I ₁₆	I ₁₇	I ₁₈	I ₁₉
I ₂₁	I ₂₂	I ₂₃	I ₂₄	I ₂₅	I ₂₆	I ₂₇	I ₂₈	I ₂₉
I ₃₁	I ₃₂	I ₃₃	I ₃₄	I ₃₅	I ₃₆	I ₃₇	I ₃₈	I ₃₉
I ₄₁	I ₄₂	I ₄₃	I ₄₄	I ₄₅	I ₄₆	I ₄₇	I ₄₈	I ₄₉
I ₅₁	I ₅₂	I ₅₃	I ₅₄	I ₅₅	I ₅₆	I ₅₇	I ₅₈	I ₅₉
I ₆₁	I ₆₂	I ₆₃	I ₆₄	I ₆₅	I ₆₆	I ₆₇	I ₆₈	I ₆₉

K ₁₁	K ₁₂	K ₁₃
K ₂₁	K ₂₂	K ₂₃

$$O_{35} = I_{35}k_{11} + I_{36}k_{12} + I_{37}k_{13} + I_{45}k_{21} + I_{46}k_{22} + I_{47}k_{23}$$

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Implementación

- Máscaras de diferentes tamaños conteniendo distintos patrones de números dan resultados distintos

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Conjunto de puntos =
 $\{(-1,-1), (0,-1), (1,-1),$
 $(-1,0), (0,0), (1,0),$
 $(-1,1), (0,1), (1,1)\}$

Nota: En las implementaciones, los valores de las orillas difieren.

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Implementación

- Se hace deslizando la máscara sobre la imagen, generalmente iniciando por la esquina superior izquierda, y moviéndolo a todas las posiciones donde quede completamente dentro de los límites de la imagen
- Si la imagen es de $M \times N$ y la máscara de $n \times m$, el tamaño de la imagen de salida será $(M-m+1) \times (N-n+1)$
- Cada posición de la máscara corresponde a un solo pixel de salida cuyo valor se calcula como sigue:

$$O(i, j) = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n I(i+k-1, j+l-1) K(k, l)$$

donde $i = 1..M-m+1, j = 1..N-n+1$

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Ejemplo: Consideremos la imagen y la máscara de convolución siguientes,

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline w1 & w2 & w3 \\ \hline w4 & w5 & w6 \\ \hline w7 & w8 & w9 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$g(3,2) = w(-1, -1)f(x - 1, y - 1) + w(-1, 0)f(x - 1, y) + w(-1, +1)f(x - 1, y + 1) + \\ w(0, -1)f(x, y - 1) + w(0, 0)f(x, y) + w(0, +1)f(x, y + 1) + \\ w(1, -1)f(x + 1, y - 1) + w(1, 0)f(x + 1, y) + w(1, +1)f(x + 1, y + 1)$$

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Al aplicar la convolución de la máscara con la coordenada $g(3,2)$, tenemos:

$$g(2,2) = 1*23 + 1*15 + 1*7 + 1*4 + 1*6 + 1*13 + 1*10 + 1*12 + 1*19 \\ = 23 + 15 + 7 + 4 + 6 + 13 + 10 + 2 + 19 \\ = 109$$

17	24	1	8	15
23	15	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Imagen original

		109		

Resultado de la convolución

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.**Algoritmo para calcular la convolucion con un pixel (x,y) de una imagen:**

1. Se rota el filtro de convolucion (kernel) 180 grados respecto a su pixel central
2. Se desliza el filtro rotado de manera que su pixel central quede alineado con el pixel (x,y) de la imagen
3. Se multiplica cada peso del filtro por los elementos de la imagen que se encuentran debajo
4. Se suman los productos individuales calculados en el paso 3

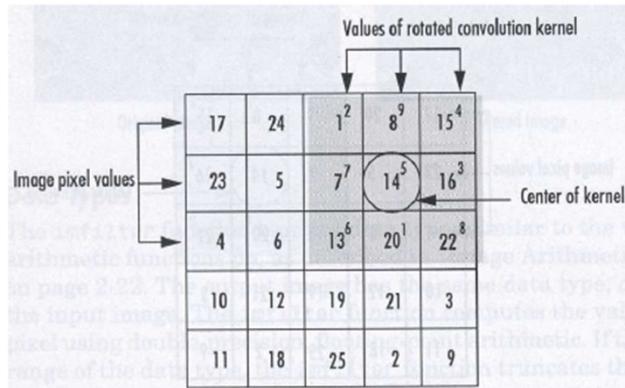
2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.**Ejemplo para calcular la convolución en el pixel (2,4) de la imagen:**

Sea la imagen $A = \begin{bmatrix} 17 & 24 & 1 & 8 & 15 \\ 23 & 5 & 7 & 14 & 16 \\ 4 & 6 & 13 & 20 & 22 \\ 10 & 12 & 19 & 21 & 3 \\ 11 & 18 & 25 & 2 & 9 \end{bmatrix}$

y el filtro de convolución $h = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{bmatrix}$

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Resultado:



Por lo que, la salida del pixel (2,4) después de la convolución es:

$$\begin{aligned} h(2,4) &= 1 \cdot 2 + 8 \cdot 9 + 15 \cdot 4 + 7 \cdot 7 + 14 \cdot 5 + 16 \cdot 3 + 13 \cdot 6 + 20 \cdot 1 + 22 \cdot 8 \\ &= 575 \end{aligned}$$

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Correlación

$$(h \odot I)(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(u, v) I(x + u, y + v) \partial u \partial v$$

$$(h \odot I)(x, y) = \sum_i \sum_j h(i, j) I(x + i, y + j)$$

Donde I es la función de entrada y h es el operador o filtro (template).

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.**Ej, en 2D discreto:**

Para calcular la correlación en el pixel (2,4) de la imagen se siguen los pasos:

1. Se desliza el filtro de manera que su pixel central quede alineado con el pixel (2,4) de la imagen.
2. Se multiplica cada peso del filtro por los elementos de la imagen que se encuentran debajo.
3. Se suman los productos individuales calculados en el paso 2.

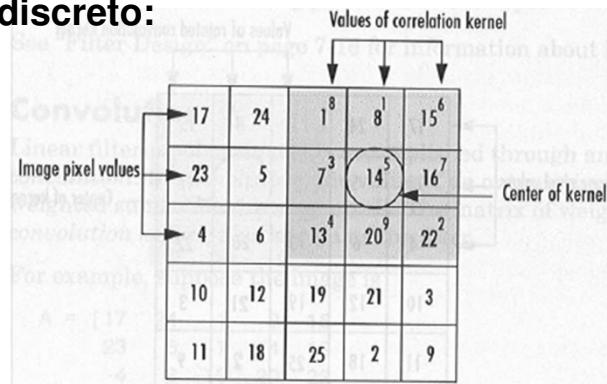
2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.**Ejemplo de Correlación:**

$$\text{Sea la imagen } A = \begin{pmatrix} 17 & 24 & 1 & 8 & 15 \\ 23 & 5 & 7 & 14 & 16 \\ 4 & 6 & 13 & 20 & 22 \\ 10 & 12 & 19 & 21 & 3 \\ 11 & 18 & 25 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{y el filtro de convolución } h = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Ej, en 2D discreto:



Por lo que, la salida del pixel (2,4) después de la correlación es:

$$\begin{aligned} h(2,4) &= 1 \cdot 8 + 8 \cdot 1 + 15 \cdot 6 + 7 \cdot 3 + 14 \cdot 5 + 16 \cdot 7 + 13 \cdot 4 + 20 \cdot 9 + 22 \cdot 2 \\ &= 585 \end{aligned}$$

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

- Dependiendo de la máscara de convolución que se aplique se tiene un efecto distinto.

Ejemplos:

Filtro Promedio Estándar:

$$h = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Filtro Promedio Pesado:

$$h = \frac{1}{N+8} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & N & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Filtro Paso Alto Básico:

$$h = \frac{1}{9A} \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & A-1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Detector de bordes de Sobel

$$h = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Ejercicio: Sea la imagen A y el filtro g , obtener el resultado de

- a) la convolución de A con h
- b) La coorelación de A con h

A=	17	24	1	8	15
	23	15	7	14	16
	4	6	13	20	22
	10	12	19	21	3
	11	18	25	2	9

$h=$	8	1	6
	3	5	7
	4	9	2

$A * h =$						
$A \circ h =$						

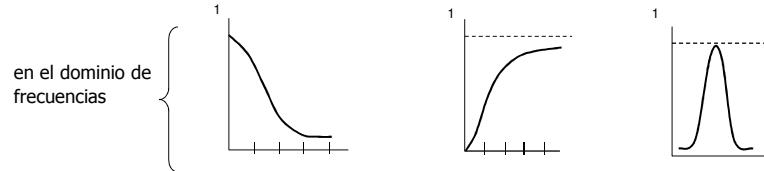
2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

- Los filtros espaciales pueden clasificarse basándose en su linealidad: filtros lineales y filtros no lineales.
- Los filtros lineales pueden clasificarse según las frecuencias que dejen pasar:
 - los filtros paso bajo atenúan o eliminan las componentes de alta frecuencia a la vez que dejan inalteradas las bajas frecuencias;
 - los filtros paso alto atenúan o eliminan las componentes de baja frecuencia con lo que agudizan las componentes de alta frecuencia;
 - los filtros paso banda eliminan regiones elegidas de frecuencias intermedias.

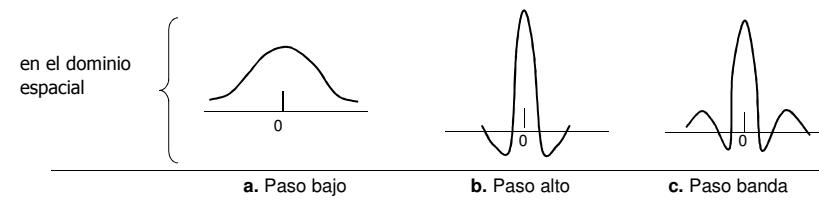
2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Secciones transversales de:

- ✓ formas básicas para filtros de simetría circular en el dominio de la frecuencia



- ✓ correspondientes filtros en el dominio espacial.



a. Paso bajo

b. Paso alto

c. Paso banda

2.2 El uso de la convolución de dos imágenes digitales.

Tipos de filtros:

- Filtros lineales
 - Pasa abajas
 - Pasa banda
 - Pasa bajas
- Filtros de orden estadísticos o no lineales
- Filtros adaptativos

2.2.1 Ajuste de brillo

- El ajuste de brillo es uno de los ajustes más elementales dentro del ajuste de imágenes y uno de los más empleados
- El Brillo es el porcentaje de luminiscencia u oscuridad de un color. Puede ir desde el 0% que significa negro, hasta el 100% que significa blanco.
- La operación correspondiente al ajuste de brillo es la siguiente:

$$M + B = C$$

2.2.1 Ajuste de brillo

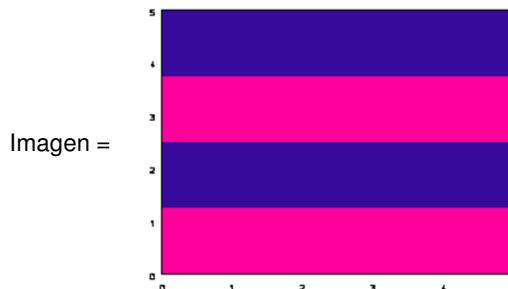
$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ m_{m1} & m_{m2} & \dots & m_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} (p,p,p) & (p,p,p) & \dots & (p,p,p) \\ (p,p,p) & (p,p,p) & \dots & (p,p,p) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ (p,p,p) & (p,p,p) & \dots & (p,p,p) \end{pmatrix} = C$$

- Donde m_{ij} corresponde a un vector (R_{ij}, G_{ij}, B_{ij}) correspondiente a la Imagen.
- Para $i = 1, 2, 3, \dots, m$ y $j = 1, 2, 3, \dots, n$
- Donde M corresponde a la matriz imagen y C corresponderá a la imagen ajustada de M .
- Y p es el parámetro de ajuste de brillo, cuyo estándar va de -100 a 100

2.2.1 Ajuste de brillo

Ejemplo:

$$\text{Matriz M} = \begin{bmatrix} [55, 10, 155] & [55, 10, 155] & [55, 10, 155] & [55, 10, 155] \\ [255, 0, 155] & [255, 0, 155] & [255, 0, 155] & [255, 0, 155] \\ [55, 10, 155] & [55, 10, 155] & [55, 10, 155] & [55, 10, 155] \\ [255, 0, 155] & [255, 0, 155] & [255, 0, 155] & [255, 0, 155] \end{bmatrix}$$



2.2.1 Ajuste de brillo

Ejemplo:

$$\text{Matriz N} = \begin{bmatrix} [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] \\ [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] \\ [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] \\ [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] & [-100, -100, -100] \end{bmatrix}$$

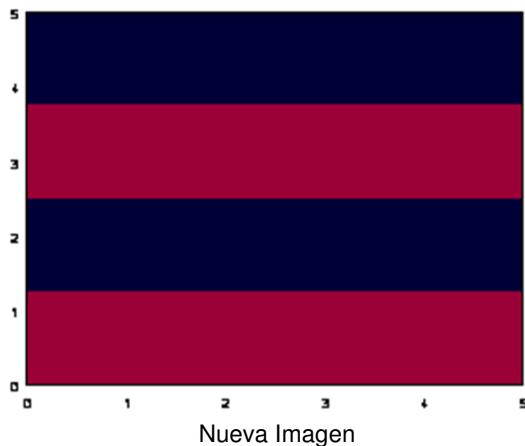
Ajuste de brillo $\mathbf{M} + \mathbf{N} = \mathbf{C}$

$$\text{Matriz C} = \begin{bmatrix} [-45, -90, 55] & [-45, -90, 55] & [-45, -90, 55] & [-45, -90, 55] \\ [155, -100, 55] & [155, -100, 55] & [155, -100, 55] & [155, -100, 55] \\ [-45, -90, 55] & [-45, -90, 55] & [-45, -90, 55] & [-45, -90, 55] \\ [155, -100, 55] & [155, -100, 55] & [155, -100, 55] & [155, -100, 55] \end{bmatrix}$$

2.2.1 Ajuste de brillo

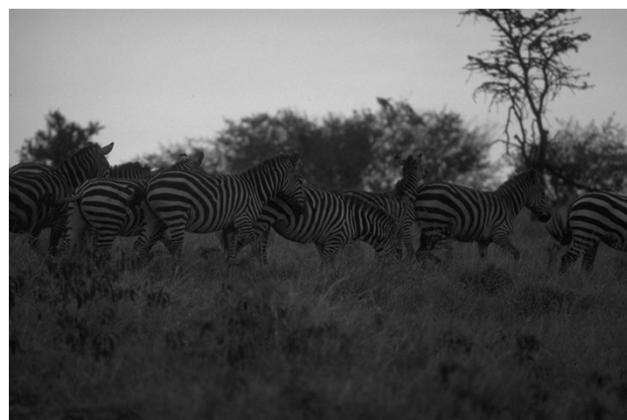
Ejemplo:

Ajuste de brillo $M + N = C$



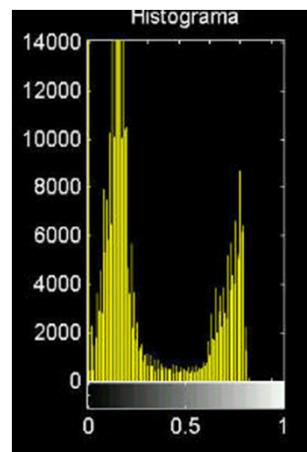
2.2.1 Ajuste de brillo

La imagen que se exhibe corresponde a una fotografía tomada en malas condiciones de iluminación:



2.2.1 Ajuste de brillo

✓ Del caso mostrado, los colores de las cebras deberían verse mucho más claramente contrastados. Si se grafica el histograma, se puede observar que éste no muestra una distribución homogénea sino una distribución bimodal; es decir, existen muchos niveles de gris oscuro y muchos niveles claros, con una deficiencia de niveles a la mitad del rango y en los niveles más altos.



El histograma refleja una distribución bimodal.

2.2.1 Ajuste de brillo

✓ Del caso mostrado, si se aplica un ajuste de brillo mediante alguno de los métodos basados en el histograma, por ejemplo, ecualización o igualación del histograma, se espera obtener una distribución más uniforme y una imagen de mejor calidad que la original



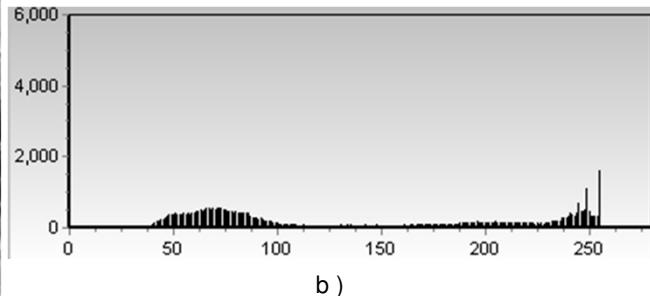
2.2.1 Ajuste de brillo

En general, un histograma con una distribución de los niveles de gris:

- 1) con una amplia distribución de los niveles de gris tiene un alto contraste (imágenes a y b)



a)

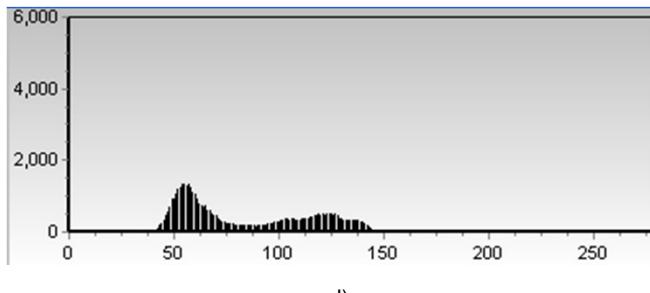


2.2.1 Ajuste de brillo

- 2) concentrada en una determinada zona presenta un contraste muy bajo (imágenes c y d)

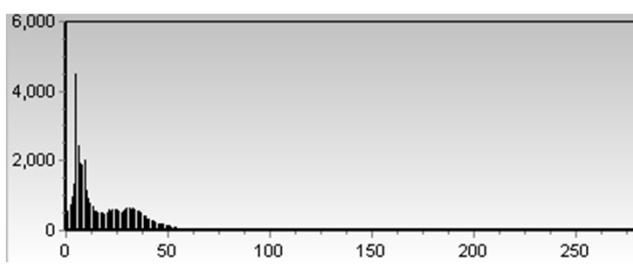


c)



2.2.1 Ajuste de brillo

- 3) con los niveles de gris concentrados en la parte baja del rango corresponde a una imagen oscura (imágenes e y f)

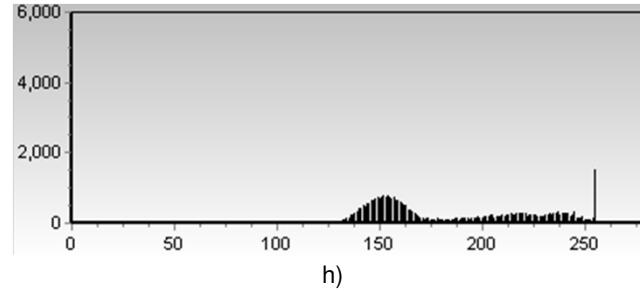


f)

e)

2.2.1 Ajuste de brillo

- 4) con los valores concentrados en su parte alta corresponde a una imagen brillante (imágenes g y h)

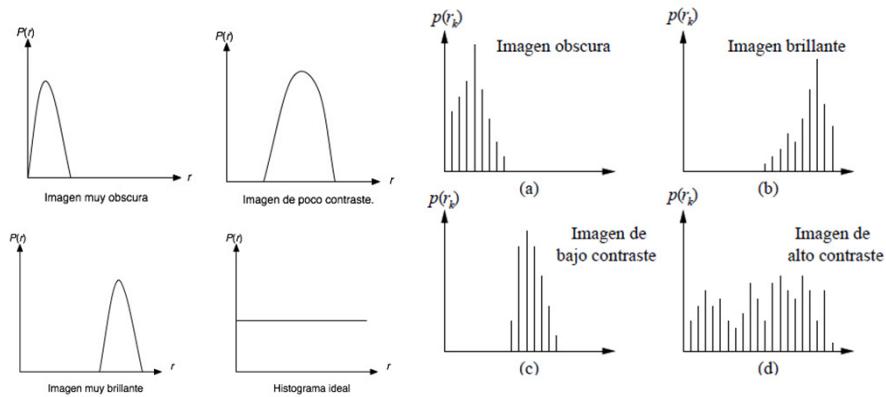


h)

g)

2.2.1 Ajuste de brillo

- Representación gráfica de la distribución que existe de las distintas tonalidades de grises con relación al número de pixeles o porcentaje de los mismos.



2.2.1 Ajuste de brillo

Las técnicas básicas de transformación del histograma que resultan muy útiles para modificar el brillo y contraste de una imagen son:

- Contracción del histograma
- Expansión del histograma
- Desplazamiento del histograma
- Ecualización o igualación del histograma

2.2.2 Filtros Pasa-Bajas

- Son utilizados en la reducción de ruido; suavizan y aplanan un poco las imágenes y como consecuencia se reduce o se pierde la nitidez.
- Producen difuminado de la imagen
- Su aplicación puede dificultar la búsqueda de las orillas, ya que ésta se basa normalmente en la detección de cambios bruscos de intensidad en la imagen.
- En inglés son conocidos como Smoothing Spatial Filters.
- Ej. Mean filtering (box filtering), Gausiano, etc.

2.2.2 Filtros Pasa-Bajas

Ej. Filtro promedio o de caja (box filtering)

- Normalmente los filtros se normalizan para que $\sum h[j,k]=1$
- Es el filtro más simple y se basa en el promedio aritmético de los primeros vecinos de un píxel.

$$h = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Este filtro tiene las propiedades de suavizar, eliminar ruido y difuminar bordes
- Se encargan de atenuar la información de alta frecuencia, dejando inalterada la de baja frecuencia

2.2.2 Filtros Pasa-Bajas: Ejemplo



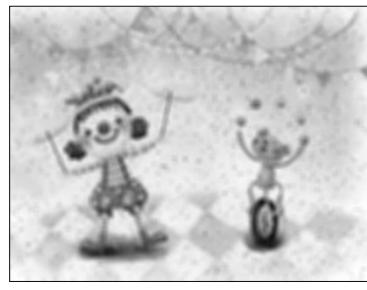
a) Imagen original

$$h = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Filtro promedio



c) Imagen ruidosa



d) Imagen filtrada

2.2.2 Filtros Pasa-Bajas

Ej. Filtro promedio estándar pesado

- Es una variación del filtro promedio estándar, también y se basa en el promedio aritmético de los primeros vecinos de un píxel, solo que le da mayor peso al pixel central ($N>1$)

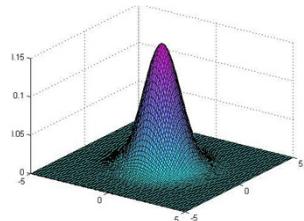
$$h = \frac{1}{N+8} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & N & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Los efectos de este filtro son similares al promedio estándar ya que depende del valor de N (mayor valor de N, más importancia al píxel central)

2.2.2 Filtros Pasa-Bajas

Filtros Gaussianos

- Simulan una distribución gaussiana bivariante. El valor máximo aparece en el pixel central y disminuye hacia los extremos tanto más rápido cuanto menor sea el parámetro de desviación típica s. El resultado será un conjunto de valores entre 0 y 1. Para transformar la matriz a una matriz de números enteros se divide toda la matriz por el menor de los valores obtenidos.



$$g(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2*s^2}}$$
$$G(x, y) = \frac{g(x, y)}{\min_{x,y}(g(x, y))}$$

2.2.2 Filtros Pasa-Bajas

Filtros Gaussianos

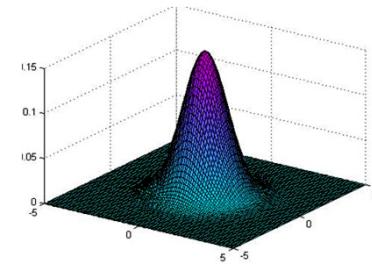
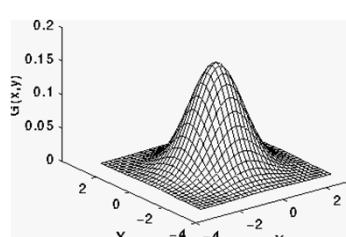
- Este tipo de filtros generalmente son utilizados para obtener filtros de tipo genérico. Pueden ser útiles, por ejemplo, cuando se asume que la respuesta espectral de un pixel es función de la reflectividad de los pixeles vecinos atenuada en función de la distancia.
- El alcance de esta atenuación (r) viene marcado por el tamaño de la ventana de filtrado ($w = 2r + 1$) que debe especificarse previamente.

2.2.2 Filtros Pasa-Bajas

Filtro Paso-bajas Gaussiano (soften)

$$g_3 = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g_s = \frac{1}{246} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$



2.2.2 Filtros Pasa-Bajas

Comparación : Gaussiano vs Promedio



Imagen original



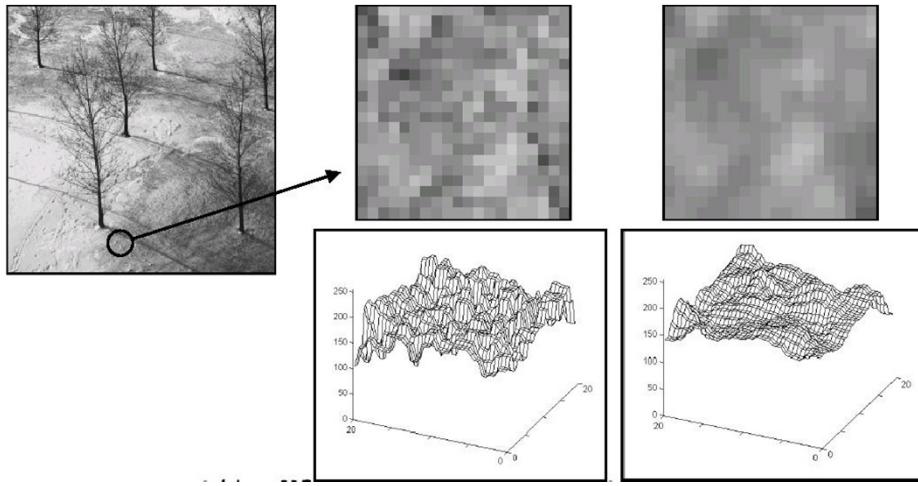
Filtro promediador



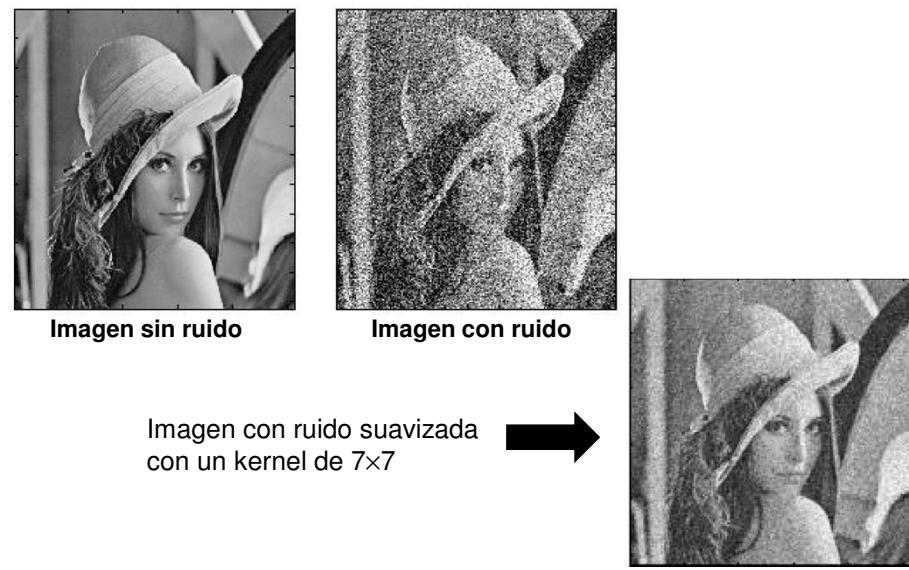
Filtro Gaussiano

2.2.2 Filtros Pasa-Bajas

Filtro Paso-bajas Gaussiano : Detalles



2.2.2 Filtros Pasa-Bajas



2.2.2 Filtros Pasa-Bajas

Imagen sin ruido



Filtro bloque 7x7



Imagen con ruido



Filtro binomial 7x7

2.2.2 Filtros Pasa-Bajas**Resumen: Suavizado direccional**

- Los filtros paso-bajas son utilizados para difuminar y reducir ruido en las imágenes, a este proceso se le conoce en inglés como smoothing.
- La reducción de ruido puede ser completada por el difuminado usando filtros lineales o bien con un filtrado no lineal.
- El difuminado (blurring) es usado en etapas de preprocessamiento desde la eliminación de pequeños detalles hasta la extracción de objetos y relleno de pequeños huecos en líneas y curvas.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

- Estos filtros son utilizados para detectar cambios de luminosidad.
- Son utilizados en la detección de patrones como bordes o para resaltar detalles finos de una imagen.
- Son conocidos como Sharpening Spatial Filters, ej: Laplaciano

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtros basados en derivadas de la función Gaussiana

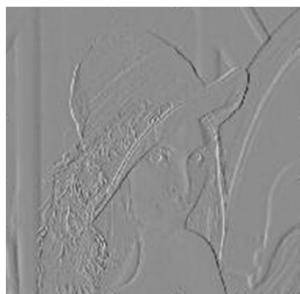
- Los filtros de Sobel y Prewitt, entre otros se basan en la derivada de la función Gaussiana y generalmente son empleados para detectar la presencia de bordes.
- En un principio estos filtros se obtuvieron heurísticamente, pero posteriormente se verificó que su funcionamiento correspondía a la aproximación de una binomial de primer orden para una primera derivada de una Gaussiana.
- A continuación se muestran los filtros Prewitt, Sobel, Robert y otros detectores de bordes y se profundizará con ellos en el tema de filtros pasa altas.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

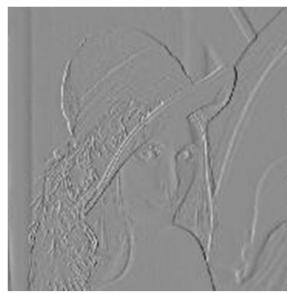
Operador	<i>Gradiente por fila</i>	<i>Gradiente por columna</i>
Pixel difference	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Separated pixel difference	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
Roberts	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Prewitt	$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
Sobel	$\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

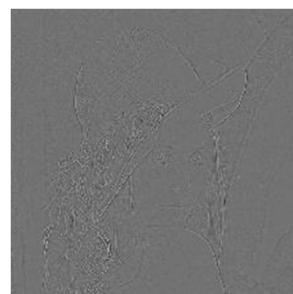
Ejemplo: Detección de bordes empleando distintas sobre la Imagen de Lena



Filtro Prewitt



Filtro Sobel



Filtro Laplaciano

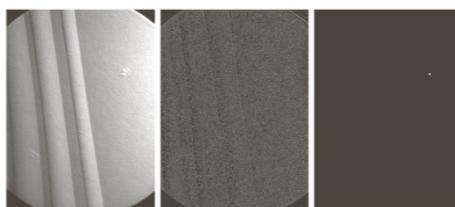
2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Detección de discontinuidades: puntos aislados

Un punto aislado de una imagen tiene un tono de gris que difiere significativamente de los tonos de gris de sus píxeles vecinos, es decir, de los ocho píxeles de su entorno 3×3 . Una máscara (Laplaciano) para detectar un punto aislado es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Diremos que un píxel es un punto aislado si el resultado de aplicar la máscara sobre el píxel (en valor absoluto) es mayor o igual que un cierto valor umbral T , fijado por el decisor. Dicho valor depende de la aplicación que estemos realizando.



2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro Laplaciano

Se basa en crear una máscara que destaque los píxeles (a través del aumento de su nivel de gris) cuya variación, con respecto a su vecindad, es significativa. A este tipo de filtro se le denomina sharpening, que puede traducirse como enfoque de la imagen, ya que destaca los detalles finos, bordes y otras discontinuidades de la misma a través de la aplicación de un filtro paso alto.

Si existiese una imagen formada por una matriz de una única fila, se podría calcular la variación de un píxel con respecto a su vecino aplicando el diferencial discreto de primer orden, ello es:

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro Laplaciano

$$\frac{\partial f(y)}{\partial y} = f(y+1) - f(y)$$

- Si se aplica el diferencial de segundo orden, resulta:

$$\frac{\partial^2 f(y)}{\partial y^2} = (f(y+1) - f(y)) - (f(y) - f(y-1)) = f(y+1) + f(y-1) - 2f(y)$$

- El Laplaciano se define como el diferencial de segundo orden con respecto a dos variables, esto es:

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}$$

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro Laplaciano

- Los términos derivativos se calculan como una extensión de:

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

- Sustituyendo ambas ecuaciones en la anterior, tenemos que:

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

- Lo que es equivalente a una máscara de la forma:

$w(-1, -1)$	$w(-1, 0)$	$w(-1, 1)$
$w(0, -1)$	$w(0, 0)$	$w(0, 1)$
$w(1, -1)$	$w(1, 0)$	$w(1, 1)$

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro Laplaciano

Otra variante en las máscaras laplaciadas son la inversión del signo de los elementos que conforman la misma, como pueden ser:

0	-1	0	-1	-1	-1	0	-1	0	-1	-1	-1
-1	4	-1	-1	8	-1	-1	5	-1	-1	9	-1
0	-1	0	-1	-1	-1	0	-1	0	-1	-1	-1

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro Laplaciano

Es importante destacar que el filtro laplaciano, al basarse en el diferencial de los píxeles de la vecindad, destaca las variaciones en las tonalidades de gris, mientras que atenúa la semejanza entre estos niveles.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Ejemplo:

mask	*	original image	=	convolved image
-1	-1	-1		
-1	8	-1		
-1	-1	-1		
*			=	
1	1	1	1	1
1	10	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Dependiendo del valor de T, obtenemos:

4 puntos, si ($0 < T \leq 9$)

1 punto, si ($9 < T \leq 72$)

Ningún punto, si ($T > 72$)

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

- Sin embargo, frecuentemente estamos interesados en detectar líneas en una determinada dirección.
- Los píxeles que forman parte de una línea horizontal, vertical o diagonal, tendrán respuestas extremas ante alguna de las máscaras siguientes:

-1	-1	-1
2	2	2
-1	-1	-1

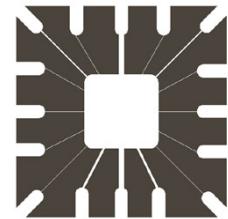
2	-1	-1
2	2	2
-1	-1	2

-1	2	-1
-1	2	-1
-1	2	-1

-1	-1	2
-1	2	-1
2	-1	-1

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Ejemplo: supongamos que estamos interesados en las líneas de la imagen con una orientación de -45°:



Máscara:

2	-1	-1
-1	2	-1
-1	-1	2



Valores absolutos de los resultados usando la máscara de detección de líneas con -45° posterior umbralización

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Detección de discontinuidades: líneas

Borde de una imagen digital en escala de grises



Borde ideal: forman un camino de un píxel de ancho, en los que se produce, perpendicularmente, un cambio en el nivel de gris.

Borde "rampa": forman un conjunto de píxeles conexos en los que se produce, en una determinada dirección, una variación gradual en el nivel de gris.

- Un punto se dice que es del borde si su derivada dos-dimensional es mayor que un cierto valor umbral.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Detección de discontinuidades: bordes

La idea que subyace en la mayor parte de las técnicas de detección de bordes es el cálculo de un operador local de derivación ya que un píxel pertenece a un borde si se produce un cambio brusco entre niveles de grises con sus vecinos.

Incidiremos en las propiedades de los operadores de derivación que vimos para realce de la imagen, para con la detección de bordes y estudiaremos otros no vistos hasta ahora.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Criterios a considerar para la detección de bordes

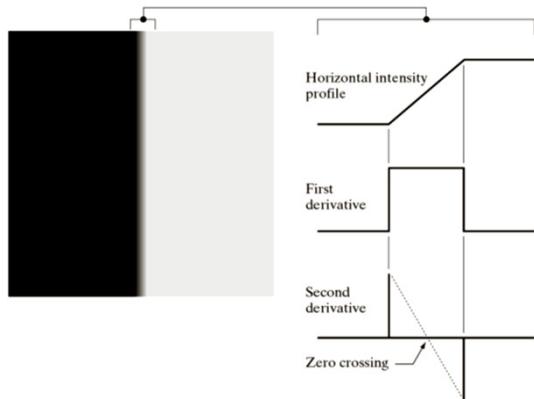
Un problema considerable en la búsqueda de los cambios bruscos para detectar bordes, es que también se detectará, colateralmente, el ruido.

En general, podemos decir que los pasos fundamentales en la detección de bordes son:

1. Realizar un suavizado de la imagen para reducir el ruido;
2. Detectar los posibles candidatos a ser puntos del borde;
3. Seleccionar, de entre los candidatos, aquéllos que pertenecen realmente al borde.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Detección de bordes en imágenes en escala de grises



La primera derivada se puede usar para determinar la presencia de un borde. Además, el signo de la derivada segunda determina en qué parte del borde se encuentra el píxel.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

En general, no hay forma de conocer si los píxeles detectados como parte del borde son correctos o no.

- **Falso positivo:** el detector devuelve un píxel cuando en realidad no pertenecía a ningún borde
- **Falso negativo:** el detector no devuelve un píxel cuando en realidad pertenecía a un borde.

Una manera posible de evaluar si un detector de bordes es bueno o no sería comparando el borde obtenido por el detector con el borde real de la imagen (para lo que, evidentemente, necesitamos conocerlo de antemano).

Existen otras aproximaciones que se basan en la "coherencia local". En este caso, no se compara con el borde real de la imagen, sino que se compara cada píxel detectado con sus vecinos.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Un ejemplo de un evaluador que compara con el borde real de la imagen viene dado por la siguiente función:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^{I_D} \left(\frac{1}{1 + \alpha d(i)^2} \right)}{\max(I_D, I_I)}$$

donde

- I_D es la cantidad de píxeles que devuelve el detector de bordes,
- I_I es la cantidad de píxeles reales que pertenecen a un borde en la imagen,
- $d(i)$ es la distancia entre el píxel i -ésimo del detector y el píxel más próximo del verdadero borde de la imagen,
- α es una constante que se usa para reescalado . Lo normal es $\alpha=1/9$.

Observemos que mientras más lejano esté el borde calculado al borde real, más próximo a cero es el valor de E y mientras más cercano, más próximo a 1.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Ejercicio: Dada la imagen correspondiente a la siguiente matriz, encontrar el valor del evaluador anterior (llamado Figure of Merit), para los siguientes bordes encontrados (a), b) y c)). Tómese $\alpha=0.5$ y la distancia city-block.

$$\text{Image Array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 100 & 100 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	c) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
--	--	--

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Operadores gradiente:

Del vector gradiente $\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right] = [G_x, G_y]$
 obtenemos su módulo $|\nabla f| \approx |G_x| + |G_y|$
 y su dirección $\alpha(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$
 que es perpendicular a la del borde.

Varias máscaras usadas para calcular el gradiente:

Prewitt es más sencilla, pero Sobel evita mejor el ruido.

$\begin{array}{ c c } \hline -1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c c } \hline 0 & -1 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array}$ Robert	$\begin{array}{ c c c } \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c c c } \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$ Prewitt	$\begin{array}{ c c c } \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{ c c c } \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 2 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$ Sobel
---	--	--

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Operadores gradiente



FIGURE 10.16
 (a) Original image of size 834×1114 pixels, with intensity values scaled to the range $[0, 1]$.
 (b) $|g_x|$, the component of the gradient in the x -direction, obtained using the Sobel mask in Fig. 10.14(f) to filter the image.
 (c) $|g_y|$, obtained using the mask in Fig. 10.14(g).
 (d) The gradient image, $|g_x| + |g_y|$.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Operadores gradiente



a b
c d

FIGURE 10.18
Same sequence as in Fig. 10.16, but with the original image smoothed using a 5×5 averaging filter prior to edge detection.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Operadores gradiente

En algunas ocasiones es conveniente realizar una umbralización de la imagen gradiente obtenida.

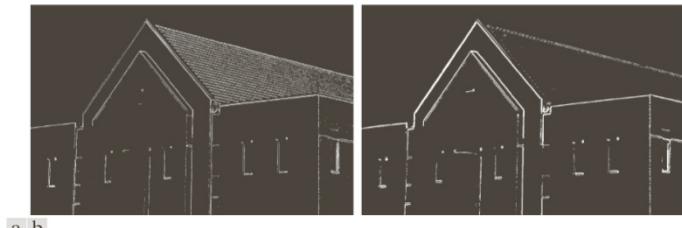


FIGURE 10.20 (a) Thresholded version of the image in Fig. 10.16(d), with the threshold selected as 33% of the highest value in the image; this threshold was just high enough to eliminate most of the brick edges in the gradient image. (b) Thresholded version of the image in Fig. 10.18(d), obtained using a threshold equal to 33% of the highest value in that image.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Operadores máscaras “brújula”

Un ejemplo son las máscaras de **Kirsch** (8 máscaras):

K_0	K_1	K_2	K_3
-3 -3 5 -3 0 5 -3 -3 5	-3 5 5 -3 0 5 -3 -3 -3	5 5 5 -3 0 -3 -3 -3 -3	5 5 -3 5 0 -3 -3 -3 -3
K_4	K_5	K_6	K_7
5 -3 -3 5 0 -3 5 -3 -3	-3 -3 -3 5 0 -3 5 5 -3	-3 -3 -3 -3 0 -3 5 5 5	-3 -3 -3 -3 0 5 -3 5 5

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Máscaras de compás de **Kirsch**:

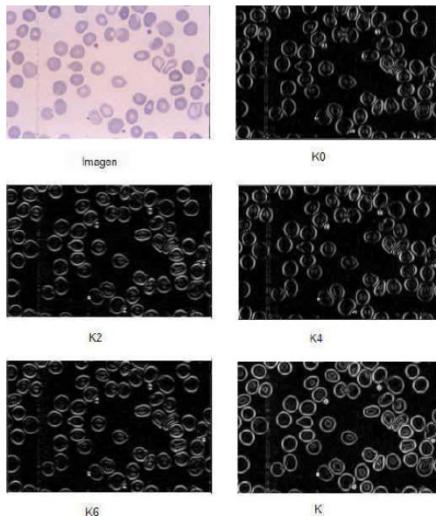
Por ejemplo, si el mayor valor es el resultante de aplicar la primera máscara sobre un píxel implica que existe un borde en sentido vertical en el píxel donde se ha aplicado la máscara.

Para encontrar los bordes, se aplica cada una de las máscaras en cada uno de los píxeles (se realiza una convolución con cada máscara). La respuesta del detector de bordes es el máximo de las respuestas de cada una de las ocho máscaras y la dirección del gradiente sería $\pi^*i/4$ si K_i ha sido la máscara responsable de dicho máximo.

Otro ejemplo: **Robinson** (más sencillo de implementar, pues sólo posee coeficientes 0,1,2).

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Máscara de Kirsch



Los operadores Sobel y Kirsch producen menos errores que otros modelos de gradiente digital en imágenes con ruido. Normalmente, el operador de Kirsch produce mejores resultados que el de Sobel. Sin embargo, ambos operadores siguen siendo demasiado sensibles a determinada cantidad de ruido.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro de Marr-Hildreth

Los pasos a seguir son:

1. Aplicar un filtro Gaussiano.
2. Calcular el Laplaciano de la imagen resultante.
3. Determinar los píxeles de “paso por cero”.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro de Marr-Hildreth

PASO 1 Realizar una convolución a la imagen I con una matriz G que modeliza una función gaussiana bidimensional:

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

donde σ representa la desviación típica.

Ejemplo de máscara 5x5 para el filtro gaussiano con $\sigma=1.0$

1 273	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>4</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>16</td><td>26</td><td>16</td><td>4</td></tr> <tr><td>7</td><td>26</td><td>41</td><td>26</td><td>7</td></tr> <tr><td>4</td><td>16</td><td>26</td><td>16</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>4</td><td>1</td></tr> </table>	1	4	7	4	1	4	16	26	16	4	7	26	41	26	7	4	16	26	16	4	1	4	7	4	1
1	4	7	4	1																						
4	16	26	16	4																						
7	26	41	26	7																						
4	16	26	16	4																						
1	4	7	4	1																						

Recordemos que la convolución de una imagen con una función de esta forma emborrona la imagen con un grado de emborronamiento proporcional a σ (por tanto, se produce una reducción de ruido).

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro de Marr-Hildreth

PASO 2 Calcular el Laplaciano de la imagen resultante

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Los pasos 1 y 2 se pueden aproximar mediante la convolución con la máscara:

Se trata del filtro Laplaciano del Gaussiano (LoG). Existen otras aproximaciones alternativas que modelizan este filtro.

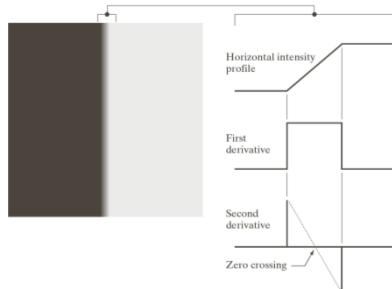
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -16 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

[+ información...](#)

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro de Marr-Hildreth

PASO 3 Determinar los píxeles de “paso por cero”.



Los píxeles del borde son aquellos tal que el Laplaciano de dos de sus vecinos en posiciones opuestas tienen distinto signo (píxeles de paso por cero). Normalmente se considera un valor umbral para el valor absoluto de la diferencia numérica entre posiciones opuestas para considerar que un píxel es de paso por cero.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro de Marr-Hildreth

Ejemplo:

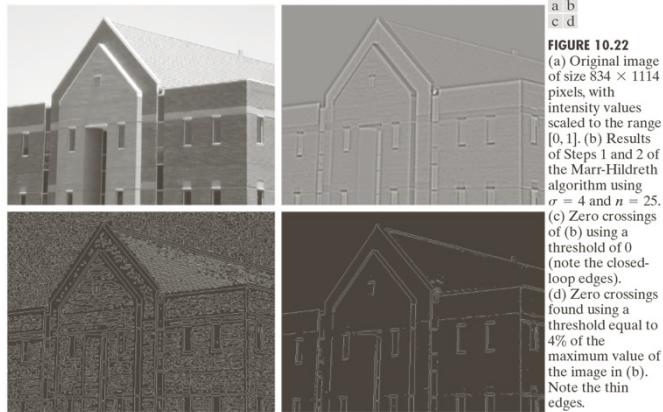


FIGURE 10.22
 (a) Original image of size 834×1114 pixels, with intensity values scaled to the range [0, 1]. (b) Results of Steps 1 and 2 of the Marr-Hildreth algorithm using $\sigma = 4$ and $n = 25$. (c) Zero crossings of (b) using a threshold of 0 (note the closed-loop edges). (d) Zero crossings found using a threshold equal to 4% of the maximum value of the image in (b). Note the thin edges.

Inconvenientes: efecto “espagueti”; implementación del paso por cero.

[Demo on-line](#)

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro de Canny

Es el detector de bordes más potente que existe actualmente.

Los pasos principales del algoritmo son:

1. Se aplica un filtro gaussiano. De esta forma la imagen se suaviza (eliminación de ruidos).
2. Se calcula el gradiente de la imagen suavizada, para determinar los píxeles donde se produce máxima variación (mayor módulo del vector gradiente). También se determina la dirección del vector gradiente.
3. La matriz M correspondiente al módulo del gradiente de la función gaussiana tendrá valores grandes donde la variación de la intensidad sea grande. Se eliminan (igualan a cero) aquellos píxeles que no son máximos locales en la dirección del gradiente (que es perpendicular al borde).

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtro de Canny

3. continuación....

Se realiza un proceso de doble umbralización para determinar los píxeles del borde: se marcan los píxeles con valor por encima de un umbral T1; se marcan aquellos píxeles conectados a los primeros cuyo valor esté por encima de un segundo umbral T2 ($T_2 < T_1$). Esto eliminará falsos bordes o bordes dobles, al mismo tiempo que permite un resultado conexo.

[Algo más de información on-line](#)

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Ej. De filtrado con el método de Canny

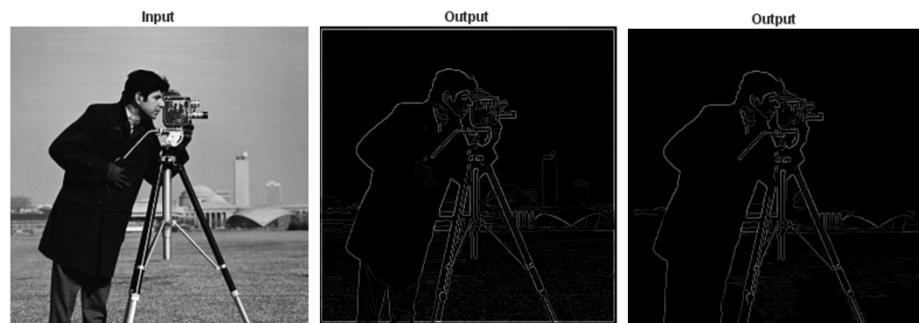


El filtro Gaussiano se ha realizado para $\sigma=4$ y una máscara de tamaño 25×25 . Los umbrales considerados han sido $T_1=0.1$ y $T_2=0.04$

[Demo on-line](#)

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

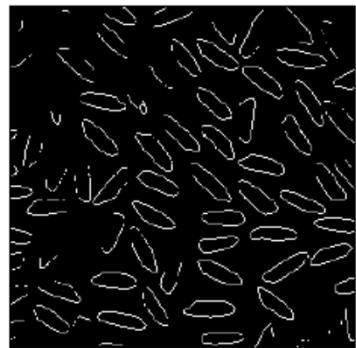
Ej. Filtrado de Canny variando el valor del umbral y la desviación estándar



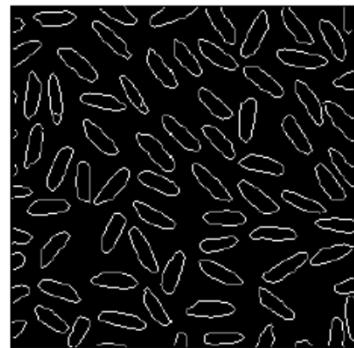
- Convolución con una máscara de 3×3 , $\sigma = 0.5$, umbral=75
- Convolución con una máscara de 7×7 , $\sigma=0.45$, umbral=10

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Ej. Comparación entre el detector de bordes de Sobel y de Canny



Sobel Filter



Canny Filter

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Enlazado de bordes

Las técnicas anteriores detectan las discontinuidades de intensidad.

En la práctica, el conjunto de píxeles que se obtiene, rara vez caracteriza completamente un borde debido al ruido, a una iluminación no uniforme, etc. Por ello, los algoritmos de detección de bordes, normalmente se siguen de procedimientos de enlazado de los mismos.

Un procesamiento local consiste en analizar las características de los vecinos en un entorno de cada uno de los píxeles de la imagen que se han detectado como borde. Todos los puntos que son similares en algún sentido predeterminado, se enlazan.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Enlazado de bordes

Las dos principales propiedades utilizadas en este tipo de análisis para establecer la similitud de los píxeles del borde son:

- La intensidad de la respuesta del operador gradiente utilizado para producir el píxel del borde. Un píxel del borde de coordenadas (x',y') que se encuentra en un entorno de vecindad determinado de un píxel de coordenadas (x,y) , tiene intensidad similar si:

$$|\nabla f(x, y) - \nabla f(x', y')| \leq T$$

donde T es un valor umbral no negativo.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Enlazado de bordes

La dirección del gradiente. Un píxel del borde de coordenadas (x',y') que se encuentra en un entorno de un píxel de coordenadas (x,y) , tiene ángulo similar si:

$$|\alpha(x, y) - \alpha(x', y')| \leq A$$

donde A es un valor umbral no negativo.

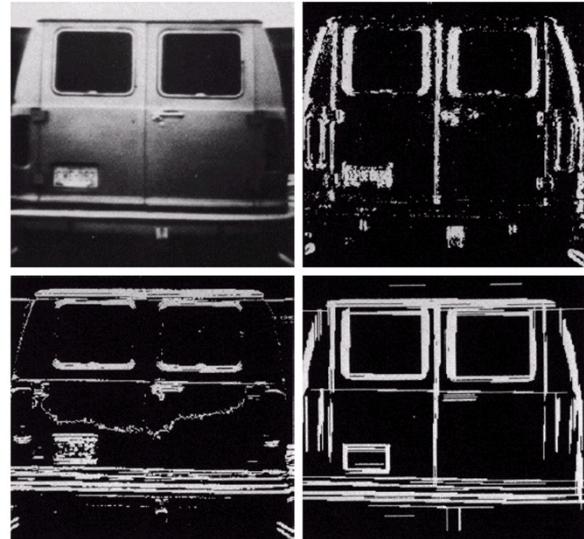
Siendo $\alpha(x, y) = \arctg\left(\frac{\nabla_2 f(x, y)}{\nabla_1 f(x, y)}\right)$ la dirección del gradiente (que es perpendicular a la del borde).

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Enlazado de bordes

- En el siguiente ejemplo se muestra la imagen original (a),
- la componente x e y del gradiente usando el operador de Sobel ((b) y (c), respectivamente),
- La figura (d) muestra el resultado de enlazar todos los puntos que tienen módulo del gradiente mayor que 25 y cuya dirección del gradiente no difiere más de 15°.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas



2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Ejemplos y ejercicios con los Métodos Detectores de Bordes

Operador de Robert, Sobel,
Prewitt y Laplaciano

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Aplicando el operador de Sobel

- Suponiendo la imagen, calcular el gradiente del píxel marcado en color rojo con la máscara de convolución que se indica: filtro de Sobel en (G_x), posteriormente realizarlos para cada píxel de $f(x,y)$.

5	14	0	0	56	35	42
0	180	180	179	79	55	47
1	188	195	191	50	50	10
193	33	215	204	160	10	0
200	230	245	230	190	200	200
0	230	200	230	190	200	200
0	2	2	18	12	70	0

Imagen $f(x,y)$

$w(-1,-1)$	$w(-1,0)$	$w(-1,1)$
$w(0,-1)$	$w(0,0)$	$w(0,1)$
$w(1,-1)$	$w(1,0)$	$w(1,1)$

Máscara de convolución

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Operador de Sobel en $G(x)$

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Algoritmo...

Para cada pixel se le aplica un kernel primera derivada en las direcciones ortogonales X e Y, los resultados se elevan al cuadrado, se suman y se le encuentra la raíz cuadrada.

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \equiv M_x \quad \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \equiv M_y$$

$$\sqrt{\left| \frac{\partial B}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial B}{\partial y} \right|^2} \quad \text{o} \quad \text{Resultado} = |M_x + M_y|$$

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Continuación...

Es decir, tomando una región de una imagen de dimensión 3x3, con las máscaras de Sobel para obtener Gx y Gy, en el mismo punto:

- a) $Gx = (z3 + 2z6 + z9) - (z1 + 2z4 + z7)$
- b) $Gy = (z7 + 2z8 + z9) - (z1 + 2z2 + z3)$
- c) $|G| = |Gx| + |Gy|$

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Continuación...

- d) Binarización de la imagen gradiente, con un umbral definido, siendo un valor no negativo

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } |G| > T \\ 0 & \text{si } |G| \leq T \end{cases}$$

Donde T es un valor de umbral

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

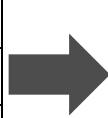
Resolviendo...

Para el cálculo del gradiente aplicamos las ecuaciones a) y b), obteniendo:

$$|G_x| \quad y \quad |G_y|$$

y mediante la ecuación (c), obtenemos $|G|$. Con el umbral definido, el píxel marcado sería un punto de borde, quedando la nueva imagen como:

	180	180	179			
	188	195	191			
	33	215	204			



2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Continuación...

Las operaciones anteriores se realizan para cada píxel, de modo que al final se tiene una imagen binaria donde se visualizan en tonos blancos, los puntos de borde y el fondo en negro.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Operador de Prewitt:

- Es similar al operador SOBEL pero, en lugar de aplicar las máscaras de la derivada primera, aplica las siguientes:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \equiv M_x \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \equiv M_y$$

- Con los resultados obtenidos de la aplicación de las máscaras para cada pixel se realiza la operación:

$$\sqrt{\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial y}\right)^2} \quad \text{o bien} \quad |M_x + M_y|$$

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Los operadores de Robert:

- ▶ Las dos máscaras toman otra posición en la mascara de convolución

-1	0	0
0	1	0
0	0	0

M1

0	0	-1
0	1	0
0	0	0

M2

- Con los resultados obtenidos de la aplicación de las máscaras para cada pixel se realiza la operación:

$$\sqrt{\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial y}\right)^2} \quad \text{o bien} \quad |M_x + M_y|$$

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Ejercicios:

Filtra la imagen con el operador de Sobel, con un $T=105$

5	14	0	0	56	35	42
0	180	180	179	79	55	47
1	188	195	191	50	50	10
193	33	215	204	160	10	0
200	230	245	230	190	200	200
0	230	200	230	190	200	200
0	2	2	18	12	70	0

Matriz de la Imagen original

Resultado con el Operador de Sobel

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Ejercicios:

Filtra la imagen con el operador de Prewitt, con un $T=105$

5	14	0	0	56	35	42
0	180	180	179	79	55	47
1	188	195	191	50	50	10
193	33	215	204	160	10	0
200	230	245	230	190	200	200
0	230	200	230	190	200	200
0	2	2	18	12	70	0

Matriz de la Imagen original

Resultado con el Operador de Prewitt

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Ejercicios:

Filtra la imagen con el operador de Robert, con un $T=105$

5	14	0	0	56	35	42
0	180	180	179	79	55	47
1	188	195	191	50	50	10
193	33	215	204	160	10	0
200	230	245	230	190	200	200
0	230	200	230	190	200	200
0	2	2	18	12	70	0

Matriz de la Imagen original

Resultado con el Operador de Robert

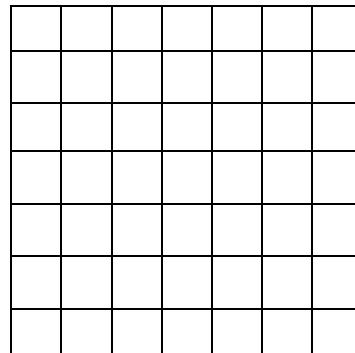
2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Ejercicios:

Filtra la imagen con el operador Laplaciano, con un $T=105$

5	14	0	0	56	35	42
0	180	180	179	79	55	47
1	188	195	191	50	50	10
193	33	215	204	160	10	0
200	230	245	230	190	200	200
0	230	200	230	190	200	200
0	2	2	18	12	70	0

Matriz de la Imagen original



Resultado con el Filtro Laplaciano

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Tarea:

Realizar un análisis de comparación de detectores de bordes.

- El objetivo es que mediante la experimentación sobre algunos detectores, determinar cual es el que mejor realiza la función de extracción/resaltado de bordes para una imagen en particular (resolución de un problema).
- Para dar una idea de lo complicado que puede resultar hacer una comparación rigurosa y formal de algo, puede decirse que depende totalmente de la subjetividad del sujeto que califique lo bueno que es un detector de esta naturaleza y del problema en cuestión.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

En resumen:

- (1) La detección de bordes usando operadores de aproximación del gradiente tiende a funcionar bien **en los casos en que se involucran imágenes con transiciones de intensidad claramente definidas y ruidos relativamente bajos.**
- (2) Los pasos por cero ofrecen una alternativa **en los casos en que los bordes están borrrados o cuando está presente un alto contenido de ruido.** El paso por cero **ofrece fiabilidad en las localizaciones de bordes y la propiedad de suavizado de la convolución gaussiana reduce los efectos del ruido.** El precio a pagar por estas ventajas es el incremento de complejidad de cálculo y tiempo.
- (3) El algoritmo de **Canny** es el que **ofrece mejores resultados para bordes de imágenes con ruido gaussiano.**

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtros Paso-Banda:

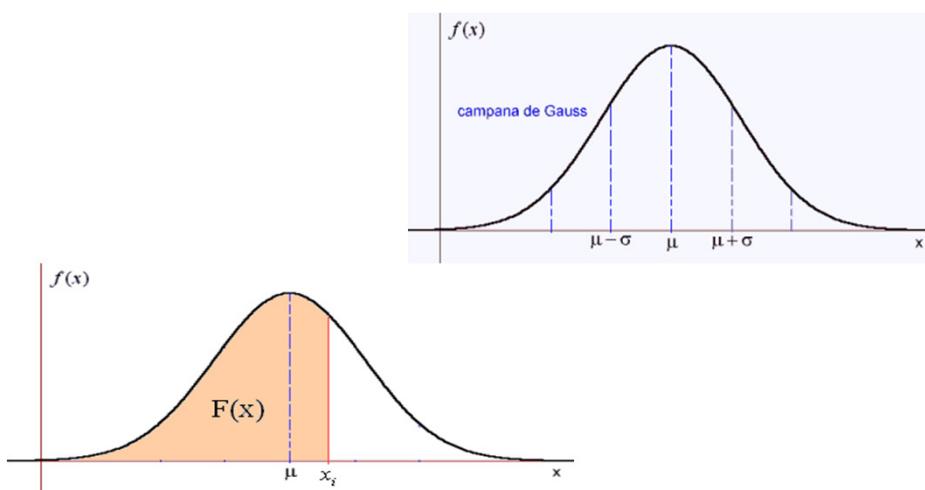
- Son utilizados para detectar patrones de ruido. Ya que un filtro paso-banda generalmente elimina demasiado contenido de una imagen casi no son usados. Sin embargo, los filtros paso-banda son útiles para aislar los efectos de ciertas bandas de frecuencias seleccionadas sobre una imagen. De esta manera, estos filtros ayudan a simplificar el análisis de ruido, razonablemente independiente del contenido de la imagen.

2.2.2 Filtros Pasa-Altas

Filtros Adaptativos:

- Son considerablemente más complejos ya que los coeficientes de ponderación se recalculan para cada uno de los pixeles en función del histograma de los ND que aparecen en la ventana. Se han utilizado con gran éxito filtros adaptativos para eliminar el ruido *speckle* de las imágenes de radar y para detectar, con un solo filtro, diferentes elementos.

2.3 Filtros de Moda y Mediana



2.3 Filtros de Moda y Mediana

Filtro de la mediana

- Es un filtro no lineal y altamente efectivo en la eliminación de ruido y su efecto es de suavizado sin embargo, se tiene el problema de que genera la pérdida de líneas finas y de bordes, por lo que, para evitar este inconveniente, puede solucionarse al aplicar una máscara de los 4-vecinos
- Por otro lado tiene la ventaja de que el valor final del pixel es un valor real presente en la imagen y no un promedio, de este modo se reduce el efecto borroso que tienen las imágenes que han sufrido un filtro de media.

2.3 Filtros de Moda y Mediana

Filtro de la mediana

- La mediana es el valor que divide en dos partes iguales un conjunto de valores, es decir, se considera al valor representativo de ambos conjuntos al valor medio, por ej, en una ventana de 3x3, el valor mediana es el 5º. valor.

123	125	126	130	140
122	124	126	127	135
118	120	150	125	134
119	115	119	123	133
111	116	110	120	130

Neighbourhood values:

115, 119, 120, 123, 124,
125, 126, 127, 150

Median value: 124

2.3 Filtros de Moda y Mediana

Filtro de la mediana

- El filtro de la mediana es menos sensible a valores extremos
- Su complejidad consiste en el calculo de ordenar los diferentes valores que aparecen en los pixeles incluidos en la ventana y determinar cual es el valor central

20	23	30	31
22	21	29	30
23	24	32	33
29	31	34	37

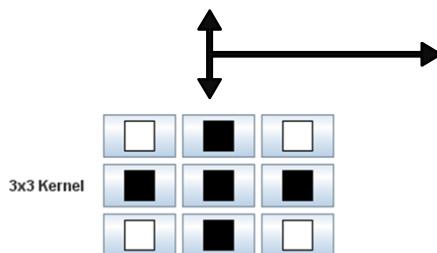
→

N	N	N	N
N	23	30	N
N	29	31	N
N	N	N	N

2.3 Filtros de Moda y Mediana



- Ej. Eliminación de ruido salt & pepper empleando una máscara de 3x3 4-vecinos



2.3 Filtros de Moda y Mediana



- Ej. Eliminación de ruido salt & pepper empleando una máscara de 3x3 4-vecinos



2.3 Filtros de Moda y Mediana

Ej. De eliminación de ruido: mediana vs media



Imagen con ruido
sal t & pepper



después de aplicar
filtro mediana



después de aplicar
filtro media

2.3 Filtros de Moda y Mediana

La moda

- La moda es el valor que más se repite en una distribución, por lo que se sustituye el valor del píxel en cuestión por el valor de su vecino más repetido
 - Ventaja: atenúa el ruido impulsional (sal y pimienta)
 - Inconveniente: con frecuencia los valores de intensidad en la vecindad son todos diferentes, o bien, la presencia de distribuciones multimodales (con más de una moda)

2.3 Filtros de Moda y Mediana

Otros filtros estadísticos o No-lineales

De rango ordenado n:

- Similar al filtro de la mediana pero en lugar de elegir la mediana, se elige el n-ésimo valor de la vecindad, el filtro de la mediana es un caso particular de éste.
- Comúnmente son conocidos los filtros
 - Máximo y Mínimo

2.3 Filtros de Moda y Mediana

Otros filtros estadísticos o No-lineales

Máximo:

- Ordena los valores de nivel de gris y **selecciona el mayor valor contenido en la máscara**
 - Ventaja: Elimina el ruido pimienta (píxeles negros)
 - Inconveniente: sólo funciona cuando el ruido es exclusivamente tipo pimienta y tiende a aclarar la imagen

2.3 Filtros de Moda y Mediana

Otros filtros estadísticos o No-lineales

Mínimo:

- Ordena los valores de nivel de gris y **selecciona el menor valor de dentro de una ventana**
 - Ventaja: Elimina el ruido sal (píxeles blancos)
 - Inconveniente: sólo funciona cuando el ruido es exclusivamente tipo sal y tiende a oscurecer la imagen

2.3 Filtros de Moda y Mediana

Ej. Imagen filtrada con filtro Máximo y filtro Mínimo



Imagen original



Filtro Mínimo



Filtro Máximo

2.3 Filtros de Moda y Mediana

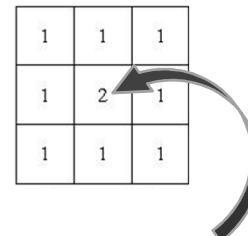
Ejercicio:

- Filtrar la siguiente imagen A con el filtro propuesto

17	24	1	8	15
23	15	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

A=

- Para el filtro Promedio consideremos el centro de la máscara con mayor peso:



- Para los filtros de la Mediana, Moda, Máximo y Mínimo, consideremos $w_i=1$

2.3 Filtros de Moda y Mediana

Ejercicio

- Analizar el resultado de los filtros: Promedio, Mediana, Moda, Máximo y Mínimo

A=

17	24	1	8	15
23	15	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Bibliografía

- Gonzalez, RC y Woods, RE Digital Image Processing. Addison-Wesley, USA, 1992.
- Forsyth y Ponce. Computer Vision: A modern approach. Prentice-Hall, New Jersey, 2003.
- J. Parker. *Algorithms for image processing and computer vision*. John Wiley & Sons ed. (1997), 116-149

Links para practicar:

► .
http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/hipr_top.htm

<http://www.tsc.uc3m.es/imagine/index.html>