

# Estatísticas & Aquicultura.

Com: Carlos Antônio Zarzar

carloszarzar\_@hotmail.com

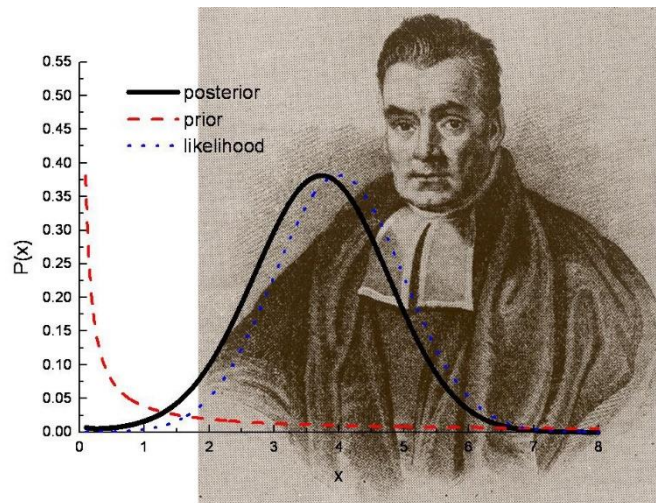
---

# Estatísticas & Aquicultura.

Com: Carlos Antônio Zarzar

carlozarzar\_@hotmail.com

Apresenta: Estatística Bayesiana



- Percepção sobre Probabilidade;
  - Revisão Probabilidade;
    - Teorema Bayes.

- Estatística clássica e frequentista:



*Probabilidade de um evento ocorrer, considera a ocorrência de todos os possíveis eventos ocorrerem (equiprováveis).*

Equiprovável

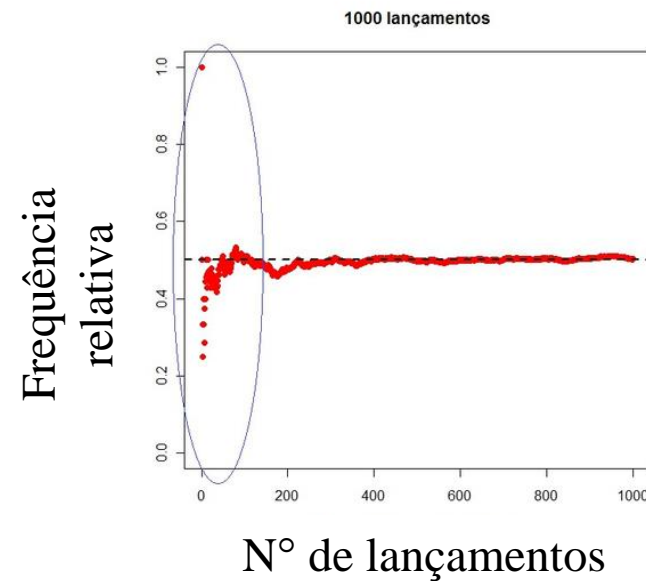
$$P(\text{Cara}) = \frac{\text{Favoráveis}}{\text{Possível}}$$

- Estatística clássica e frequentista:

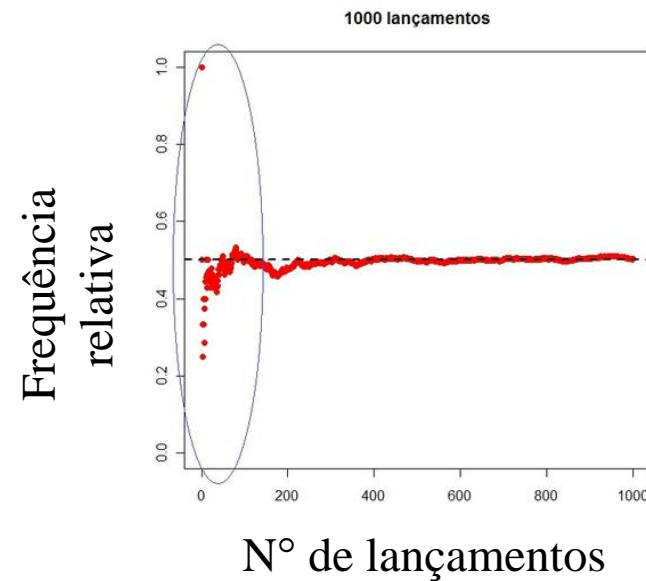


- Estatística subjetiva Bayesiana:

*Frequência relativa de um evento ocorrer em uma infinidade de experimentos idênticos e independentes.*



- Estatística clássica e frequentista:



- Estatística subjetiva Bayesiana:



*Distribuição de probabilidade exprime o grau de credibilidade do indivíduo sobre o evento ocorrer.*

- Estatística subjetiva  
Bayesiana:



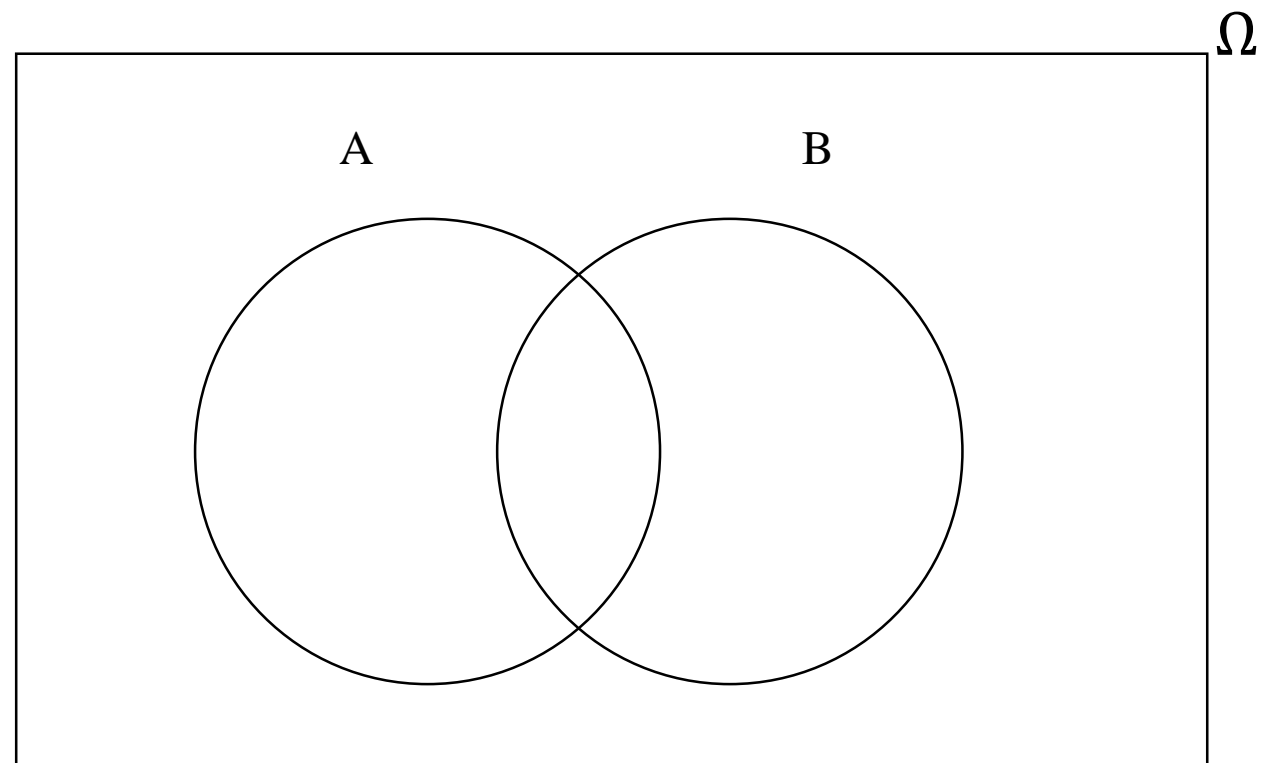
- Teorema de Bayes:

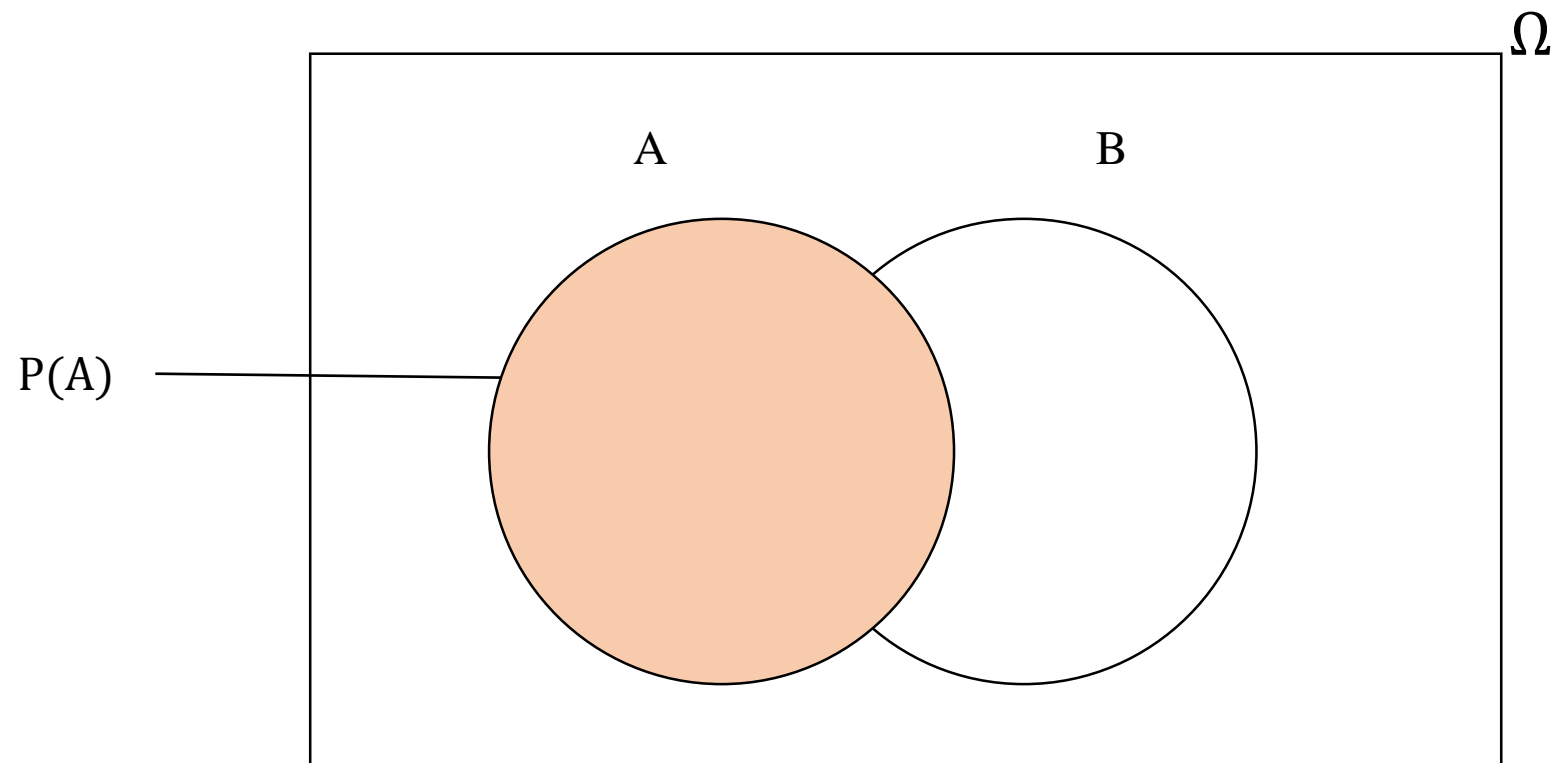
$$a \text{ posteriori} \longleftarrow P(\theta | y) = \frac{P(y | \theta) P(\theta)}{P(y)}$$

Diagram illustrating the components of Bayes' Theorem:

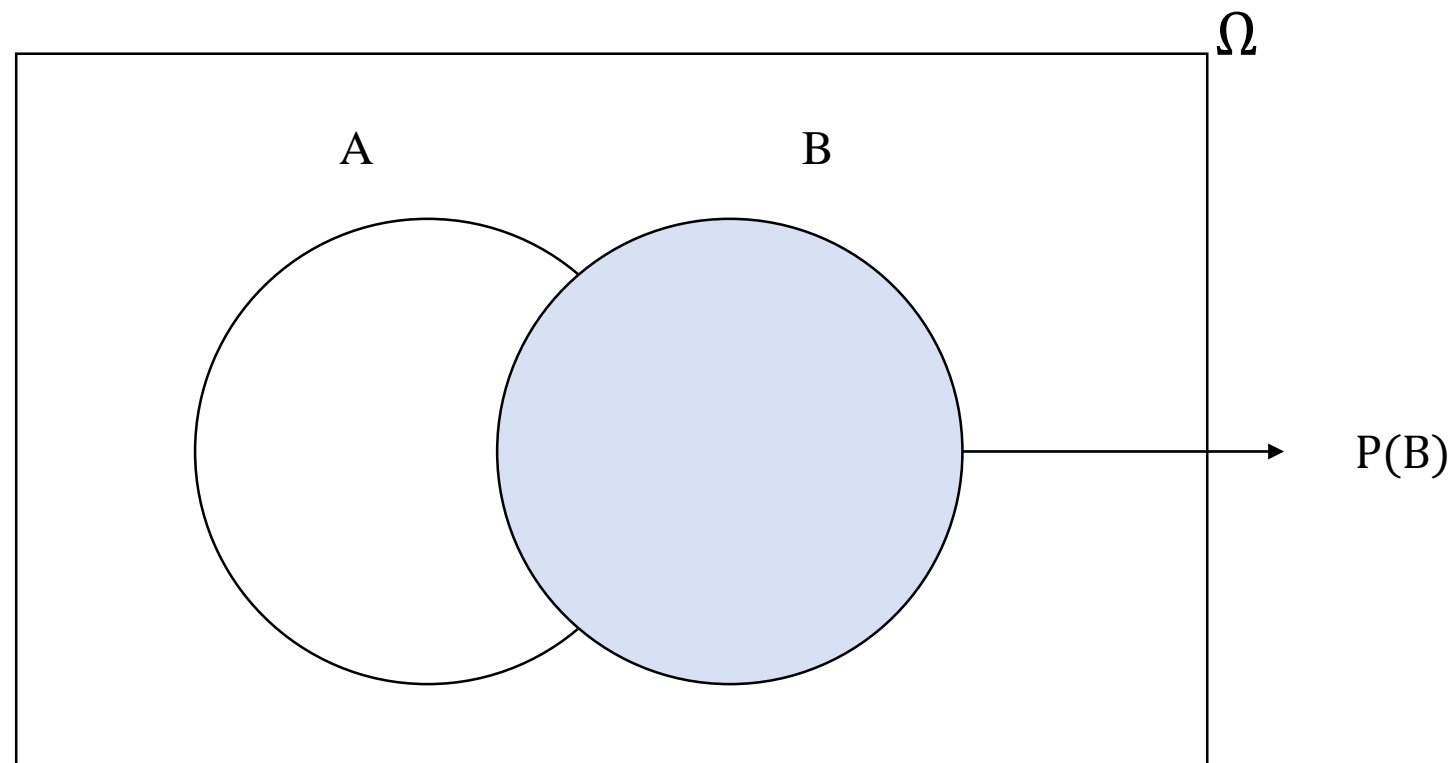
- $P(y | \theta)$  is labeled *verossimilhança* (likelihood).
- $P(\theta)$  is labeled *a priori*.
- $P(\theta | y)$  is labeled *a posteriori*.
- $P(y)$  is labeled *Constante normalizadora* (normalizing constant).

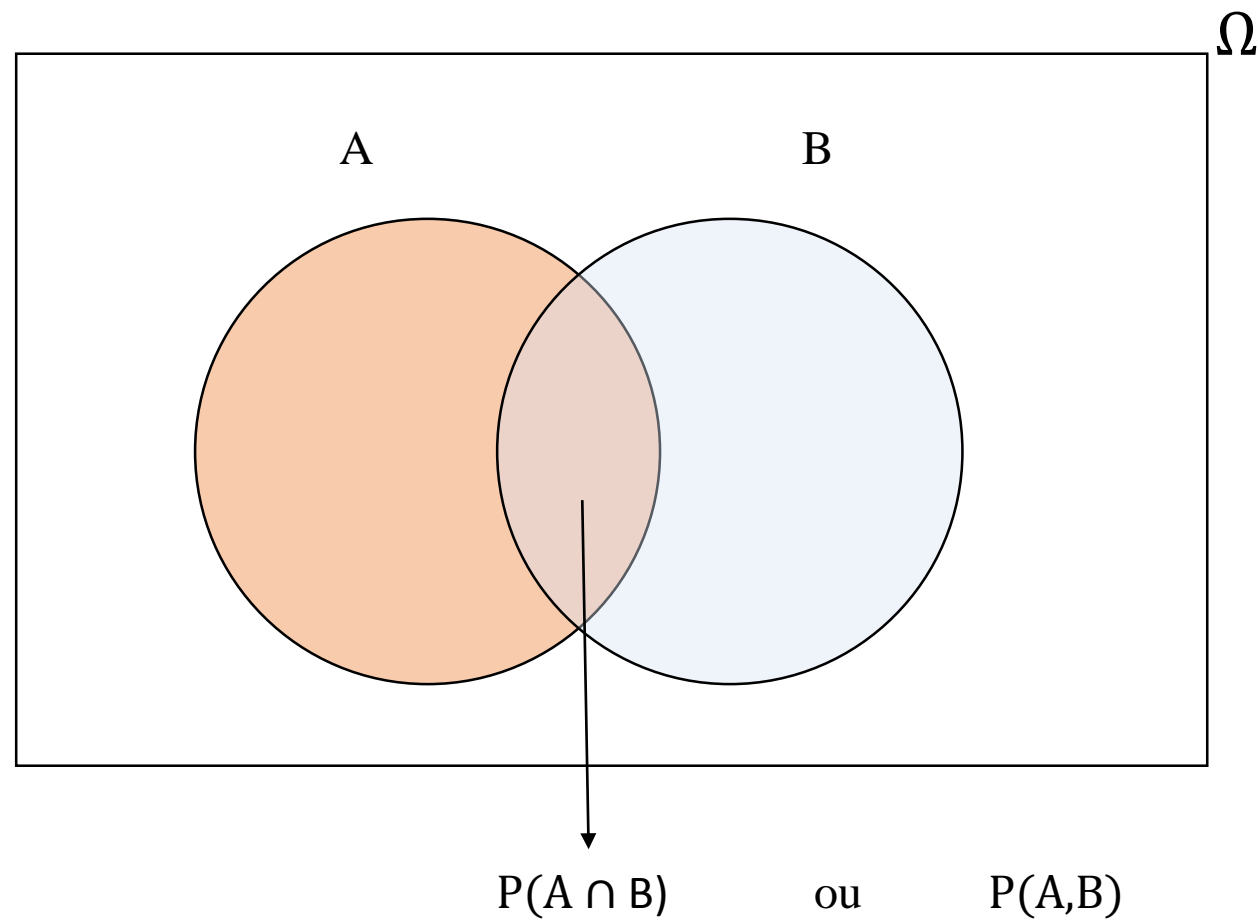
*Distribuição de probabilidade exprime o grau de credibilidade do indivíduo sobre o evento ocorrer.*



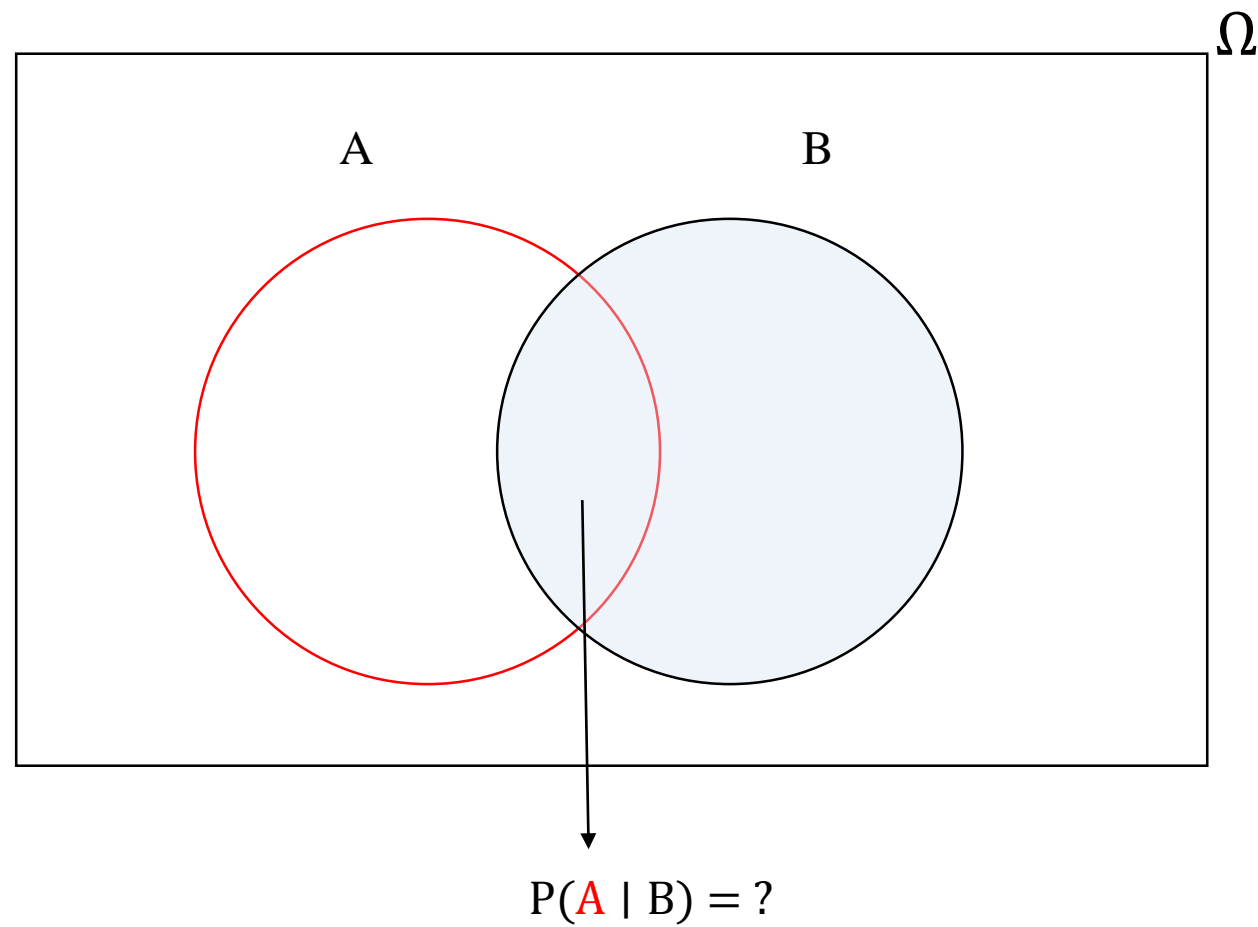




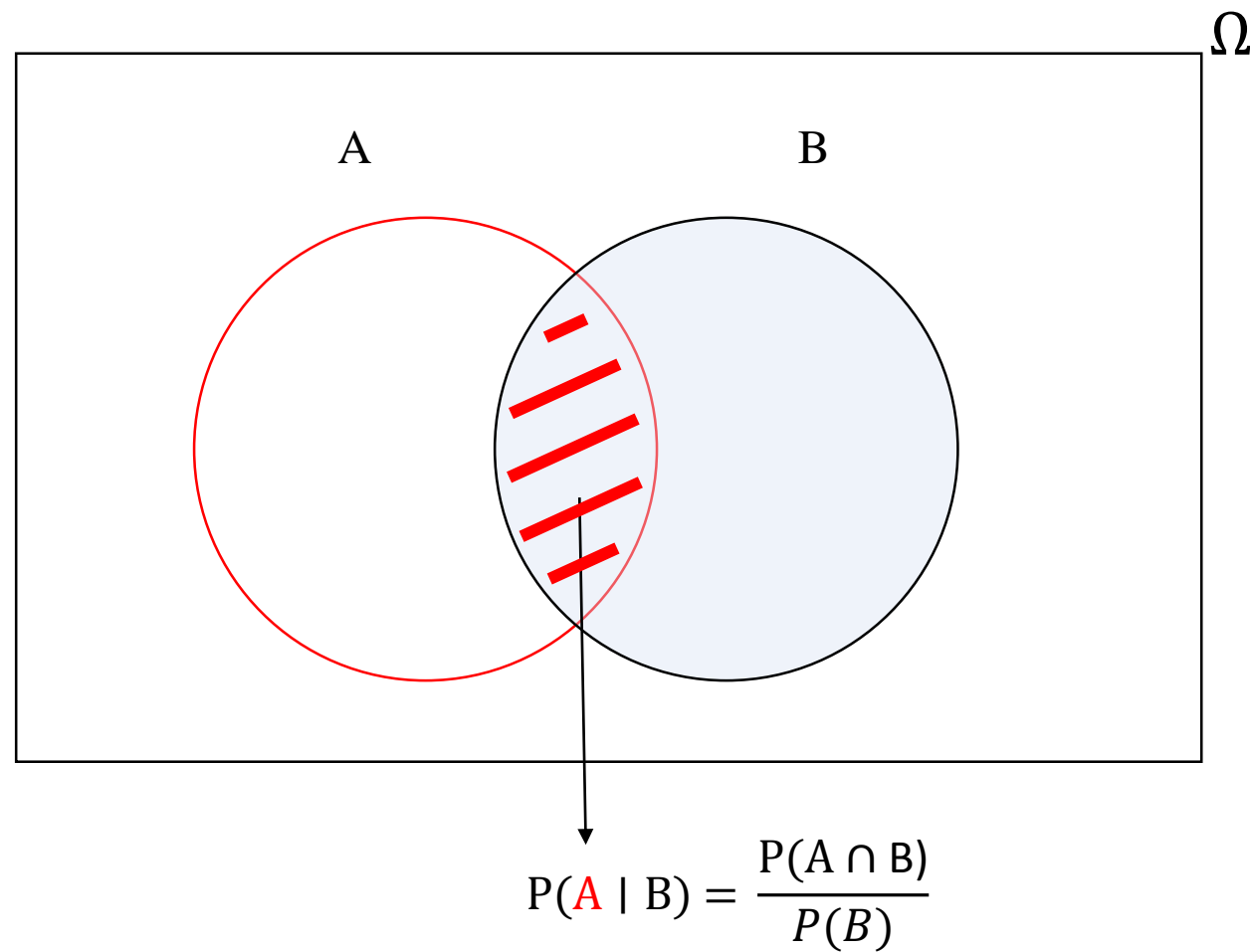




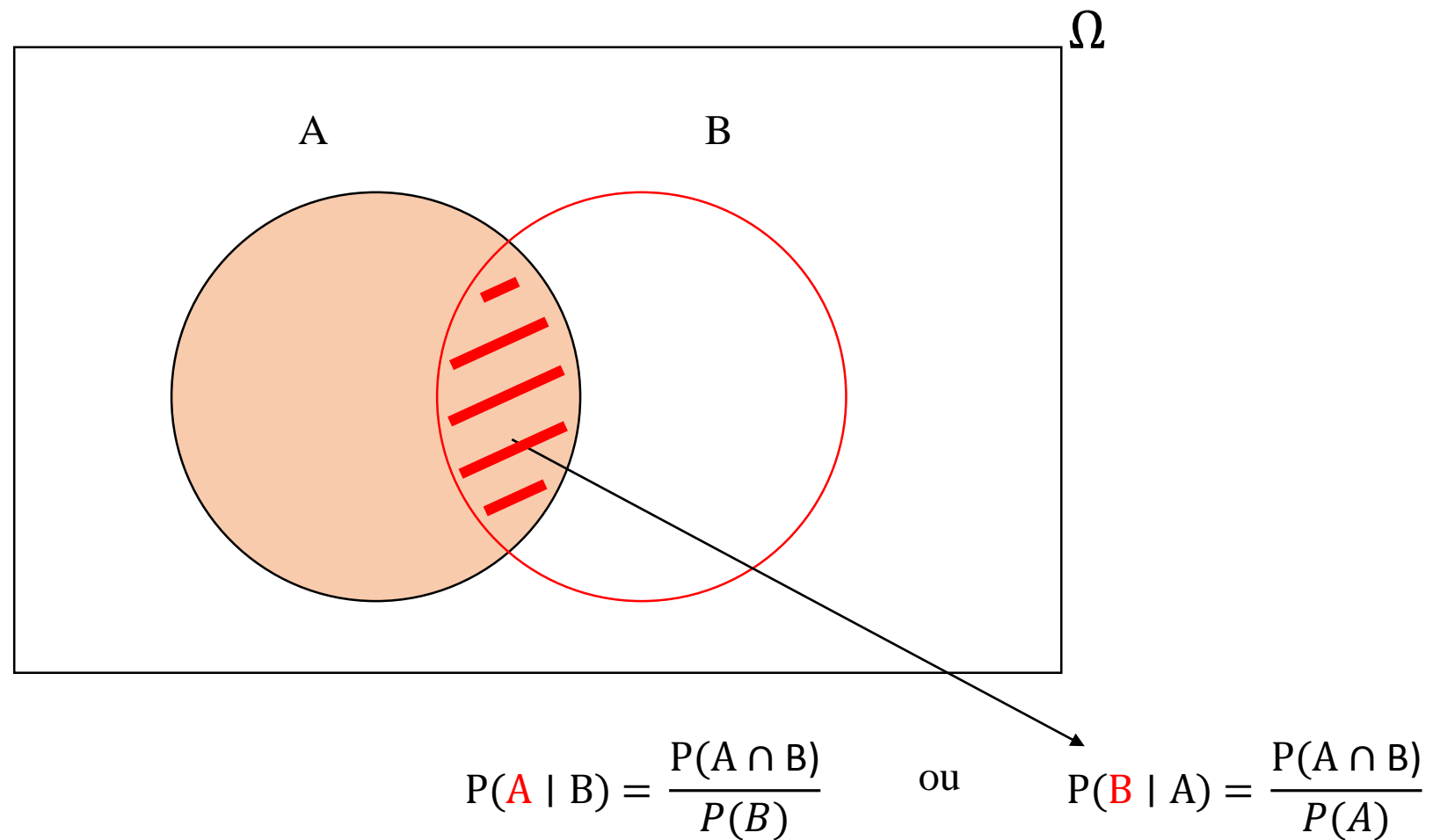
- Probabilidade conjunta



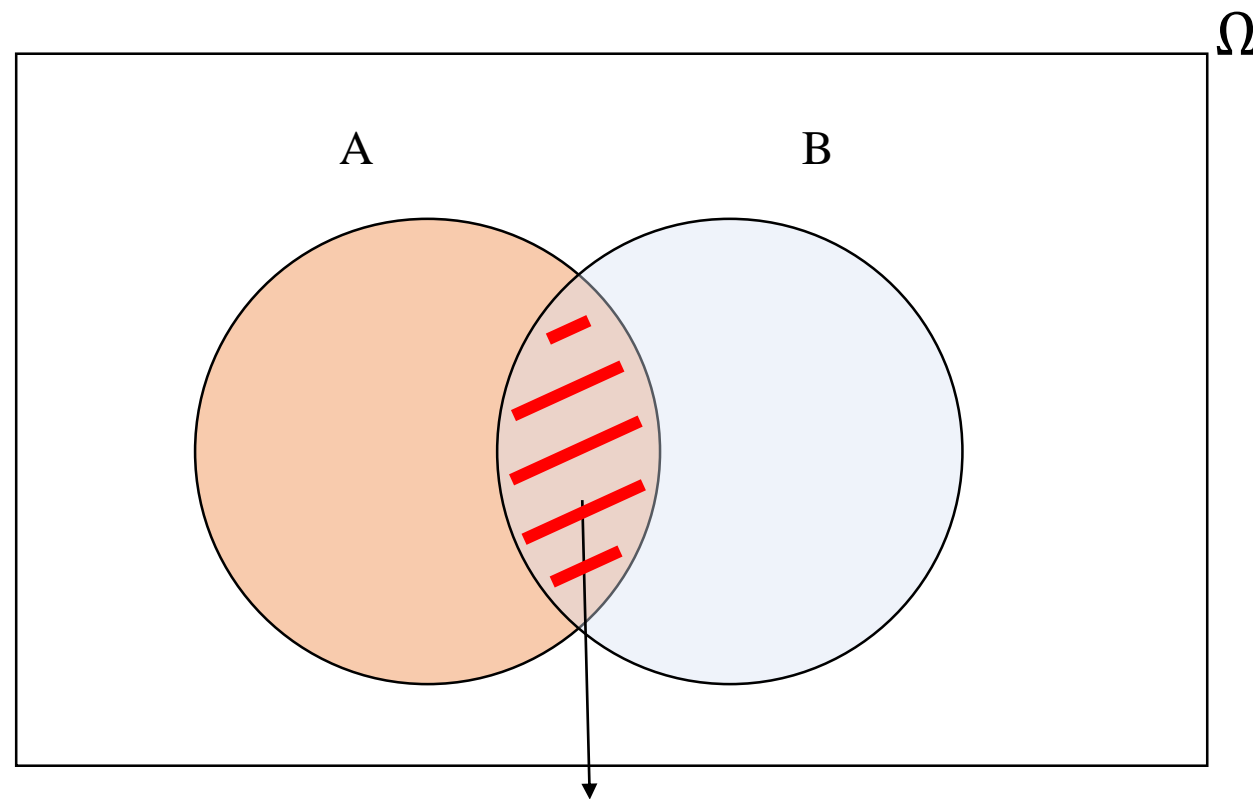
- Probabilidade condicional



- Probabilidade condicional

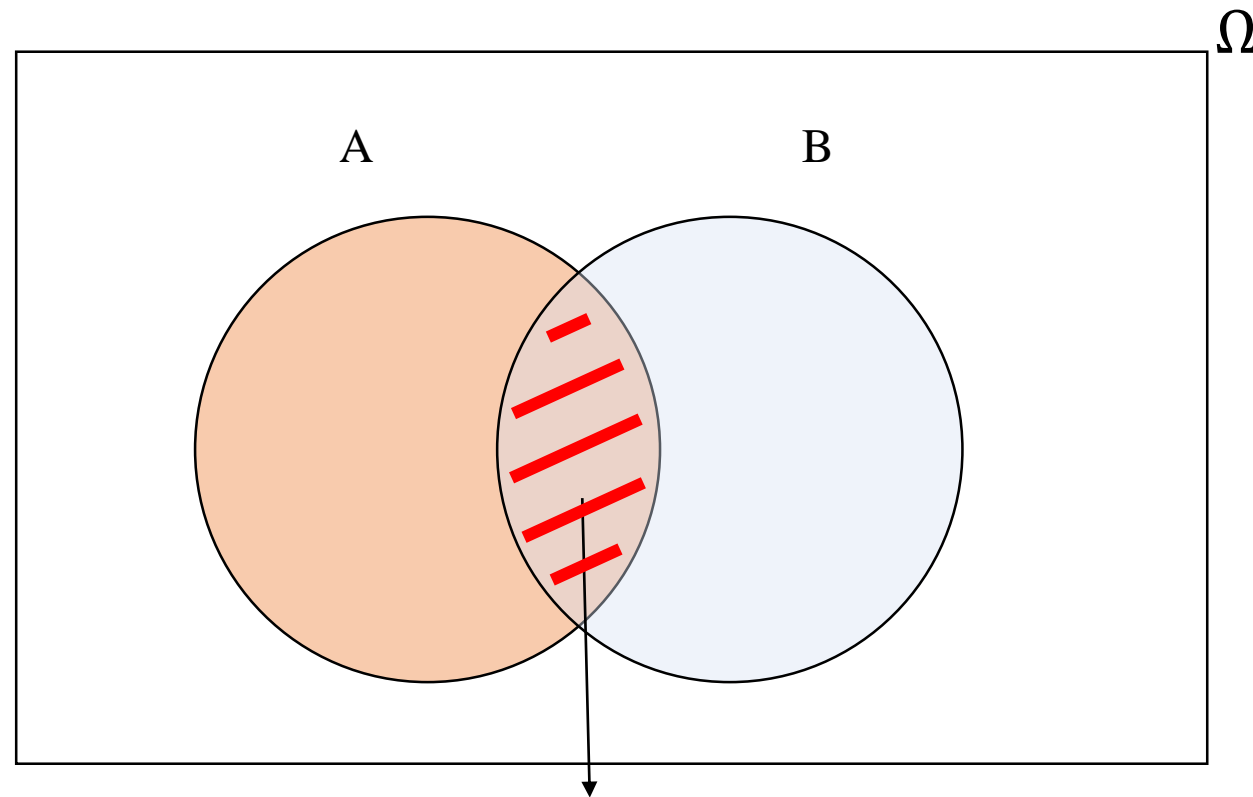


- Probabilidade condicional



$$P(B) P(A | B) = \underline{P(A \cap B)}$$

$$P(\textcolor{red}{B} | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



$$P(B) P(A | B) = \underline{P(A \cap B)}$$

- Teorema Bayes:

$$P(\textcolor{red}{B} | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A | B) P(B)}{P(A)}$$

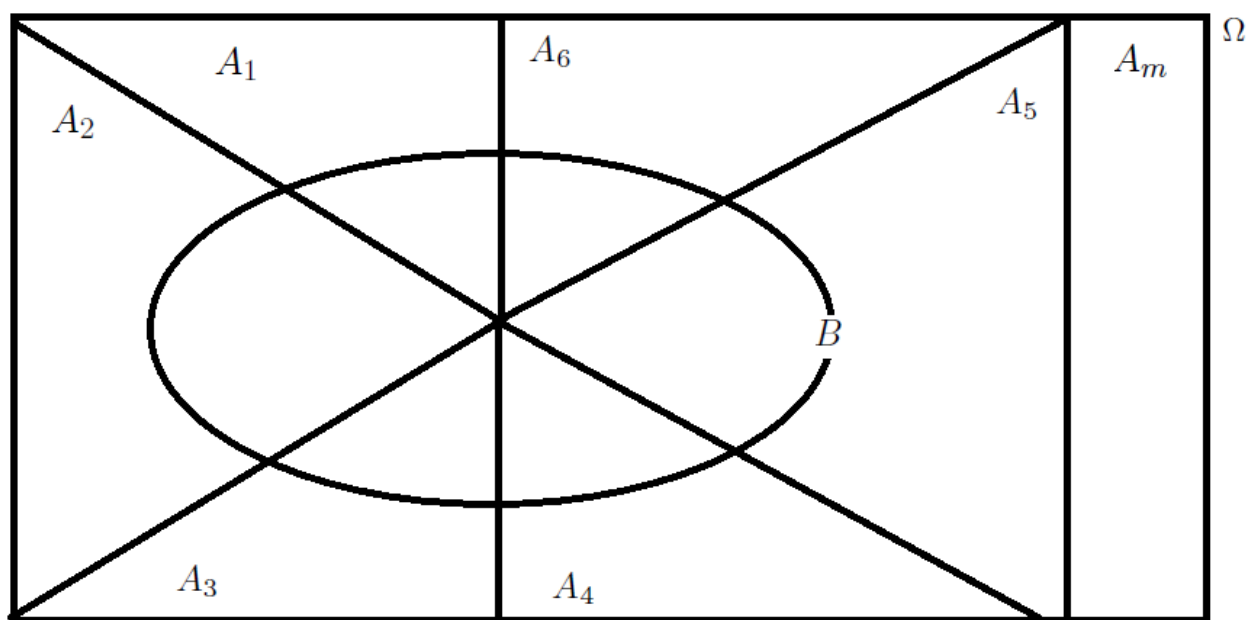
Espaço amostral  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

$\Omega$  é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$  é a família ( $\sigma$ - álgebra)

$P$  é a medida de probabilidade

Considere uma partição  $A_1, A_2, \dots, A_m$





Espaço amostral  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

$\Omega$  é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$  é a família ( $\sigma$ - álgebra)

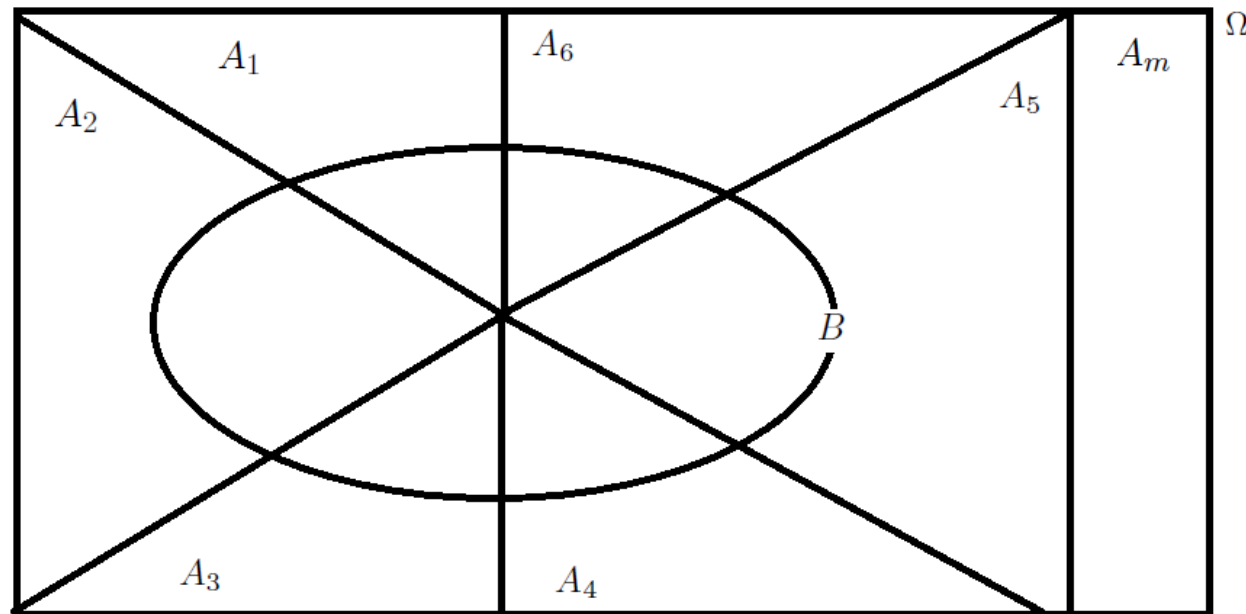
$P$  é a medida de probabilidade

$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^m A_i = \Omega.$$

Considere uma partição  $A_1, A_2, \dots, A_m$



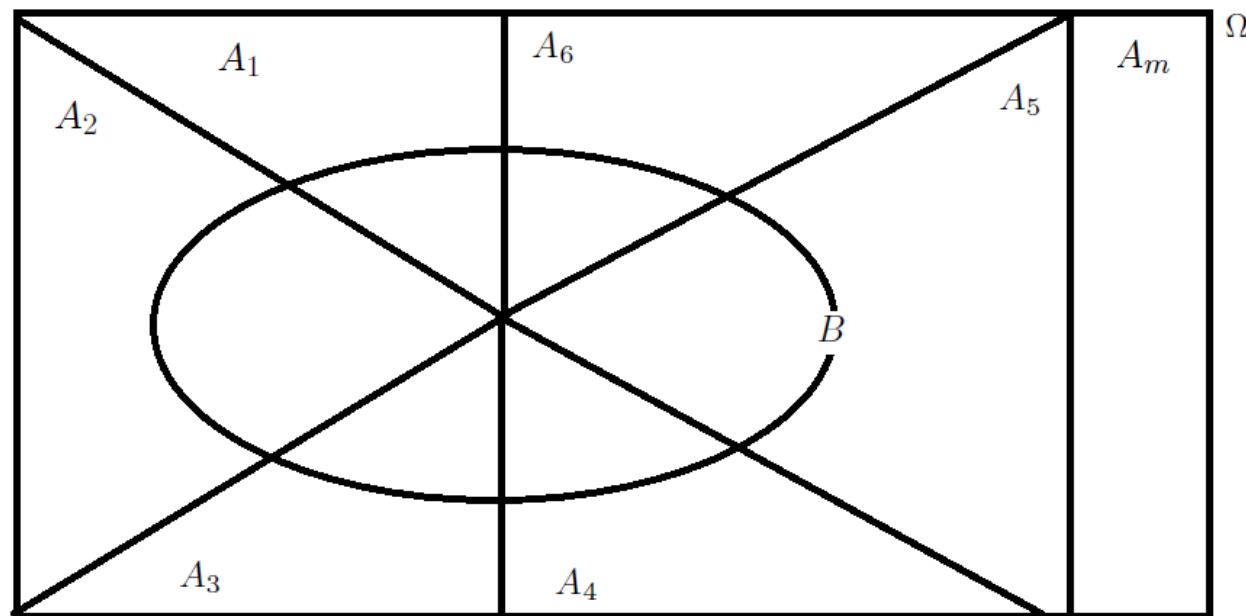
Espaço amostral  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

$\Omega$  é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$  é a família ( $\sigma$ - álgebra)

$P$  é a medida de probabilidade

Considere uma partição  $A_1, A_2, \dots, A_m$



$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^m A_i = \Omega.$$

outro evento  $B$  qualquer  $P(B) > 0$ .

$$B = \bigcup_{i=1}^m (A_i \cap B)$$

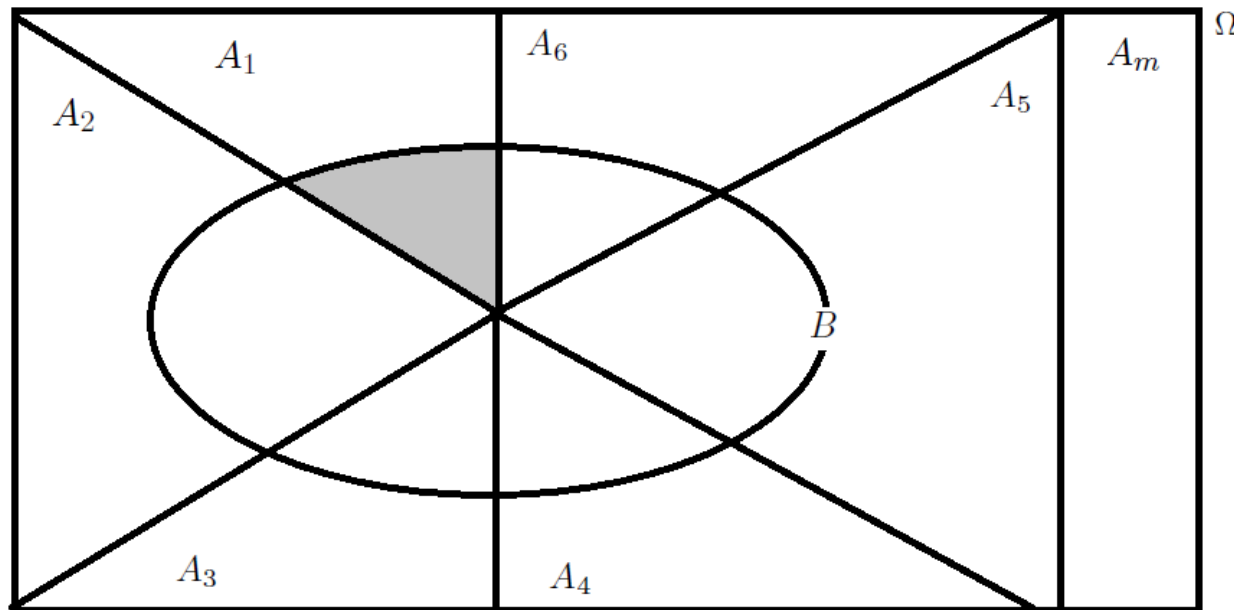
Espaço amostral  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

$\Omega$  é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$  é a família ( $\sigma$ - álgebra)

$P$  é a medida de probabilidade

Considere uma partição  $A_1, A_2, \dots, A_m$



$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^m A_i = \Omega.$$

outro evento  $B$  qualquer  $P(B) > 0$ .

$$B = \bigcup_{i=1}^m (A_i \cap B)$$

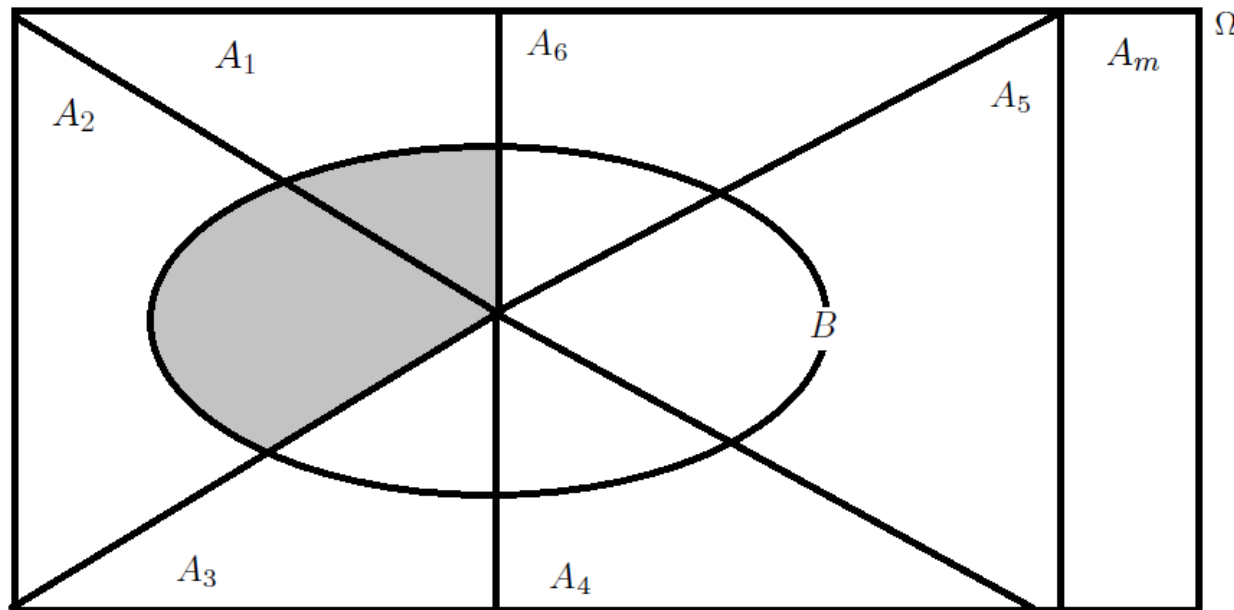
Espaço amostral  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

$\Omega$  é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$  é a família ( $\sigma$ - álgebra)

$P$  é a medida de probabilidade

Considere uma partição  $A_1, A_2, \dots, A_m$



$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^m A_i = \Omega.$$

outro evento  $B$  qualquer  $P(B) > 0$ .

$$B = \bigcup_{i=1}^m (A_i \cap B)$$

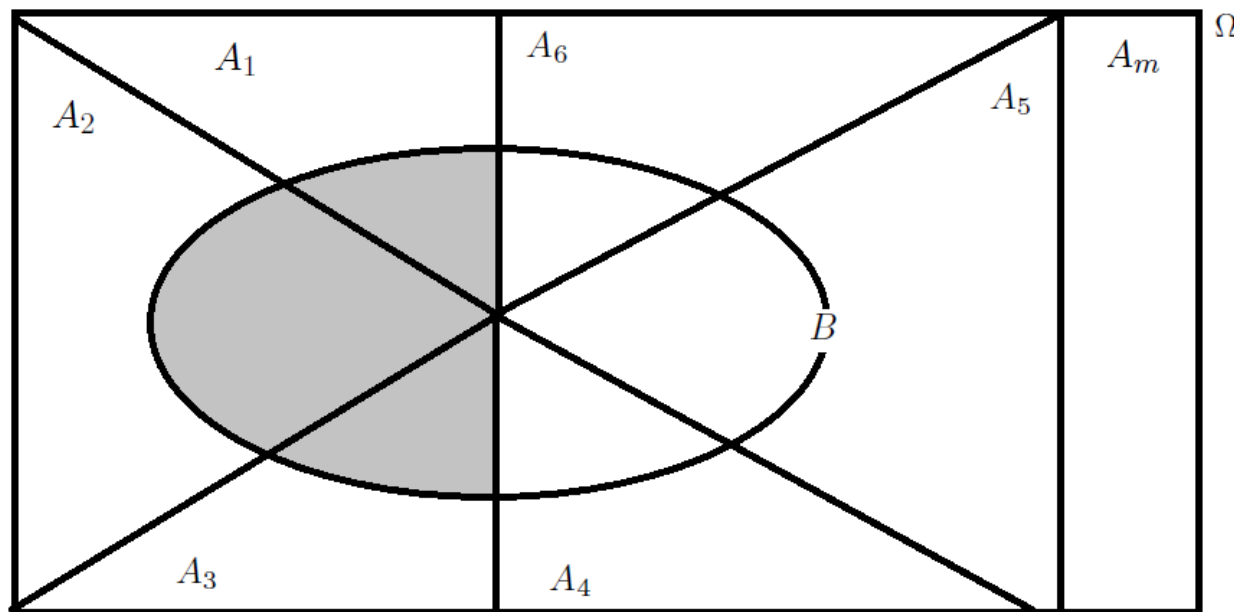
Espaço amostral  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

$\Omega$  é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$  é a família ( $\sigma$ - álgebra)

$P$  é a medida de probabilidade

Considere uma partição  $A_1, A_2, \dots, A_m$



$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^m A_i = \Omega.$$

outro evento  $B$  qualquer  $P(B) > 0$ .

$$B = \bigcup_{i=1}^m (A_i \cap B)$$

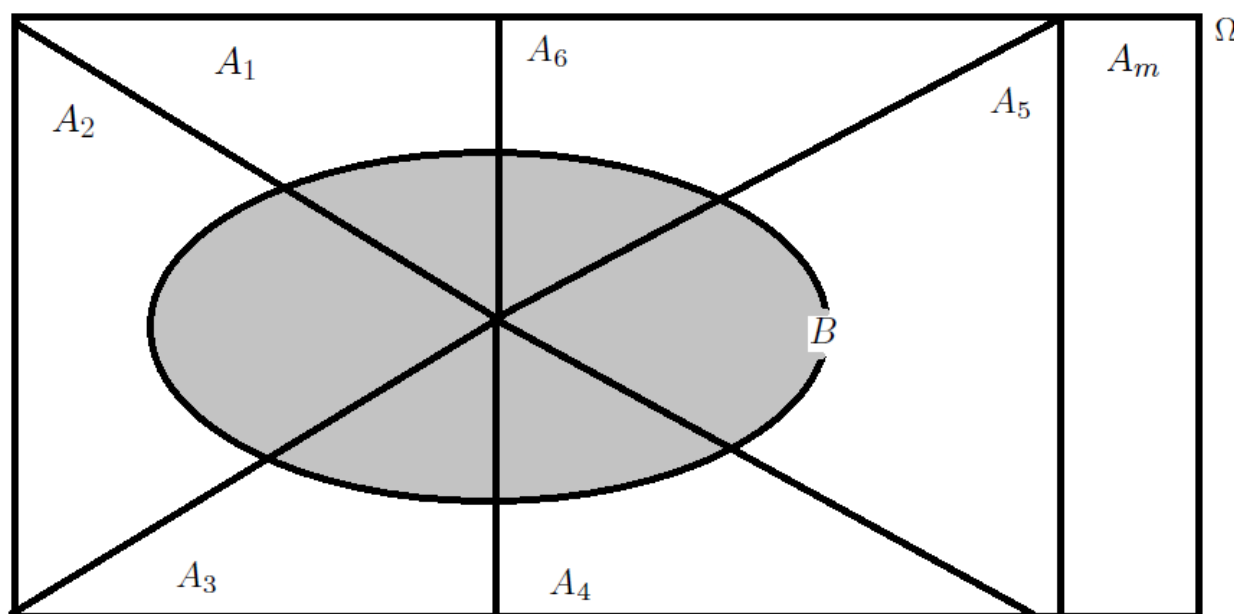
Espaço amostral  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

$\Omega$  é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$  é a família ( $\sigma$ - álgebra)

$P$  é a medida de probabilidade

Considere uma partição  $A_1, A_2, \dots, A_m$



$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^m A_i = \Omega.$$

outro evento  $B$  qualquer  $P(B) > 0$ .

$$B = \bigcup_{i=1}^m (A_i \cap B)$$

$$P(B) = \sum_i^m P(A_i \cap B) = \sum_i^m P(B \mid A_i) P(A_i)$$

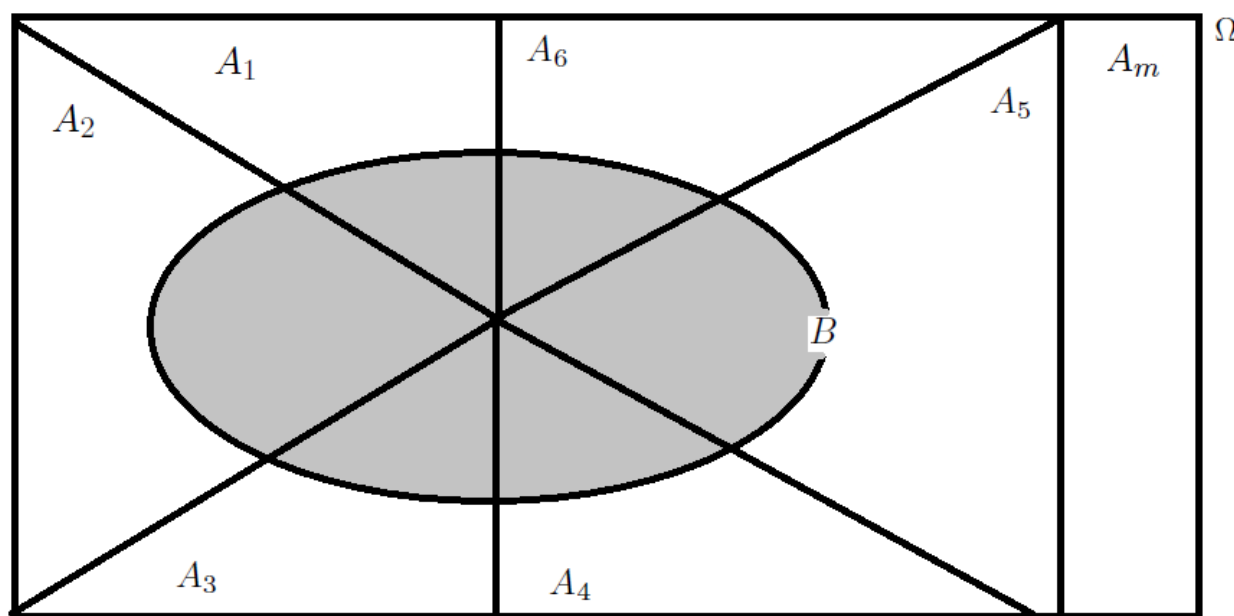
Espaço amostral  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

$\Omega$  é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$  é a família ( $\sigma$ - álgebra)

$P$  é a medida de probabilidade

Considere uma partição  $A_1, A_2, \dots, A_m$



$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^m A_i = \Omega.$$

outro evento  $B$  qualquer  $P(B) > 0$ .

$$B = \bigcup_{i=1}^m (A_i \cap B)$$

$$P(B) = \sum_i P(A_i \cap B) = \sum_i P(B \mid A_i) P(A_i)$$

$$P(A_i \cap B) = \underline{P(B \mid A_i) P(A_i) = P(A_i \mid B) P(B)}$$

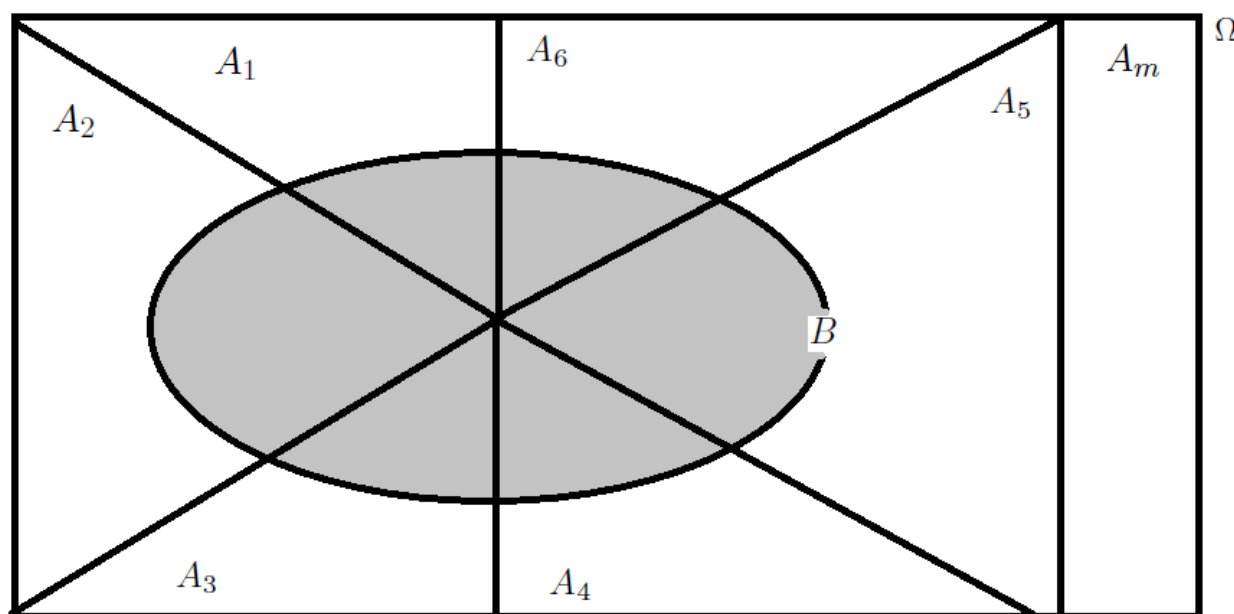
Espaço amostral  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

$\Omega$  é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$  é a família ( $\sigma$ - álgebra)

$P$  é a medida de probabilidade

Considere uma partição  $A_1, A_2, \dots, A_m$



$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^m A_i = \Omega.$$

outro evento  $B$  qualquer  $P(B) > 0$ .

$$B = \bigcup_{i=1}^m (A_i \cap B)$$

$$P(B) = \sum_i^m P(A_i \cap B) = \sum_i^m P(B | A_i) P(A_i)$$

$$P(A_i \cap B) = P(B | A_i) P(A_i) = P(A_i | B) P(B)$$

$$P(A_i | B) = \frac{P(B | A_i) P(A_i)}{P(B)} = \frac{P(B | A_i) P(A_i)}{\sum_i^m P(B | A_i) P(A_i)}.$$

- Teorema Bayes:



- Teorema Bayes:

➤ Caso densidade de probabilidade (contínuo):

$$p(\theta|x) = \frac{p(\theta, x)}{p(x)} = \frac{p(x|\theta)p(\theta)}{p(x)} = \frac{p(x|\theta)p(\theta)}{\int p(\theta, x)d\theta}$$

➤ Caso probabilidade (discreto):

$$P(A_i | B) = \frac{P(B | A_i)P(A_i)}{P(B)} = \frac{P(B | A_i)P(A_i)}{\sum_i^m P(B | A_i)P(A_i)}.$$

# Estatísticas & Aquicultura.

Com: Carlos Antônio Zarzar

carloszarzar\_@hotmail.com

---

Obrigado!  
Bons estudos!

*“The more we integrate, the more Bayesian we are...”*  
(Murphy [2012](#))