

Cloc drift and power sharing

Manel Velasco, Miguel Castilla

dimarts, 19 de juliol de 2016

Este archivo sólo sirve para ordenar mi manera de pensar, no se puede esperar de él que sea serio ni concreto ni que se centre en una idea en particular ni que clarifique las ideas a nadie.

El "drift" de los relojes de un sistema distribuido puede producir variaciones sensibles en los resultados finales de los puntos de equilibrio del sistema. Especialmente si el sistema tiene integradores. En este documento revisamos las ecuaciones para el lazo secundario del droop en una microred para intentar cuantificar sus efectos.

Antes de empezar debemos decir que nadie en la red posee un reloj perfecto, todos los generadores piensan que su reloj es el que funciona correctamente y ninguno de los generadores tiene constancia que el resto de generadores puedan tener un problema con sus relojes. Esto produce dos problemas fundamentales, por un lado cada uno de ellos generará una frecuencia de oscilación ligeramente diferente, pero el droop los forzará a que esta frecuencia sea exactamente la misma¹ para todos ellos, pero, cada uno de ellos medirá² una frecuencia de funcionamiento diferente, el resultado es que se produce un desbalanceo de carga. La segunda consecuencia es que el secundario verá la diferencia entre la frecuencia de consigna³ y la frecuencia actual y generará un término para corregir el valor de funcionamiento. Nuevamente el droop hará que la frecuencia física de funcionamiento sea única para todos los generadores, y por lo general no coincidirá con ninguno de los valores que ellos creen que están generando.

1 Las ecuaciones de los relojes del sistema

Hemos dicho que nadie posee un reloj perfecto, sin embargo es interesante disponer de un reloj perfecto para poder realizar un análisis del funcionamiento del sistema. Este reloj perfecto sólo existe desde un punto de vista analítico y sirve como marco de comparación entre los diferentes generadores. Podríamos escoger cualquiera de los generadores para considerar un marco de referencia global, pero esto le daría una importancia especial al generador que de hecho no tiene.

Para nosotros el tiempo global será la variable t , que nos sirve como marco de referencia para poder comparar los resultados que obtendremos. Nadie posee un reloj que sea capaz de medir de forma correcta a t , en general si medimos⁴ el tiempo con un generador i y

¹ Nos referimos a físicamente la misma. Es decir, el droop fuerza a que todos los generadores funcionen a la misma frecuencia, aunque ellos consideren que sus frecuencias individualmente sean diferentes.

² No se mide nada, en realidad es una frecuencia que se genera. La confianza en el funcionamiento del reloj es tan grande que la generación de frecuencia funciona en lazo abierto. Nadie comprueba si la frecuencia generada y la consignada por la ecuación del droop son iguales, ni se cierra un lazo de control para forzar que sean iguales

³ la frecuencia de consigna es ω_0

⁴ Medir el tiempo es un problema mayor, pero esto es un trabajo analítico y no hay problema en utilizar este lenguaje.

lo comparamos con el tiempo global obtenemos que

$$\bar{t}_i(t) = f(t) \quad (1)$$

Una función del tiempo, que debería ser monótona creciente⁵. Si el reloj del generador i es suficientemente estable esta función es una recta

$$\bar{t}_i(t) = k_i t + o_i \quad (2)$$

que tiene una pendiente $0 < k_i < \infty$ y un offset respecto al reloj ideal. El offset es un elemento del que vamos a prescindir⁶, puesto que estamos interesados en medir el paso del tiempo, no el tiempo en valor absoluto. Para ello podemos marcar un instante inicial de tiempo en el generador $\bar{T}_i(t = t_0) = k_i t_0 + o_i$ y consideraremos el tiempo en el generador como el intervalo de tiempo medido entre este punto inicial y cualquier otro instante de tiempo

$$t_i = \bar{t}_i - \bar{T}_i = k_i t + o_i - k_i t_0 - o_i = k_i \Delta t \quad (3)$$

Y de forma más laxa diremos que

$$t_i = k_i t \quad (4)$$

para referirnos al paso del tiempo medido en un generador, aunque debe ser entendido como una relación entre intervalos de tiempos de dos relojes diferentes.

2 Relación de frecuencias

Dado un generador i , si éste genera una sinusoidal de frecuencia ω con su reloj, ¿Cuál será la frecuencia vista desde el marco de referencia ideal?. Para verlo, expresamos las ecuaciones de la sinusoidal generada por el generador en términos del reloj ideal

$$\sin(\omega t_i) = \sin(\omega k_i t) = \sin(\omega' t) \quad (5)$$

Es decir, la frecuencia vista desde fuera será $\omega' = \omega k_i$, si el reloj del generador i va más rápido esta frecuencia vista desde fuera será más alta de lo esperado, si el reloj va más lento, esta frecuencia será más lenta. Esto indica que hace falta distinguir el marco de referencia en el cual se generan las frecuencias, así si escribimos ω_i nos referimos a la frecuencia generada por el generador i con su base de tiempo t_i . La ausencia de subíndice indica que la frecuencia se expresa en la base de tiempo ideal.

Esta notación nos permite establecer las relaciones entre los diferentes generadores, es decir, podemos ver como verá el generador j

⁵ no permitimos viajes en el tiempo en este trabajo.

⁶ En los casos en los que sea importante lo marcaremos de forma explícita.

una frecuencia generada por el generador i

$$\omega = \omega_i k_i \quad (6)$$

$$\omega = \omega_j k_j \quad (7)$$

$$\omega_j = \omega_i \frac{k_i}{k_j} \quad (8)$$

Esta relación también establece que si dos generadores funcionan a la misma frecuencia⁷ entonces

⁷ Por ejemplo por efecto del droop

$$\omega_i k_i = \omega_j k_j \quad (9)$$

Siendo ω_i y ω_j las frecuencias a las que ellos creen que están funcionando⁸

⁸ En la simulación con 2 generadores y drift ya hemos comprobado que esta relación existe

3 Desbalanceo del droop sin secundario debido al drift

De la ecuación 9 se deduce rápidamente la relación de potencias en un sistema que utiliza el droop sin secundario

$$\omega_0 k_i - m P_i k_i = \omega_0 k_j - m P_j k_j \quad (10)$$

Que nos lleva a

$$P_i = P_j \frac{k_j}{k_i} + \omega_0 \frac{(k_i - k_j)}{m k_i} \quad (11)$$

una relación lineal entre ellas y un offset, el offset tiene un efecto extraño, en situaciones de poca carga uno de los dos generadores se verá obligado a absorber carga en lugar de entregarla, lo que nos indica que en situaciones de poca carga hay que minimizar el número de generadores en la red. Otra interpretación sería que la diferencia en los relojes genera una carga virtual en la red, dado que no existe físicamente alguien la tiene que absorber la potencia generada.

El resultado es que la potencia **no** puede ser la misma en todos los generadores debido a la diferencia entre los relojes de los generadores⁹. Además el resultado dice que la diferencia de potencias depende de un offset que es inversamente proporcional a m , que es un elemento de diseño y de estabilidad del sistema, para m muy pequeña las diferencias se acentúan notablemente, resultado que ya hemos visto en las simulaciones. Por otra parte, la ecuación 11 abre la puerta a encontrar los valores de k_i, k_j en un sistema, si medimos la diferencia de potencia entre ellos podemos tener una relación bastante buena de drift entre los relojes.

⁹ Se puede leer de muchas maneras diferentes, parece que cuantos más generadores hay peor es la situación

Un aspecto a explotar de la ecuación es el hecho que el término de offset depende de la consigna ω_0 , a lo mejor se puede sacar partido a

este hecho alterando los valores de consigna para intentar evaluar el comportamiento de los demás generadores y así reducir el desbalanceo.

Resultados de simulación con 2 generadores

Si realizamos una simulación con dos generadores y comparamos los resultados obtenidos con los de la ecuación 11 podremos comprobar si se cumple.

Para esta simulación se ha utilizado el esquema que se muestra en la figura 1, la carga variable se mantiene constante durante toda la simulación

Para la simulación tenemos los siguientes datos:

$$\begin{aligned} m &= 0,1 \times 10^{-6} \frac{\text{Rad}}{\text{J}} & k_1 &= 1 + 50 \times 10^{-6} \frac{s_1}{s} \\ k_2 &= 1 \frac{s_2}{s} & w_0 &= 50\text{Hz} \end{aligned} \quad (12)$$

La figura 2 muestra los detalles del desbalanceo en la potencia tras la simulación y la figura 3 los detalles de la convergencia de las frecuencias. La medida de las frecuencias no coincide porque están expresadas en términos de los relojes locales, pero su valor físico es el mismo. Las potencias medias obtenidas con estos datos son

$$P_1 = 5,353233533 \times 10^5 \text{Watt} \quad P_2 = 5,337793196 \times 10^5 \text{Watt} \quad (13)$$

$$\omega_1 = 49,148006421\text{Hz} \quad \omega_2 = 49,150463827\text{Hz} \quad (14)$$

Aplicando la ecuación 11 para calcular el valor de P_1 a partir del valor de P_2 obtenemos

$$P_1 = P_2 \frac{k_2}{k_1} + \omega_o \frac{(k_1 - k_2)}{mk_1} = \quad (15)$$

$$= 5,337793196 \times 10^5 \frac{1}{1,00005} + 314,15 \frac{(1,00005 - 1)}{0,1 \times 10^{-6} \times 1,00005} = \quad (16)$$

$$= 5,353233498340623 \times 10^5 \text{Watt} \quad (17)$$

Este resultado coincide hasta el primer decimal con el resultado de la simulación.

Resultados de la simulación con 4 generadores

Para el caso de 4 generadores tomamos los siguientes valores

$$\begin{aligned} m &= 0,1 \times 10^{-6} \frac{\text{Rad}}{\text{J}} & w_0 &= 50\text{Hz} \\ k_1 &= 1 + 50 \times 10^{-6} \frac{s_1}{s} & k_2 &= 1 \frac{s_2}{s} \\ k_3 &= 1 + 30 \times 10^{-6} \frac{s_3}{s} & k_4 &= 1 - 20 \times 10^{-6} \frac{s_4}{s} \end{aligned} \quad (18)$$

El modelo de la simulación es el que se muestra en la figura 4

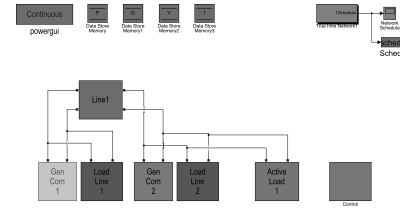


Figura 1: Modelo de la simulación

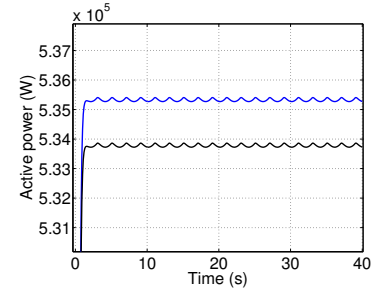


Figura 2: Detalle del valor de las potencias de dos generadores, sin comunicaciones, sin secundario.

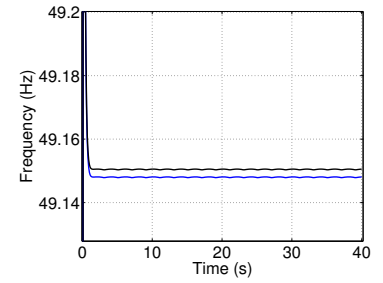


Figura 3: Detalle del valor de las frecuencias de dos generadores sin comunicaciones sin secundario. Medidas locales de frecuencia

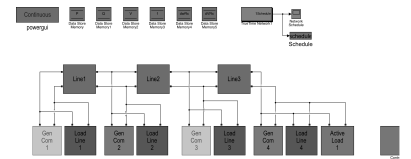


Figura 4: Modelo de la simulación para 4 generadores sin comunicaciones y sin secundario

Las gráficas de potencia y frecuencia para éste experimento se muestran en las figuras 5 y 6

Los resultados de la simulación son

$$P_1 = 5,110704192 \times 10^5 \text{ Watt} \quad P_2 = 5,095251956 \times 10^5 \text{ Watt} \quad (19)$$

$$P_3 = 5,101433256 \times 10^5 \text{ Watt} \quad P_4 = 5,085979603 \times 10^5 \text{ Watt} \quad (20)$$

$$\omega_1 = 49,18660616 \text{ Hz} \quad \omega_2 = 49,18906546 \text{ Hz} \quad (21)$$

$$\omega_3 = 49,188081681 \text{ Hz} \quad \omega_4 = 49,19054120 \text{ Hz} \quad (22)$$

Para comprobar los resultados utilizamos la ecuación 11 para calcular P_1, P_2 y P_3 a partir de P_4 , lo que da como resultado

$$P_1 = 5,110704229 \times 10^5 \text{ Watt} \quad (23)$$

$$P_2 = 5,095251801 \times 10^5 \text{ Watt} \quad (24)$$

$$P_3 = 5,101432958 \times 10^5 \text{ Watt} \quad (25)$$

Que coinciden con los datos de simulación hasta el primer decimal en algunos casos.

4 Desbalanceo del droop con secundario debido al drift

Para esta sección utilizaremos de nuevo la ecuación 9, es decir, pensamos que el sistema funciona con una frecuencia única, aunque desde el punto de vista de los generadores cada uno ve una frecuencia diferente. Este punto no está claro, sabemos que la potencia diverge, pero vemos que la frecuencia es única, el uso de la ecuación es un poco una inferencia inductivista, no está completamente justificado su uso. Sin embargo este punto puede ser trabajado con mayor detalle más adelante.

La ecuación individual de droop con secundario es

$$\omega_i = \omega_0 - mP_i + K_I \int_0^{t_i} \omega_0 - \omega_i dt_i \quad (26)$$

Pasado bastante tiempo, sabemos que la frecuencia se estabiliza, por lo tanto podemos reescribir la ecuación como

$$\omega_i = \omega_0 - mP_i + K_I(\omega_0 - \omega_i)t_i \quad (27)$$

Aislado

$$\omega_i = \omega_0 - \frac{mP_i}{1 + K_I t_i} \quad (28)$$

Si usamos la ecuación 9 obtenemos

$$\omega_0 k_i - \frac{mP_i}{1 + K_I t_i} k_i = \omega_0 k_j - \frac{mP_j}{1 + K_I t_j} k_j \quad (29)$$

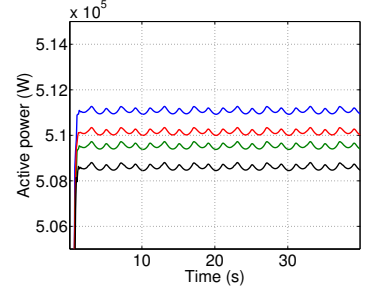


Figura 5: Detalle del valor de las potencias de cuatro generadores, sin comunicaciones, sin secundario.

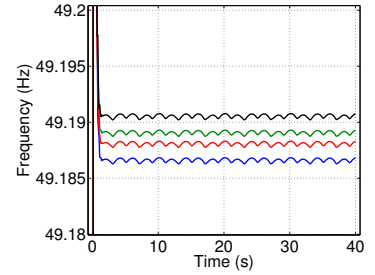


Figura 6: Detalle del valor de las frecuencias de cuatro generadores sin comunicaciones sin secundario. Medidas locales de frecuencia

5 Figures and Tables

Images and graphics play an integral role in Tufte’s work. In addition to the standard figure and tabular environments, this style provides special figure and table environments for full-width floats.

Full page–width figures and tables may be placed in `figure*` or `table*` environments. To place figures or tables in the margin, use the `marginfigure` or `margintable` environments as follows (see figure ??):

The `marginfigure` and `margintable` environments accept an optional parameter `<offset>` that adjusts the vertical position of the figure or table. See the “??” section above for examples. The specifications are:

```
\begin{marginfigure}[<offset>]
...
\end{marginfigure}

\begin{margintable}[<offset>]
...
\end{margintable}
```

Figure 7 is an example of the `figure*` environment and figure 8 is an example of the normal figure environment.

Table 1 shows table created with the `booktabs` package. Notice the lack of vertical rules—they serve only to clutter the table’s data.

Margin	Length
Paper width	8½ inches
Paper height	11 inches
Textblock width	6½ inches
Textblock/sidenote gutter	¾ inches
Sidenote width	2 inches

Cuadro 1: Here are the dimensions of the various margins used in the Tufte-handout class.

6 Full-width text blocks

In addition to the new float types, there is a `fullwidth` environment that stretches across the main text block and the sidenotes area.

```
\begin{fullwidth}
Lorem ipsum dolor sit amet...
\end{fullwidth}
```

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

7 *Typography*

Typefaces

If the Palatino, Helvetica, and Bera Mono typefaces are installed, this style will use them automatically. Otherwise, we'll fall back on the Computer Modern typefaces.

Letterspacing

This document class includes two new commands and some improvements on existing commands for letterspacing.

When setting strings of ALL CAPS or SMALL CAPS, the letterspacing—that is, the spacing between the letters—should be increased slightly.¹⁰ The `\allcaps` command has proper letterspacing for strings of FULL CAPITAL LETTERS, and the `\smallcaps` command has letterspacing for SMALL CAPITAL LETTERS. These commands will also automatically convert the case of the text to upper- or lowercase, respectively.

The `\textsc` command has also been redefined to include letterspacing. The case of the `\textsc` argument is left as is, however. This allows one to use both uppercase and lowercase letters: THE INITIAL LETTERS OF THE WORDS IN THIS SENTENCE ARE CAPITALIZED.

8 *Installation*

To install the Tufte- \LaTeX classes, simply drop the following files into the same directory as your `.tex` file:

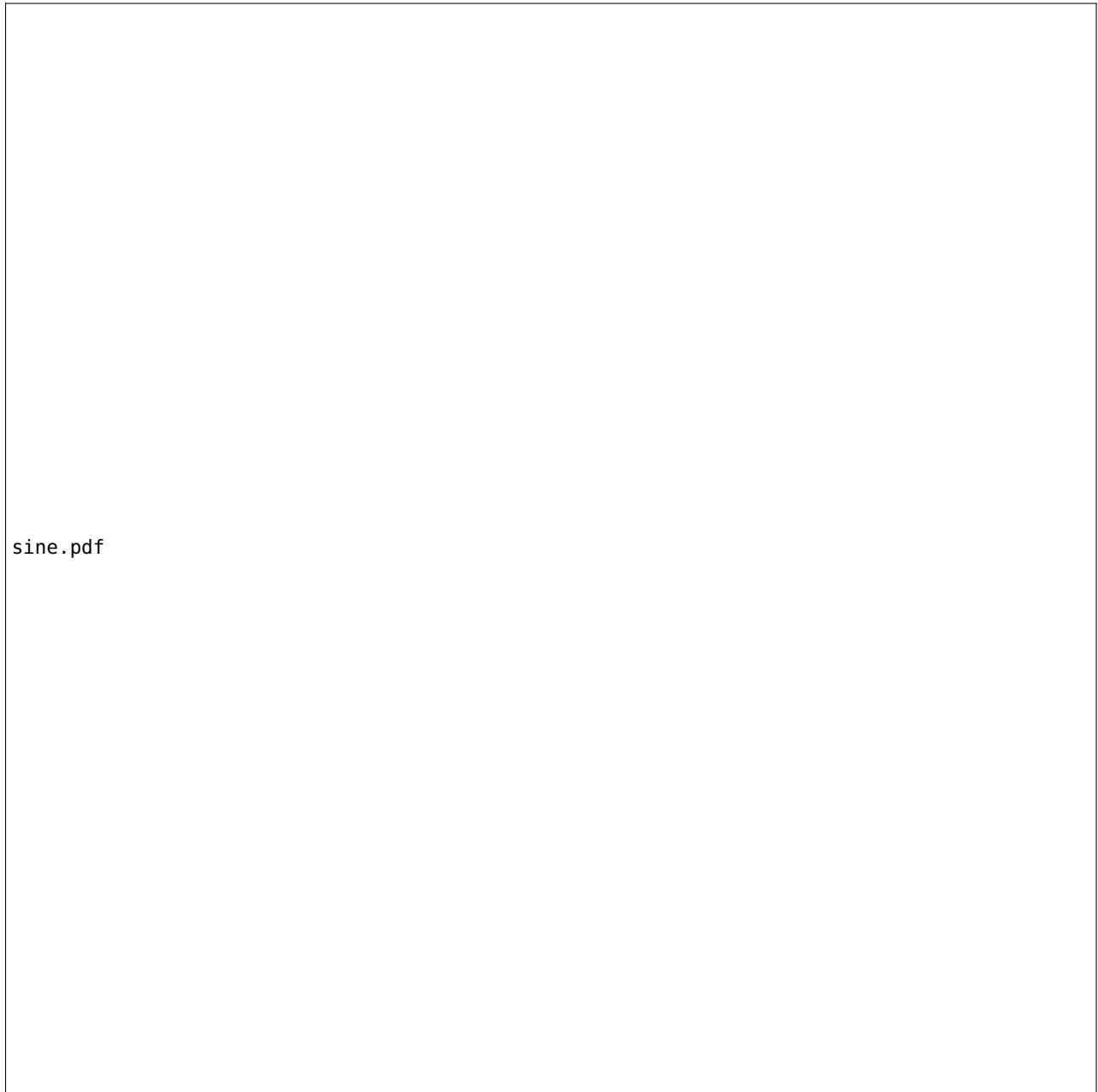
```
tufte-common.def
tufte-handout.cls
tufte-book.cls
```

9 *More Documentation*

For more documentation on the Tufte- \LaTeX document classes (including commands not mentioned in this handout), please see the sample book.

10 *Support*

The website for the Tufte- \LaTeX packages is located at <http://code.google.com/p/tufte-latex/>. On our website, you'll find links to our SVN repository, mailing lists, bug tracker, and documentation.



sine.pdf

Figura 7: This graph shows $y = \sin x$ from about $x = [-10, 10]$. Notice that this figure takes up the full page width.

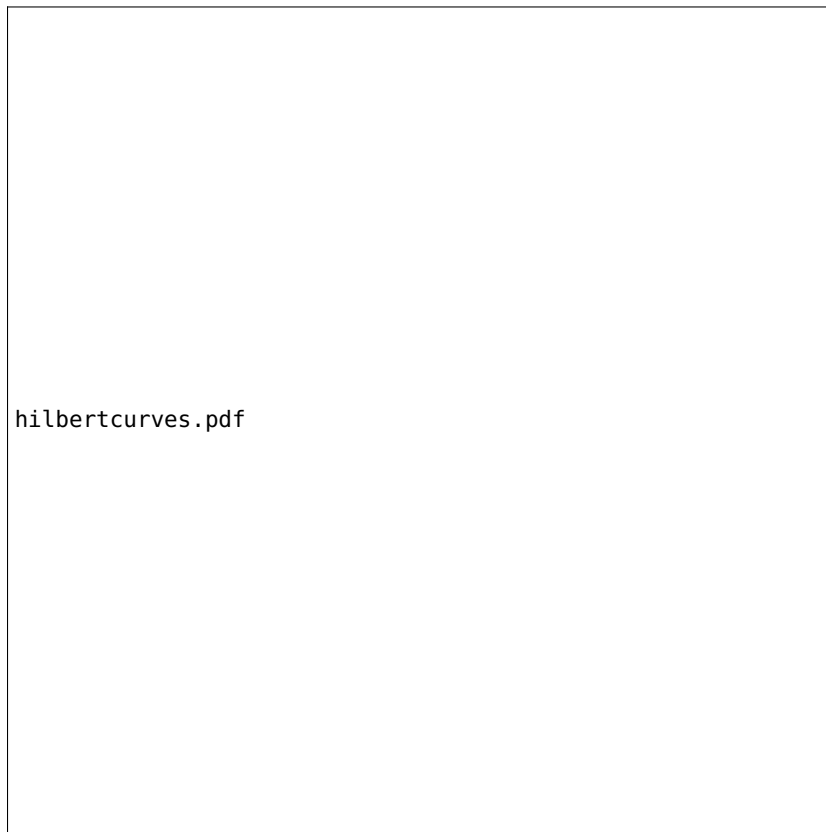


Figura 8: Hilbert curves of various degrees n . Notice that this figure only takes up the main textblock width.