Estatísticas & Aquicultura.

Com: Carlos Antônio Zarzar

carlos.zarzar@ufopa.edu.br

Estatísticas & Aquicultura.

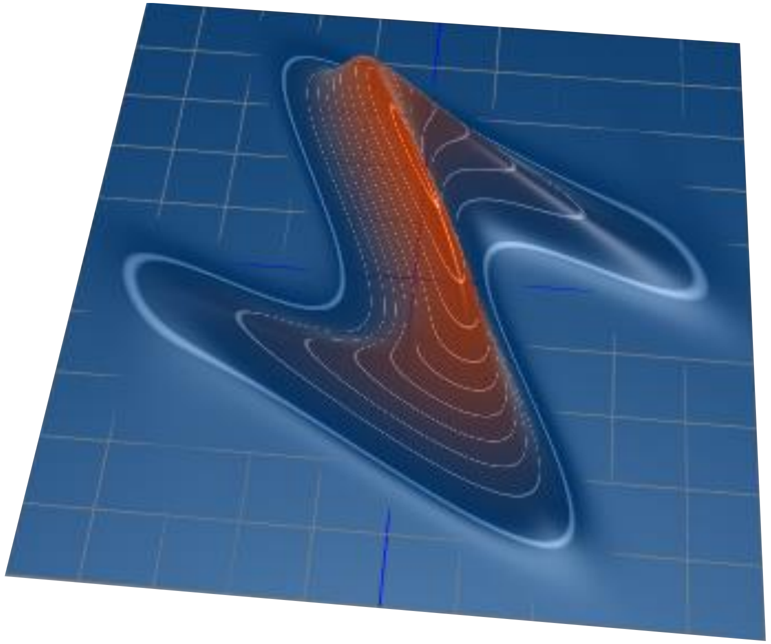
Com: Carlos Antônio Zarzar

carlos.zarzar@ufopa.edu.br

Apresenta: Métodos computacionais

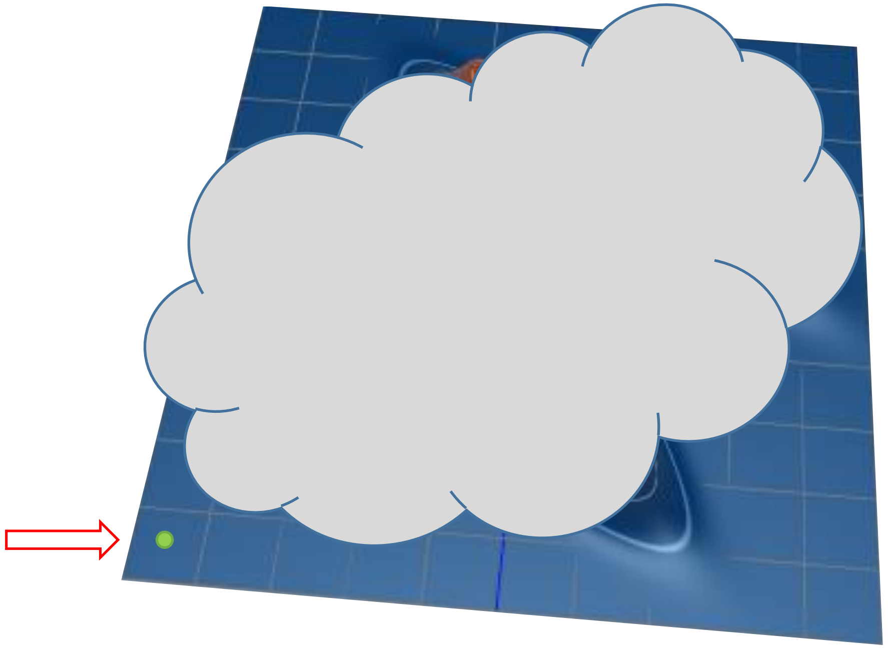
- Método de Monte Carlo;
- Método de Monte Carlo via Cadeia de Markov;
- Algoritmo de amostragem;
  - Gibbs;
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



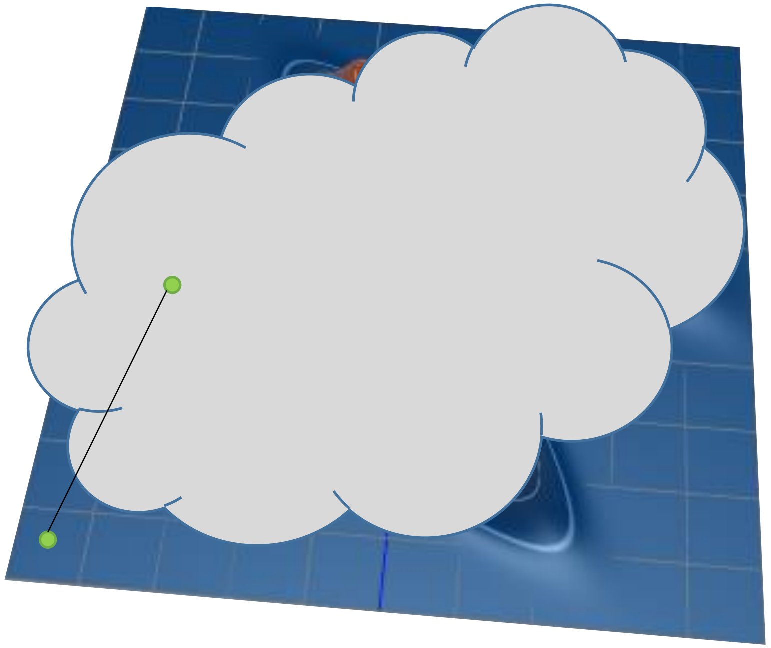
Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori* ⇨ Desconhecido

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



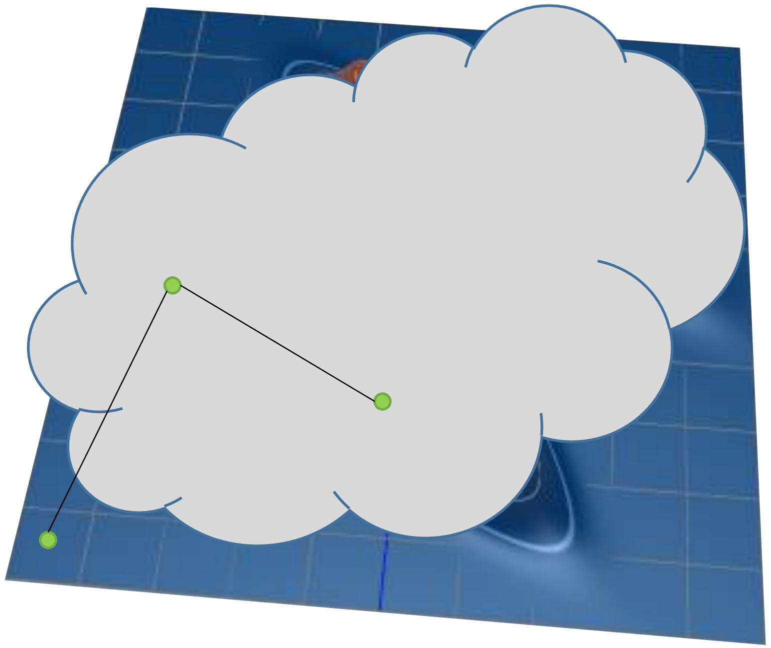
- *Random walk MCMC*

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



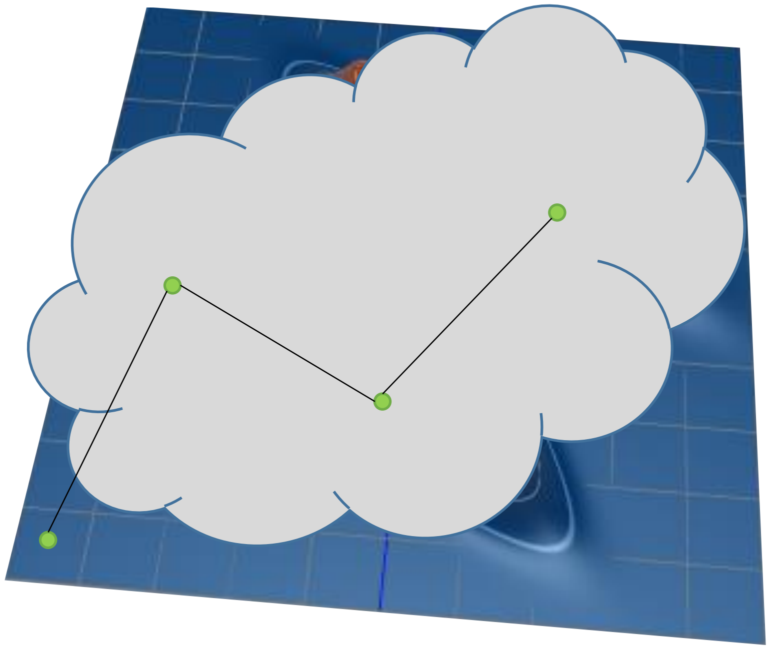
- *Random walk MCMC*

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*

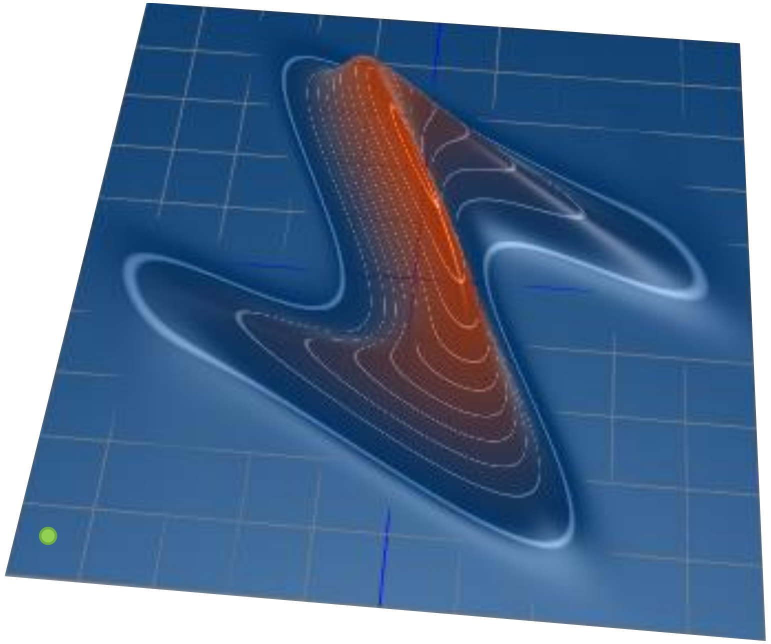
Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*

Custo computacional muito grande para amostrar todo o espaço paramétrico.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

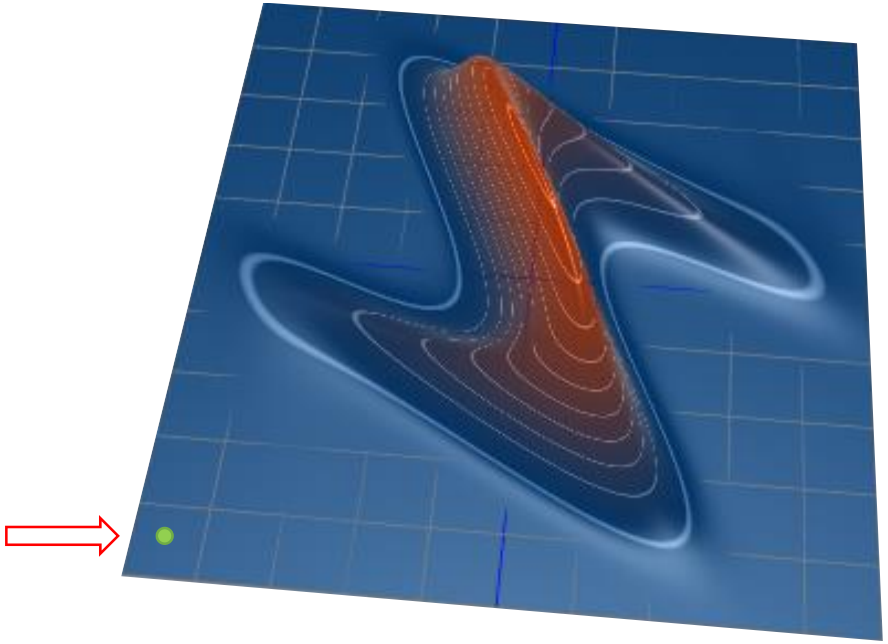


- *Random walk MCMC*

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- Método a amostragem:
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

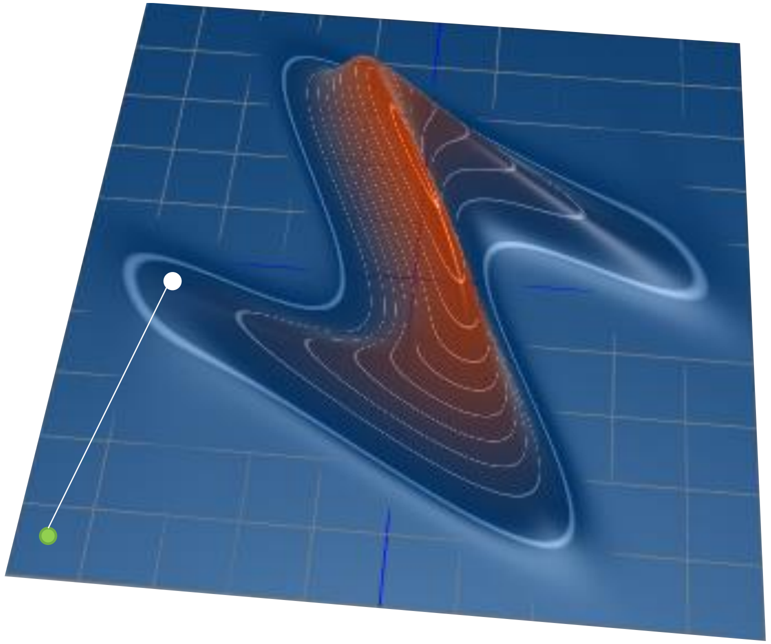


- *Random walk MCMC*

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- Método a amostragem:
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



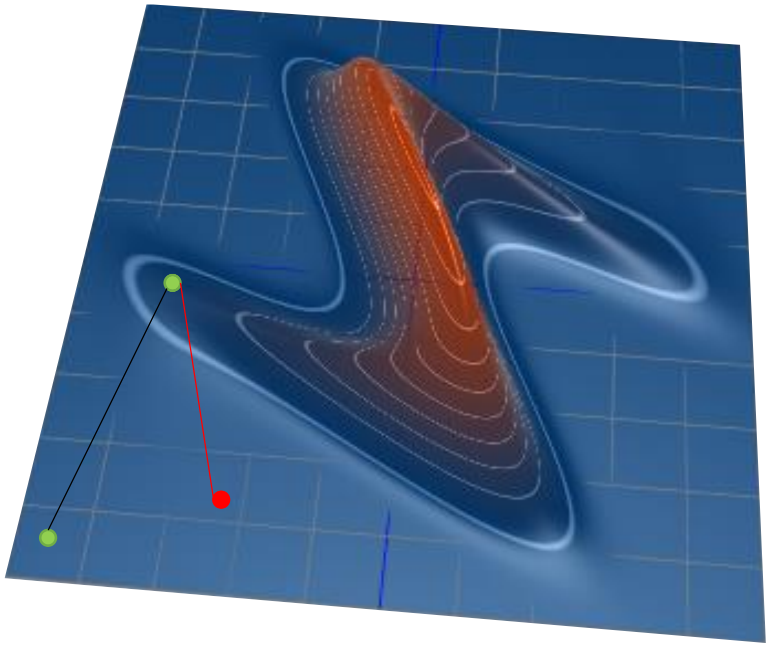
- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

➢ <u>Método a amostragem:</u>

- Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

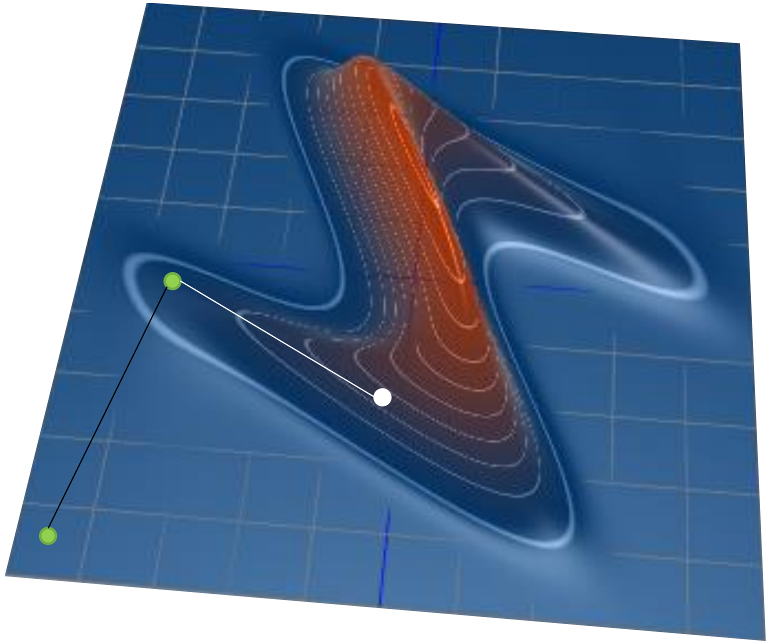


- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

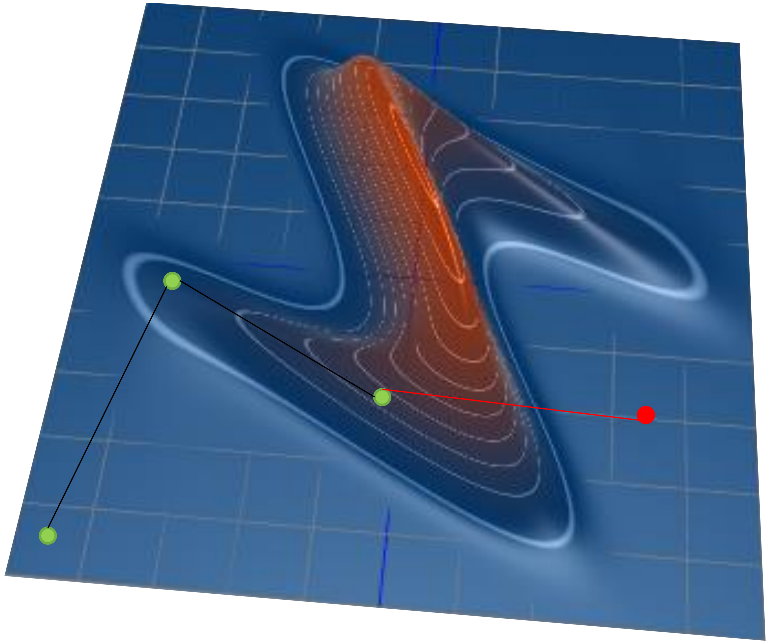


- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

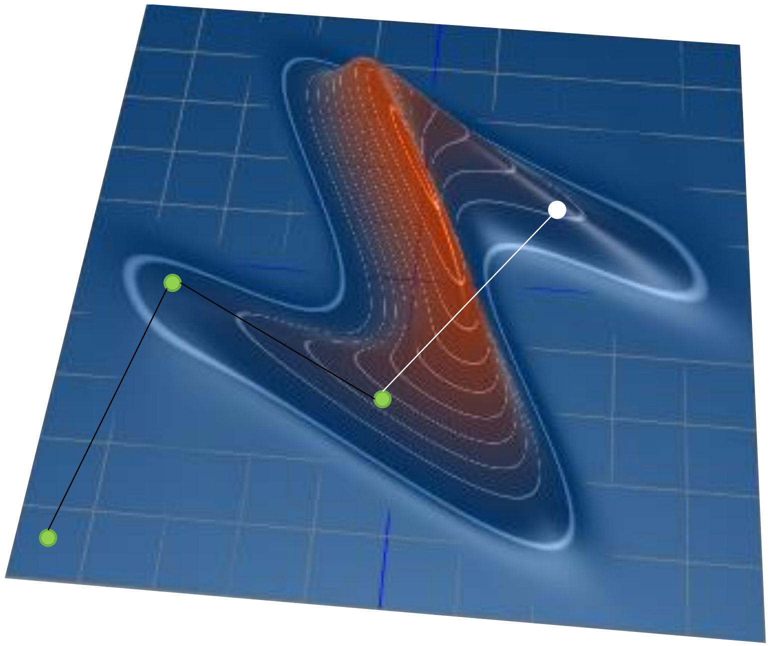


- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

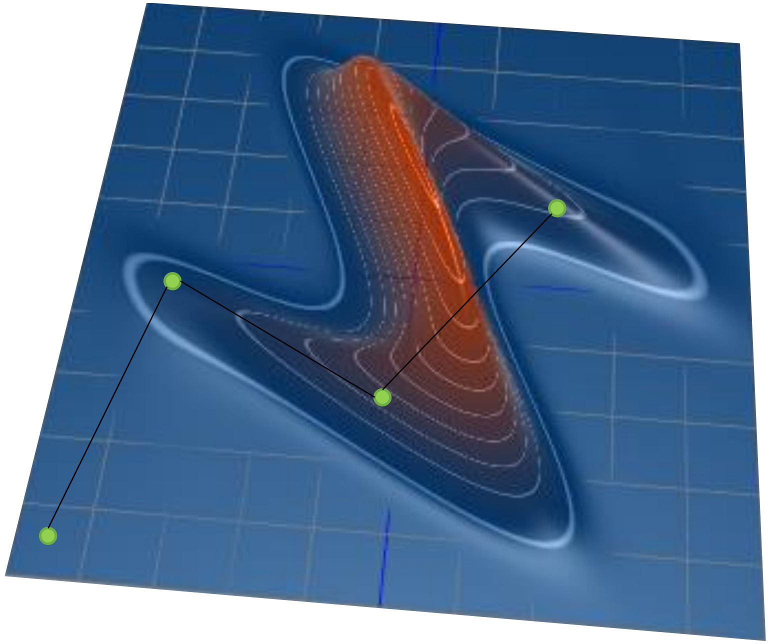


- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:

   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;

   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^* | \theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1} | \theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1} | \theta^*)}{q(\theta^* | \theta_{i-1})}$

   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

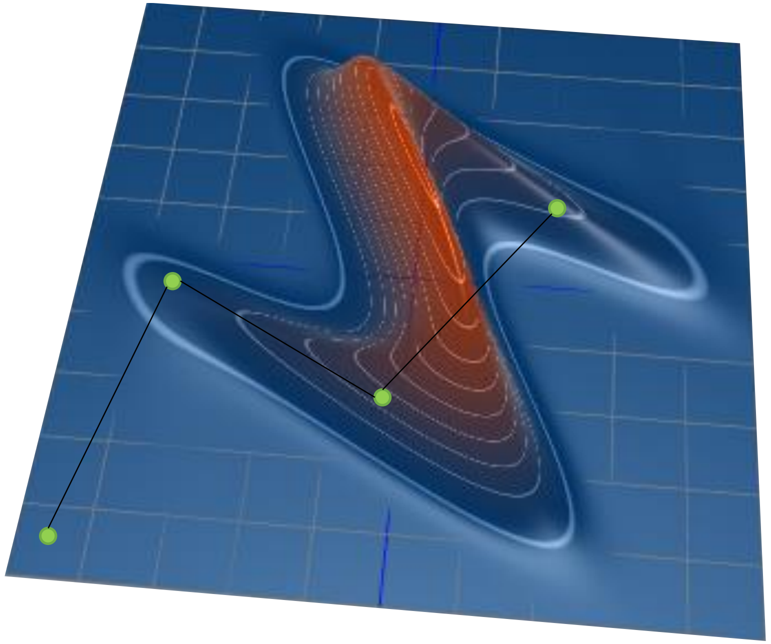
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:

- $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = r$;

aceita a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$ com α *Prob. Aceitabilidade;*

rejeita a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$ com $1 - \alpha$ *Prob. Aceitabilidade*.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



Random walk MCMC

Amostrador em avaliação;

Amostrador rejeitado;

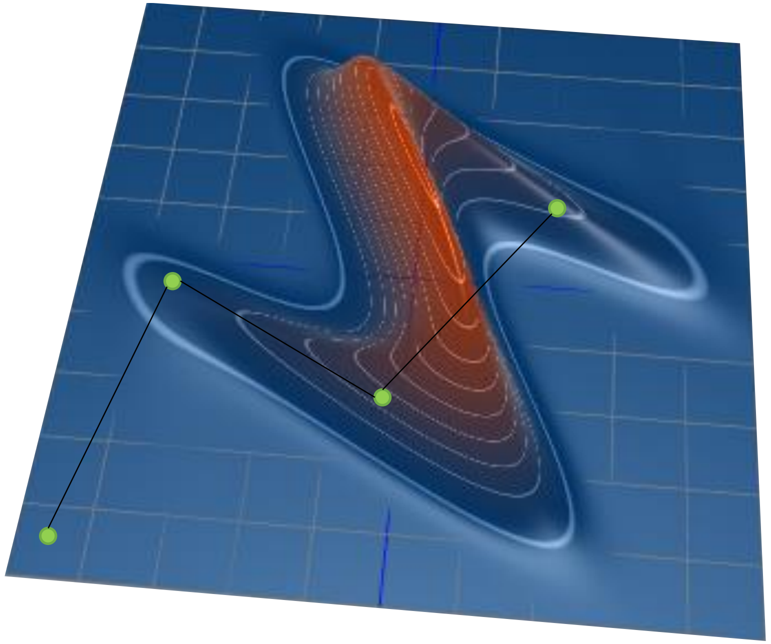
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;
   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a *<u>Prob. Aceitabilidade</u>*:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

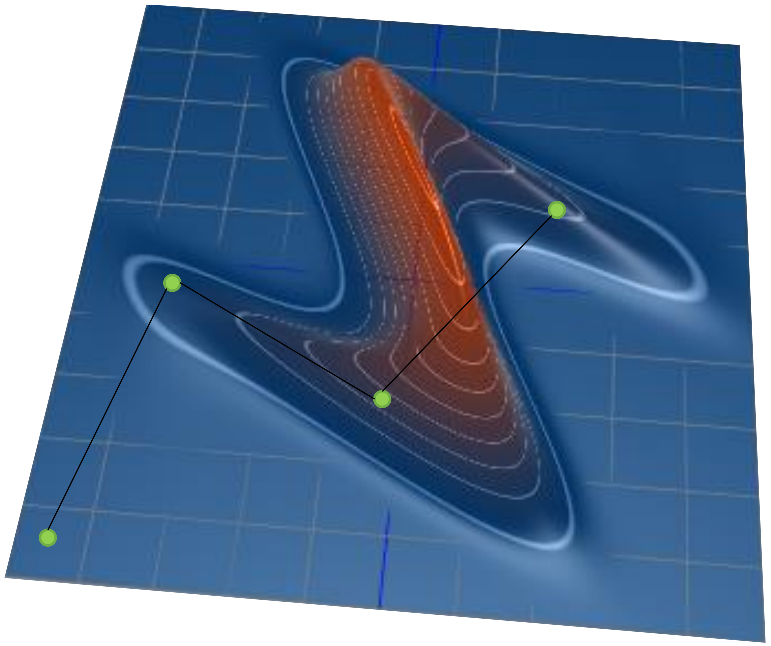
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\,\theta^* \mid \theta_{i-1}\,)$;
   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$
   c) Se r ≥ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r < 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0{,}1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

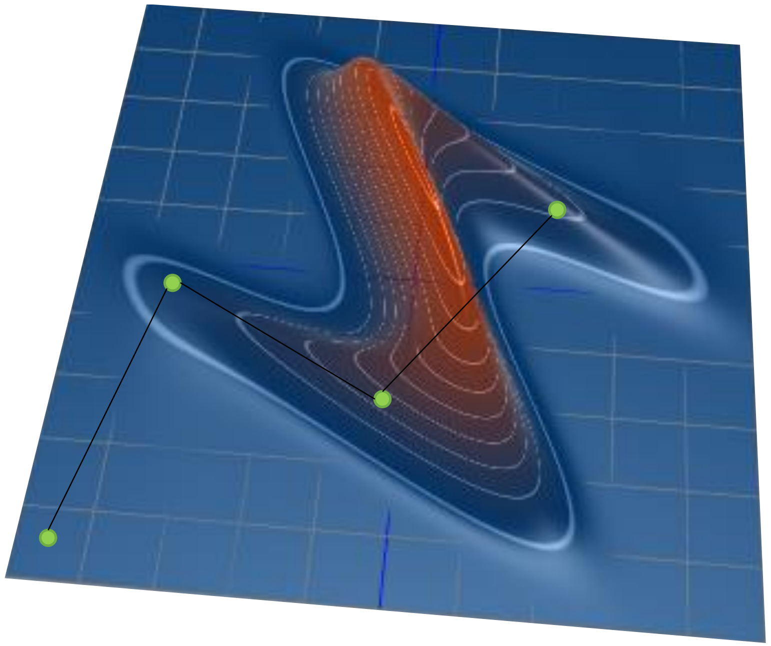
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;
   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^* | \theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1} | \theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1} | \theta^*)}{q(\theta^* | \theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a *<u>Prob. Aceitabilidade</u>*:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

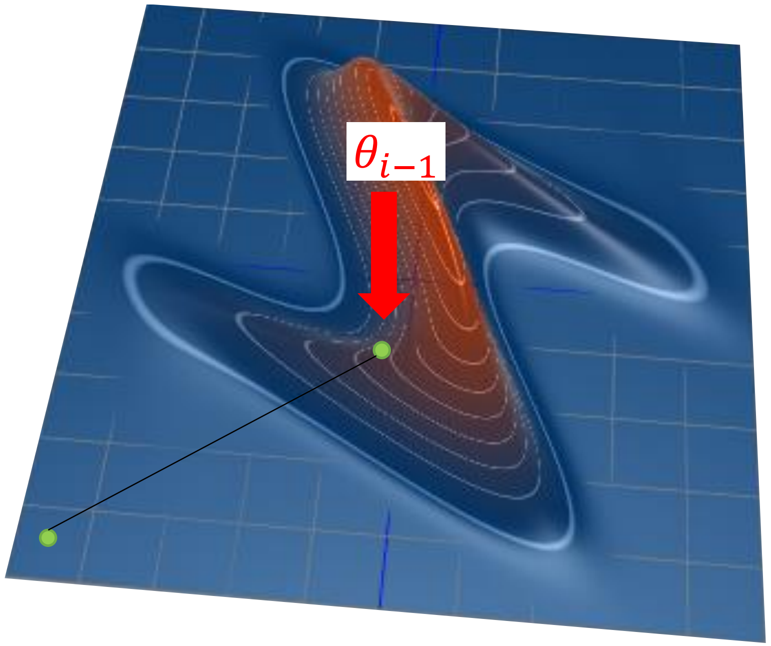
➢ <u>Método a amostragem:</u>

- Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;
   b) $r = \frac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\boxed{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)}} = \frac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \frac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a *<u>Prob. Aceitabilidade</u>*:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

➢ <u>Método a amostragem:</u>

- Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:

 a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;

 b) $r = \dfrac{\boxed{\pi(\theta^*)/q(\theta^* | \theta_{i-1})}}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1} | \theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1} | \theta^*)}{q(\theta^* | \theta_{i-1})}$

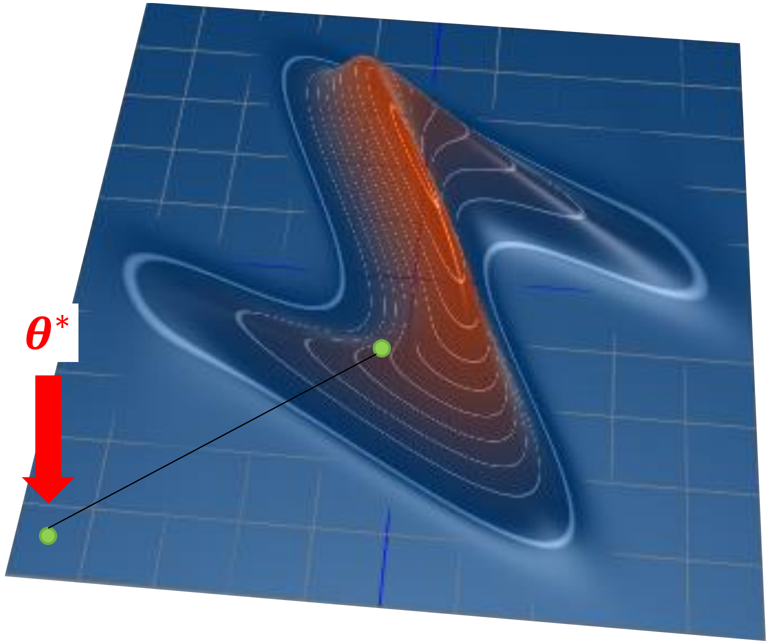
 c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

 d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:

 - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
 - Desenhe $u \sim Unif(0{,}1)$;
 - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

 caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;

   b) $r = \frac{\boxed{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \frac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \frac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$

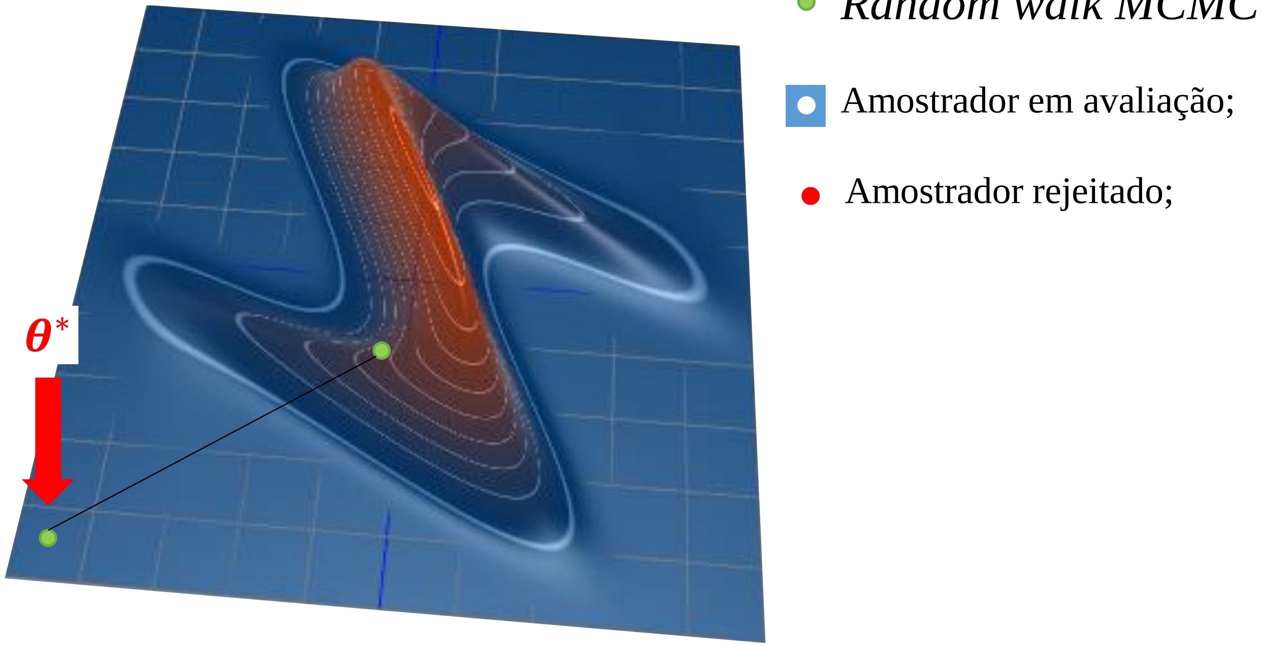
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:

      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

      caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



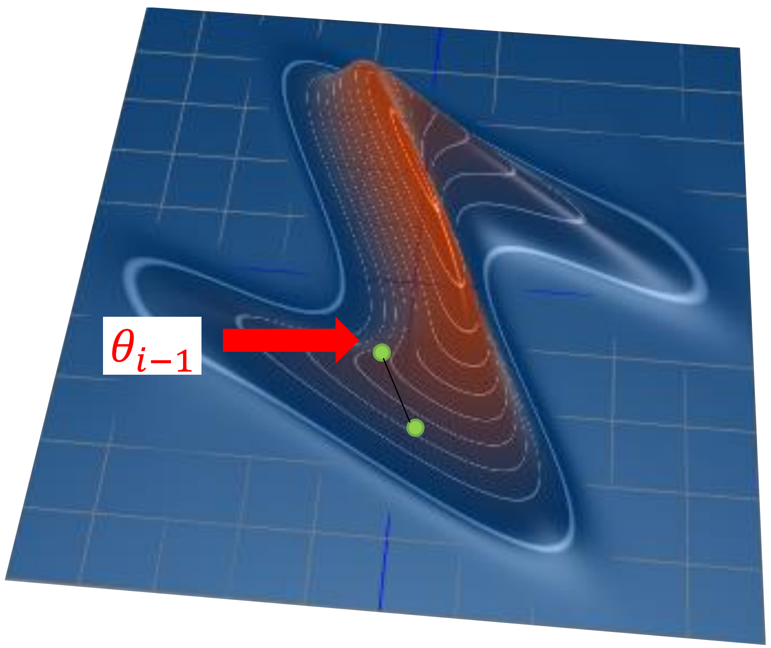
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;
   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^* | \theta_{i-1})}{\boxed{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1} | \theta^*)}} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1} | \theta^*)}{q(\theta^* | \theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

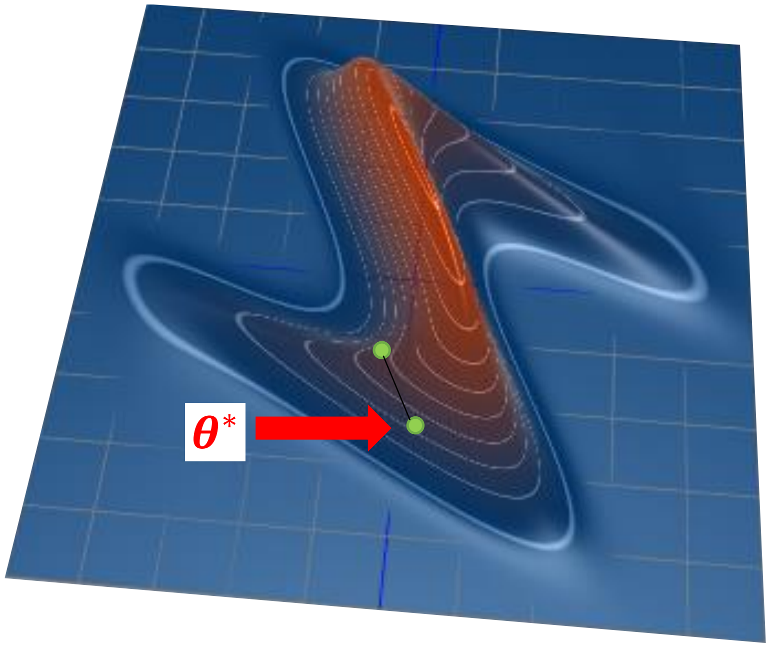
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\,\theta^* \mid \theta_{i-1}\,)$;
   b) $r = \dfrac{\boxed{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

      caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

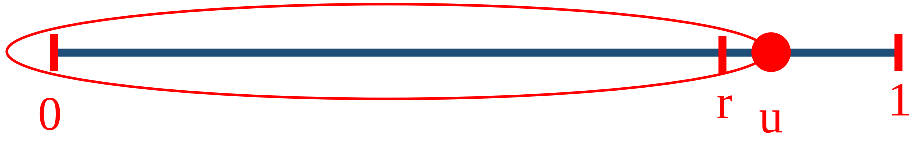
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

➢ <u>Método a amostragem:</u>

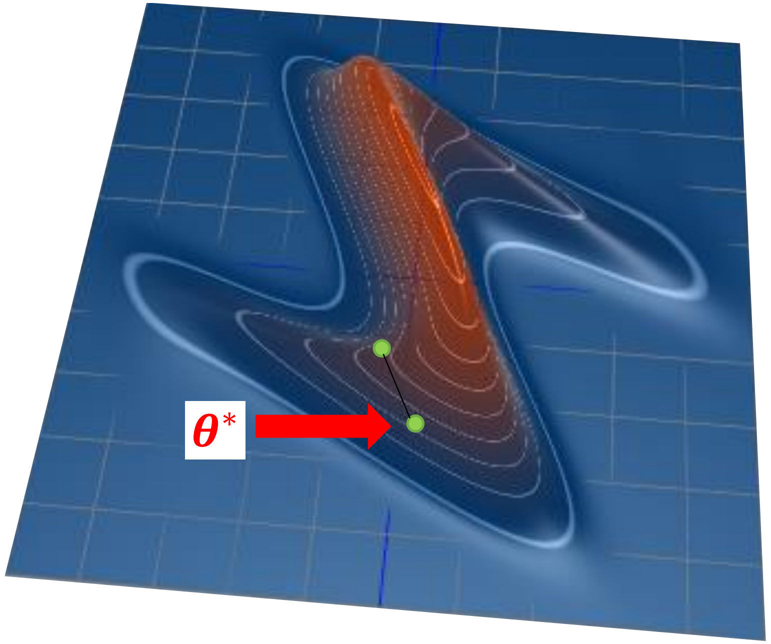
- Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;
   b) $r = \boxed{\frac{\pi(\theta^*)/q(\theta^* | \theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1} | \theta^*)}} = \frac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \frac{q(\theta_{i-1} | \theta^*)}{q(\theta^* | \theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.



Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- Método a amostragem:
  - Metropolis-Hasting;

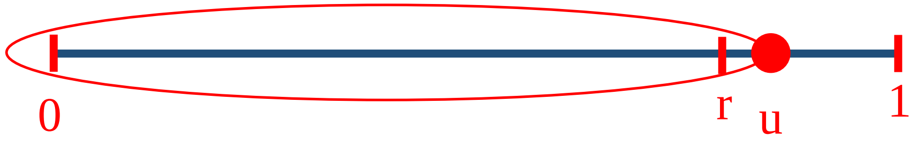
1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;

   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^* | \theta_{i-1})}{\boxed{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1} | \theta^*)}} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1} | \theta^*)}{q(\theta^* | \theta_{i-1})}$

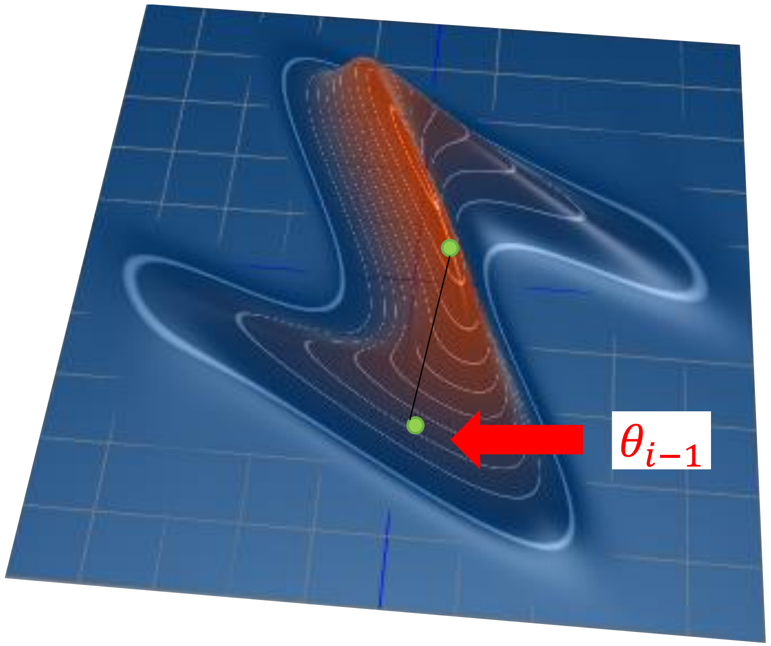
   c) Se r ≥ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

   d) Se $0 \leq$ r < 1, Calcule a *Prob. Aceitabilidade*:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.



Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



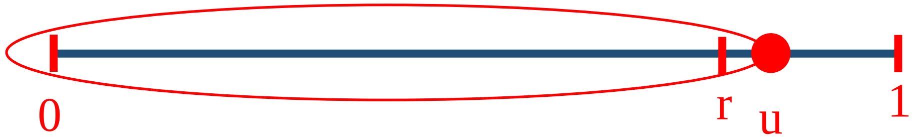
- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

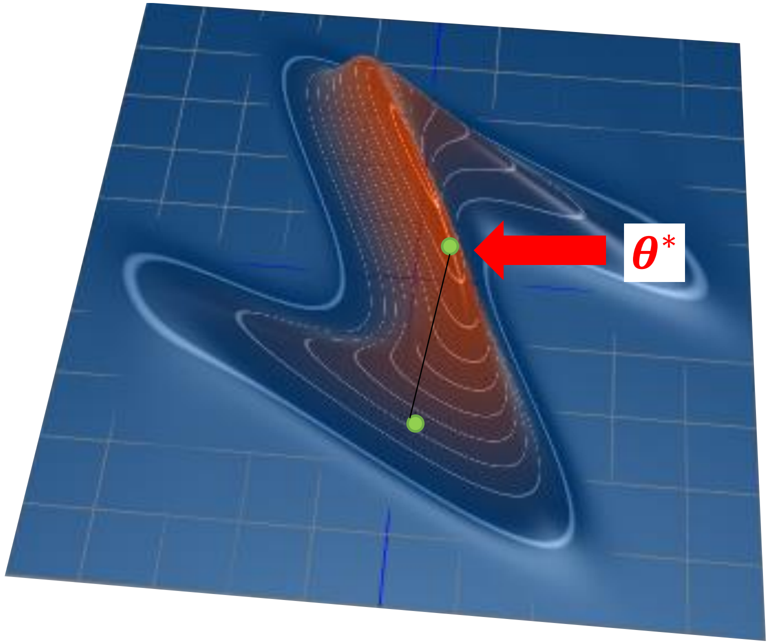
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;
   b) $r = \dfrac{\boxed{\pi(\theta^*)/q(\theta^* | \theta_{i-1})}}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1} | \theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1} | \theta^*)}{q(\theta^* | \theta_{i-1})}$
   c) Se $r \geq 1$ aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se $0 \leq r < 1$, Calcule a *<u>Prob. Aceitabilidade</u>*:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.



Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



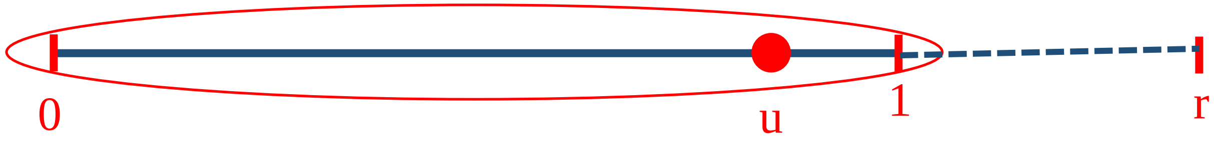
- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

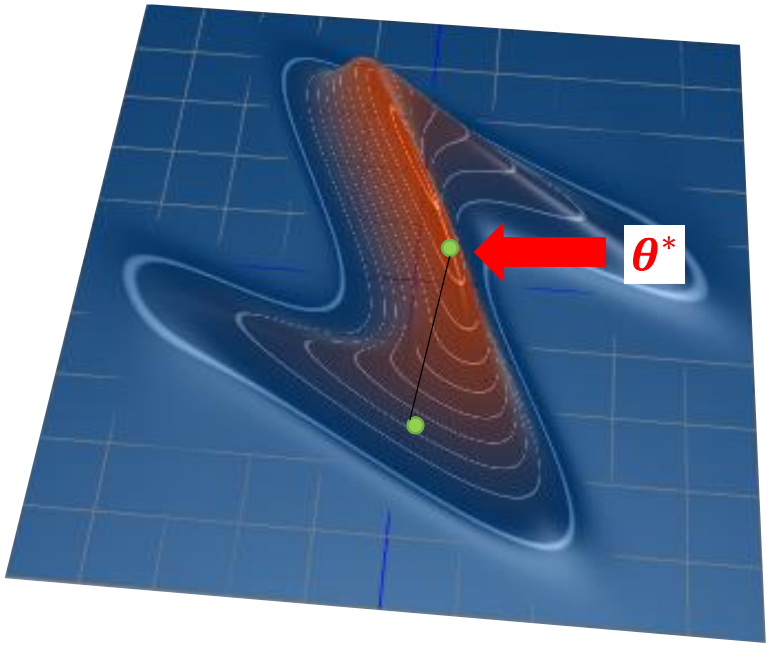
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;
   b) $r = \boxed{\dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^* | \theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1} | \theta^*)}} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1} | \theta^*)}{q(\theta^* | \theta_{i-1})}$
   c) Se r ≥ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.



Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

$q(\theta) \sim N(\mu, \sigma^2)$

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:

   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\,\theta^* \mid \theta_{i-1}\,)$;

   MC

   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^* | \theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1} | \theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \boxed{\dfrac{q(\theta_{i-1} | \theta^*)}{q(\theta^* | \theta_{i-1})}}$

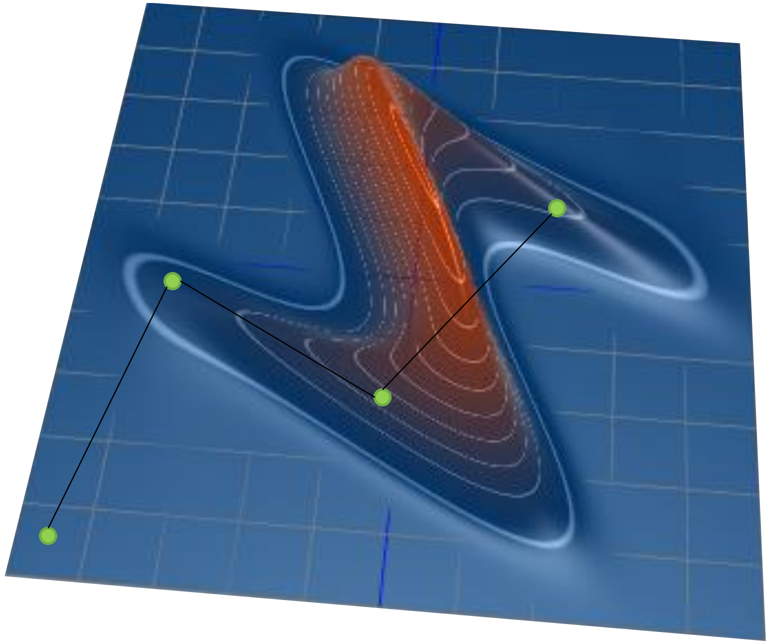
   c) Se r ≥ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

   d) Se $0 \leq$ r < 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:

   - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
   - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
   - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

     caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - <u>Metropolis</u>-Hasting;

$q(\theta) \sim N(\mu, \sigma^2)$

MC

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:

a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;

b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cancel{\boxed{\dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}}}$

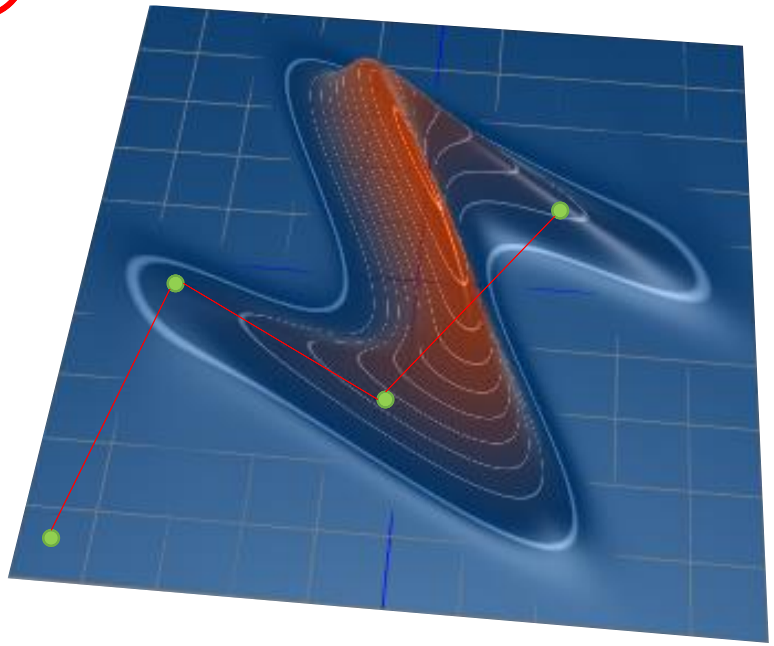
c) Se r ≥ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

d) Se $0 \leq$ r < 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:

- $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
- Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
- Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



Random walk MCMC

Amostrador em avaliação;

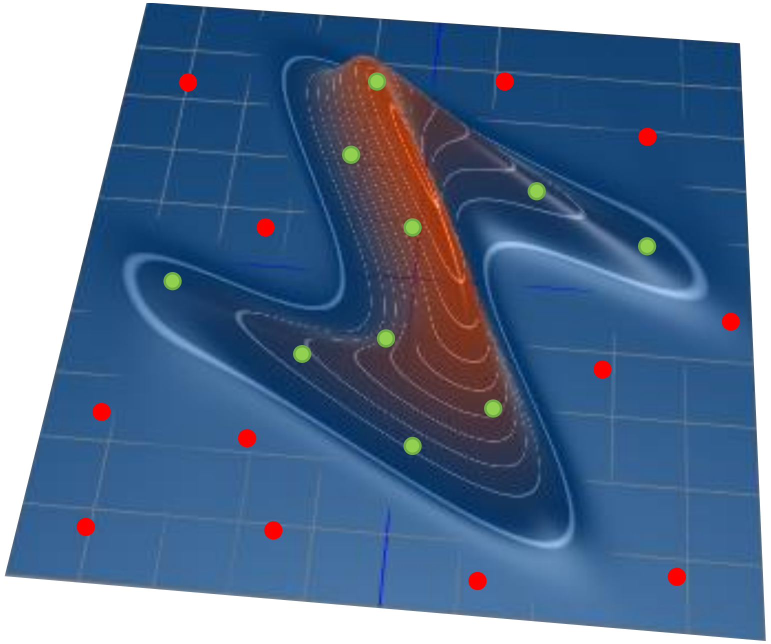
Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Se a maioria da iteração (amostras) for aceita e conseguirmos uma convergência para a distribuição alvo, teremos relativamente um processo mais rápida.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

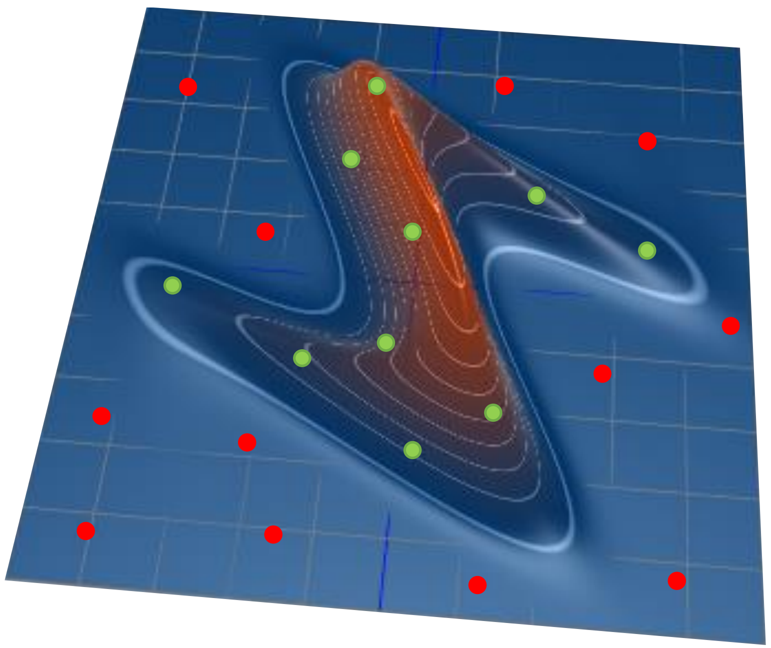
1.000 iteração

600 iteração atingirmos convergência

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

1.000 iteração

600 iteração atingirmos convergência

Se a maioria da iteração (amostras) for aceita e conseguirmos uma convergência para a distribuição alvo, teremos relativamente um processo mais rápida.

Portanto o algoritmo Metropolis-Hastings tem essa informação (índice de aceitação e rejeição) como uma ferramenta de eficiência da algoritmo e consequentemente qualidade da convergência.

<u>Taxa de aceitabilidade</u>

$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

<u>Taxa de rejeitabilidade</u>

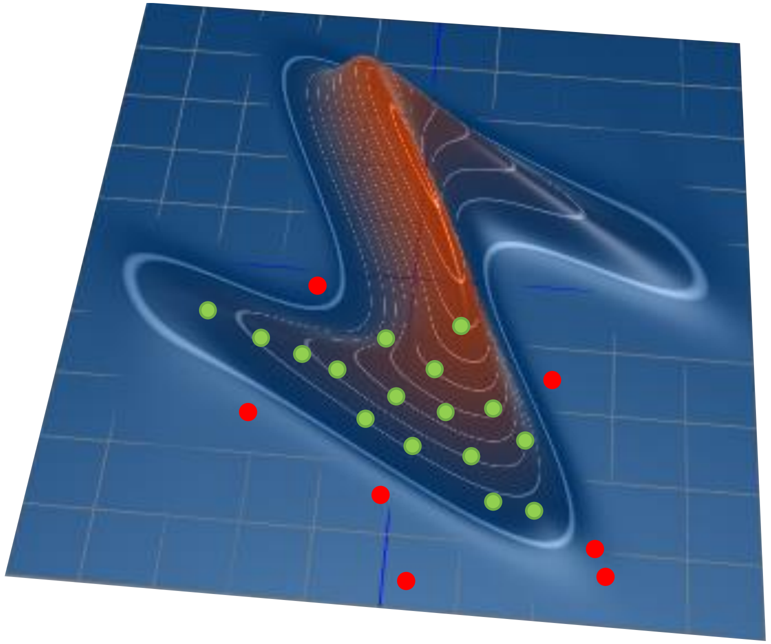
$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Porém não adianta ter uma maior proporção de amostras aceitas pois pode haver algum problema na qualidade da amostragem e uma equivocada convergência rápida.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

<u>*Taxa de aceitabilidade*</u>

$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

<u>*Taxa de rejeitabilidade*</u>

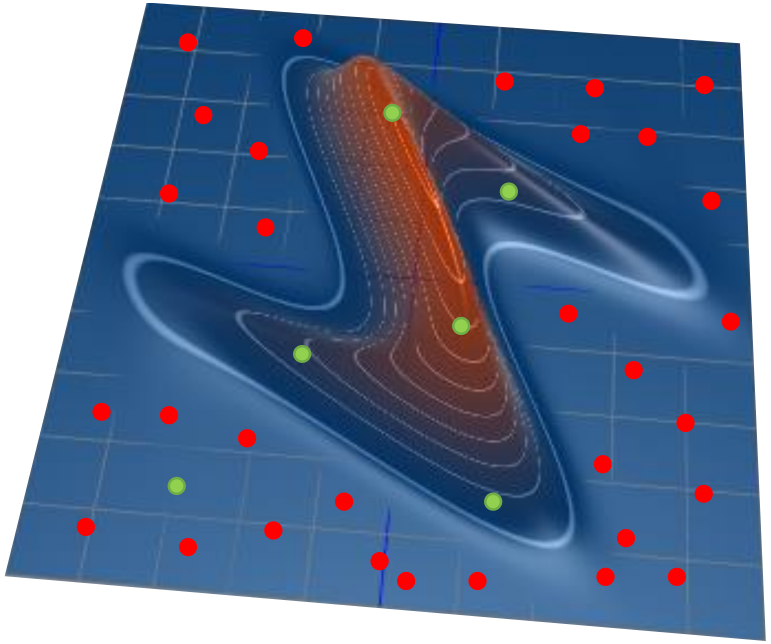
$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

E caso tenhamos mais rejeição do que aceite, o custo computacional e o tempo da convergência serão muito altos.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

<u>Taxa de aceitabilidade</u>

$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

<u>Taxa de rejeitabilidade</u>

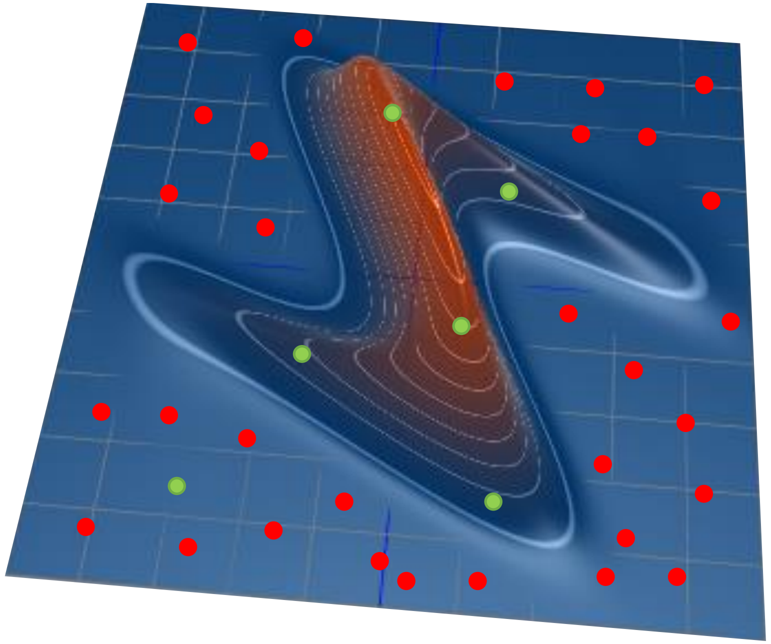
$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

- <u>Resumo:</u>
  - É uma amostragem com etapas de **aceitação**/**rejeição** **aplicada MC;**

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



<u>Taxa de aceitabilidade</u>

$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

<u>Taxa de rejeitabilidade</u>

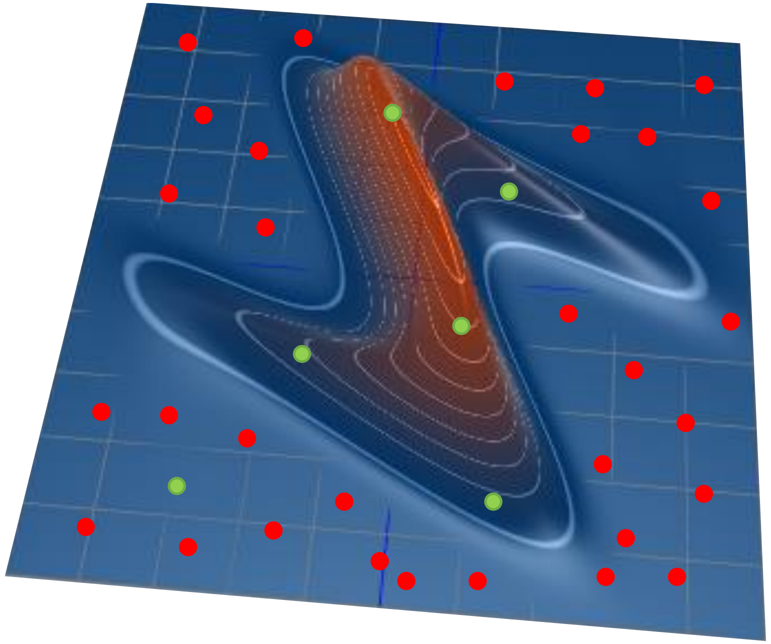
$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

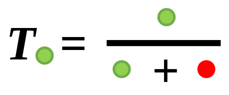
- <u>Resumo:</u>
  - É uma amostragem com etapas de **aceitação**/**rejeição** **aplicada MC;**

- <u>Prós:</u>
  - Dentre a família do método MC, pode escolher a mais conveniente**;**
  - Funciona para distribuições não normalizadas;
  - Fácil implementar;
  - Amostragem da *a posteriori* já é uma distribuição conjunta de todos os parâmetros;

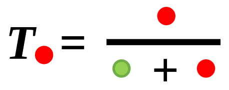
Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



<u>Taxa de aceitabilidade</u>



<u>Taxa de rejeitabilidade</u>



- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

- <u>Resumo:</u>

- É uma amostragem com etapas de **aceitação**/**rejeição** **aplicada MC;**

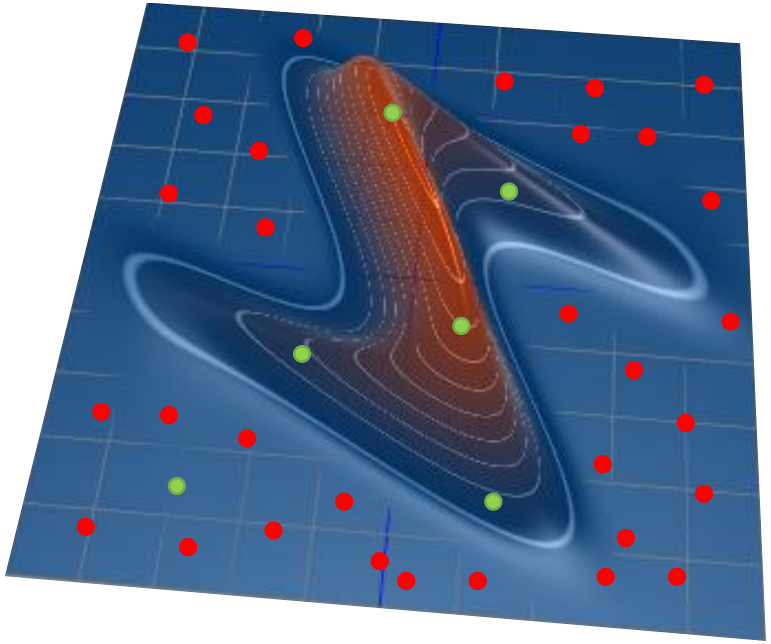
- <u>Prós:</u>

- Dentre a família do método MC, pode escolher a mais conveniente**;**
- Funciona para distribuições não normalizadas;
- Fácil implementar;
- Amostragem da *a posteriori* já é uma distribuição conjunta de todos os parâmetros;

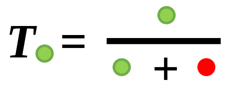
- <u>Contras:</u>

- Amostras são correlacionadas;
- Lenta convergência.

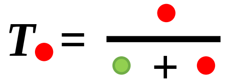
Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



<u>Taxa de aceitabilidade</u>



<u>Taxa de rejeitabilidade</u>



Estatísticas & Aquicultura.

Com: Carlos Antônio Zarzar

carloszarzar_@hotmail.com

Obrigado!
Bons estudos!

“Onde é que está o amor? Diga...
Alguém me diga porque
A vida deve estar em outro lugar
Porque na selva de pedra não está
A vida é difícil.”

Cidade Negra
Selva de Pedra

Estatísticas & Aquicultura.

Com: Carlos Antônio Zarzar

carloszarzar_@hotmail.com

Obrigado!
Bons estudos!

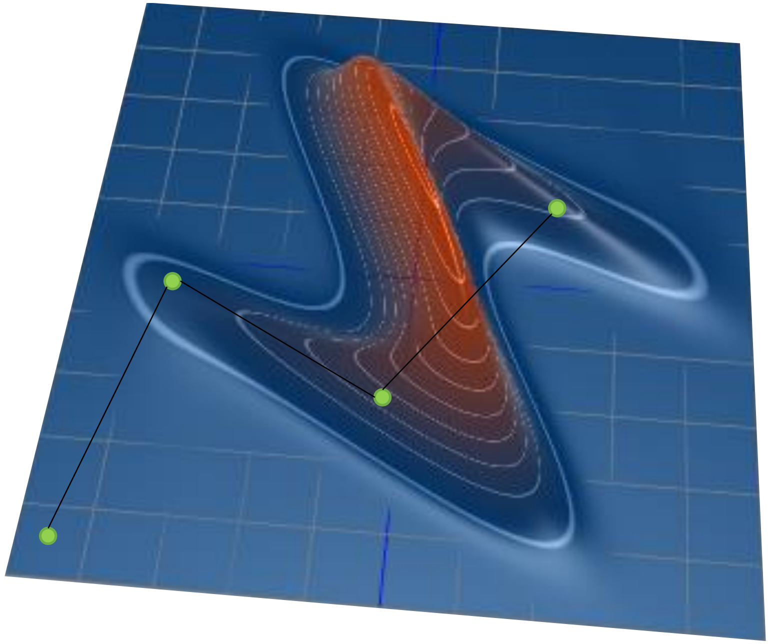
“Onde é que está o amor? Diga...
Alguém me diga porque
A vida deve estar em outro lugar
Porque na selva de pedra não está
A vida é difícil.”

Metropolis

Cidade Negra
Selva de Pedra

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

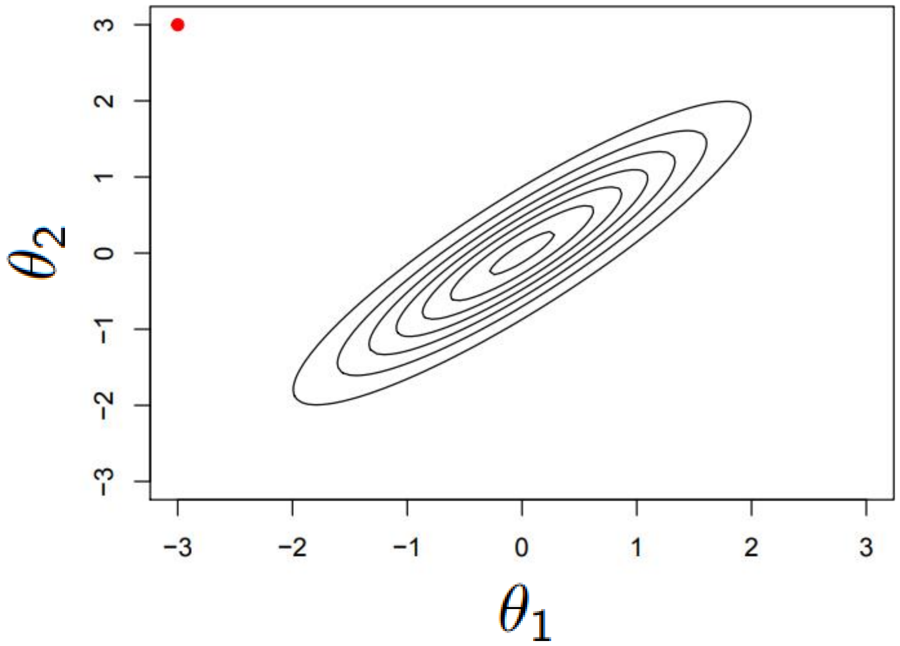
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs — atenção →
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;
- Lenta convergência;

(Principalmente espaços paramétricos de alta dimensão).

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



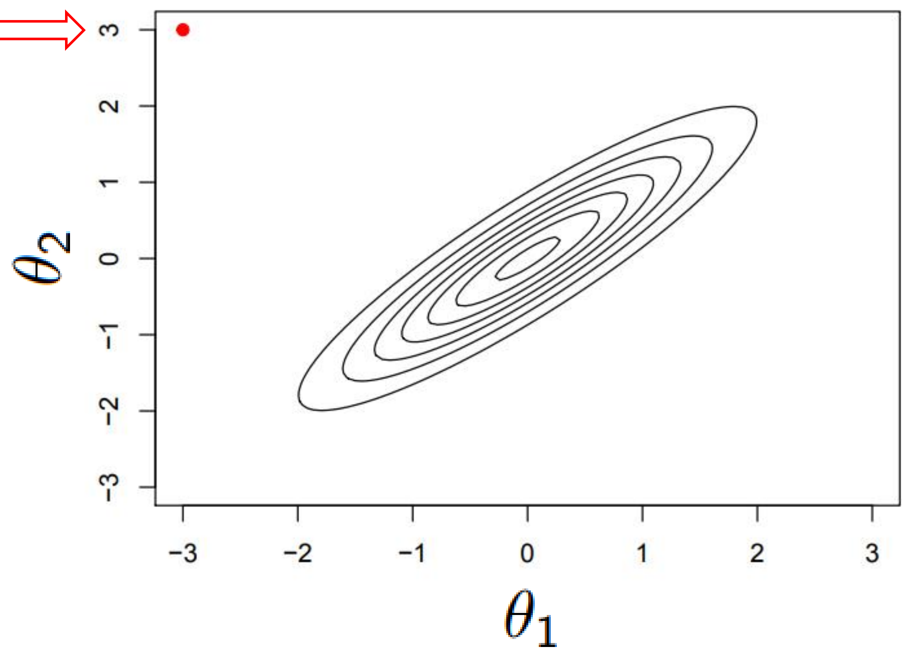
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs — atenção
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

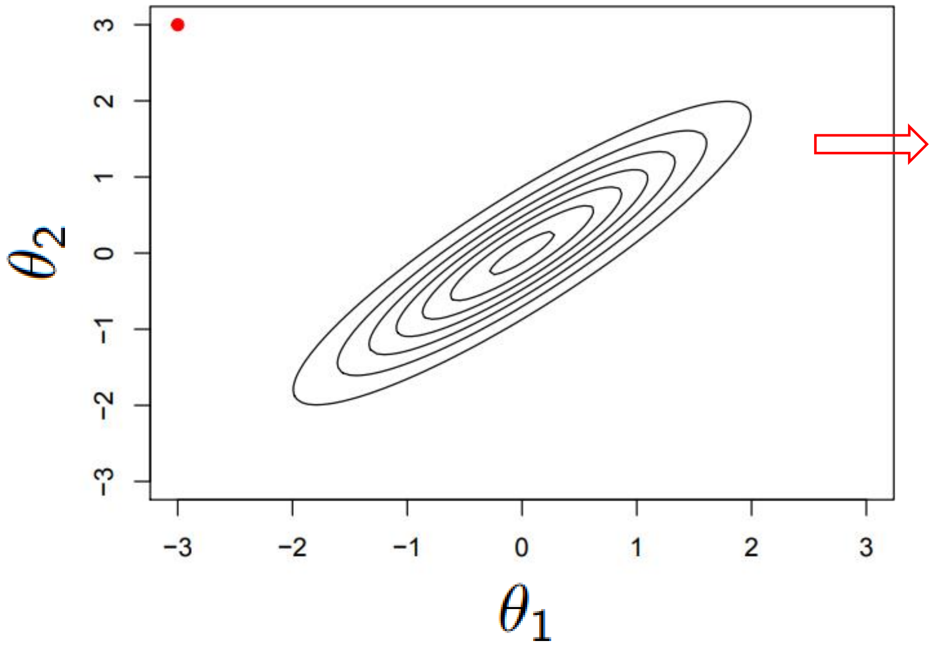
- Método a amostragem:
  - Gibbs $\xrightarrow{\text{atenção}}$
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

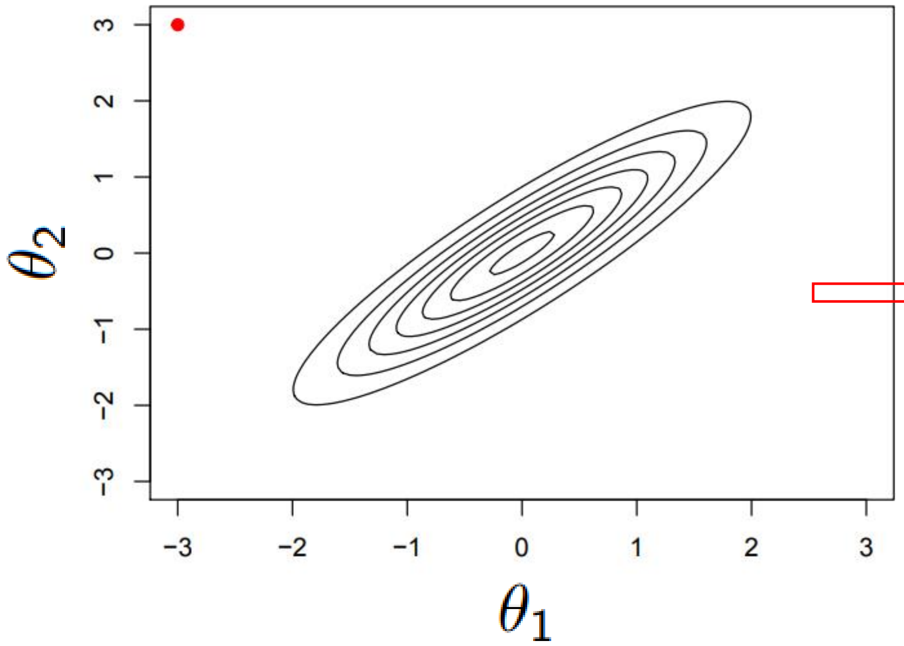
- Método a amostragem:
  - Gibbs → atenção
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

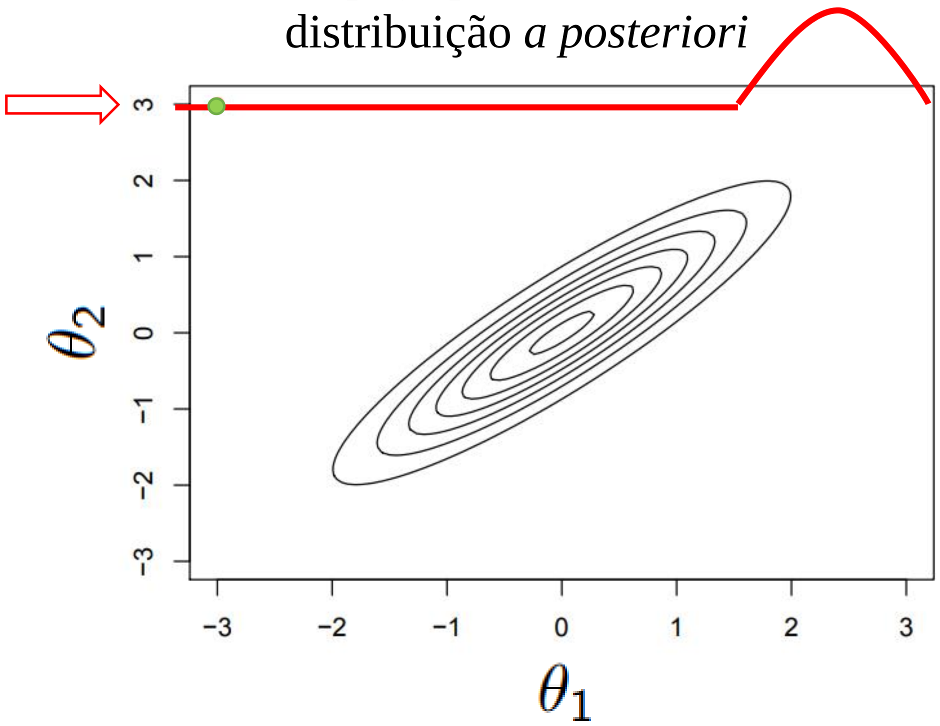
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs $\xrightarrow{\text{atenção}}$
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



Fixar

$$\left(\theta_1^{(0)}, \underline{\theta_2^{(0)}}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

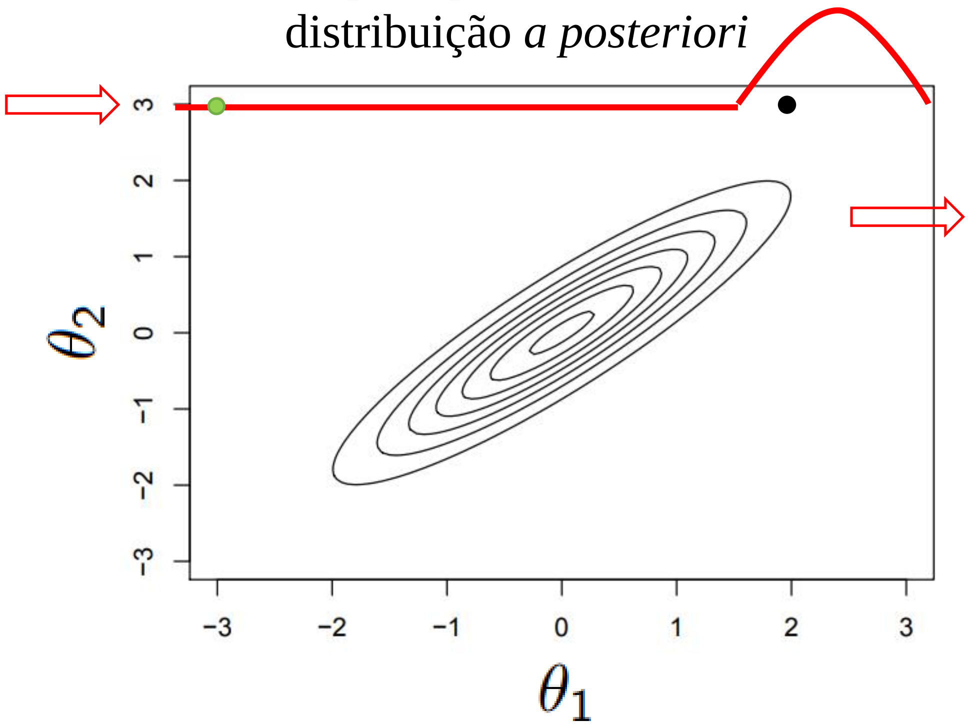
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs $\Rightarrow$ atenção
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p\left(\theta_1|\theta_2, y\right) \\ p\left(\theta_2|\theta_1, y\right) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

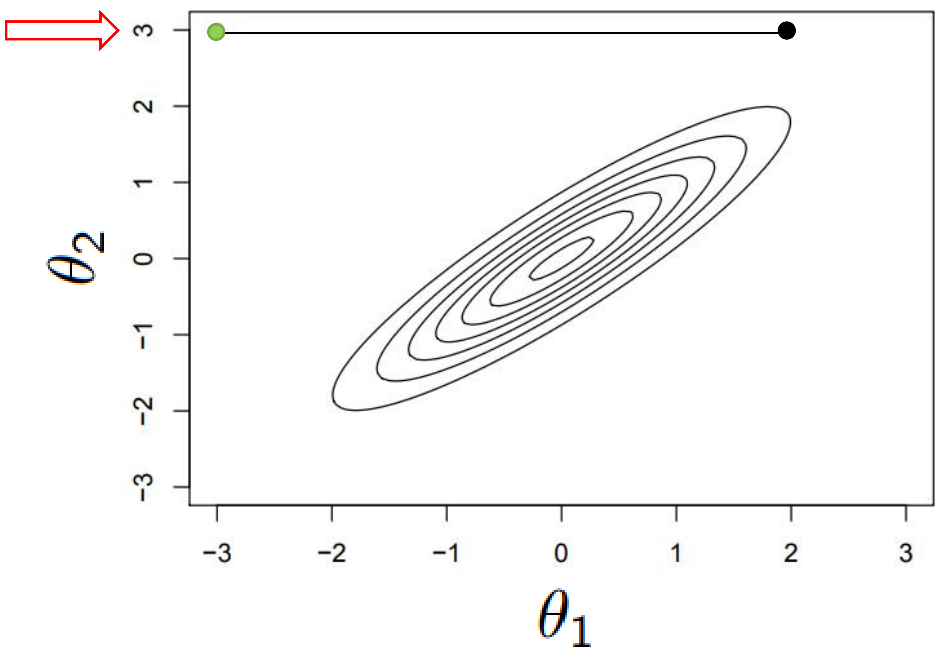
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs $\Longrightarrow$ atenção
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

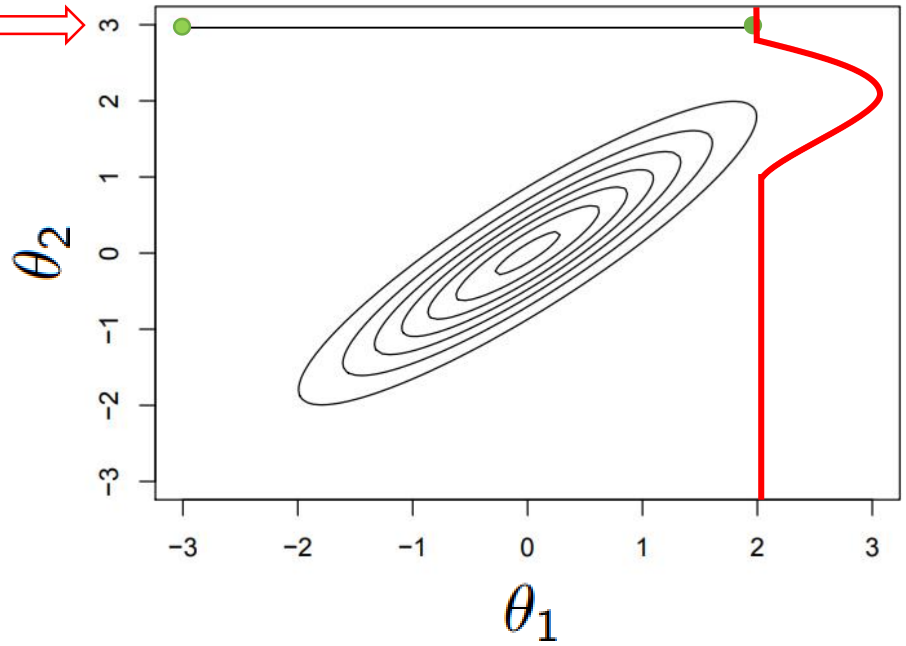
$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs $\Rightarrow$ atenção
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$\underbrace{p(\theta|y)}_{\text{Distribuição Alvo}} \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



Fixar

$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

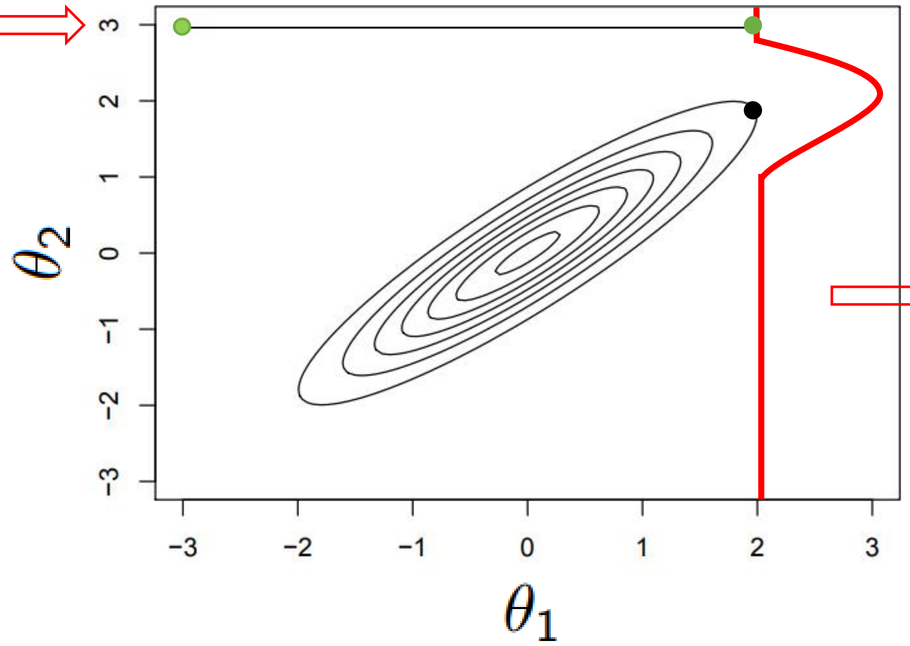
- Método a amostragem:
  - Gibbs $\xrightarrow{\text{atenção}}$
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

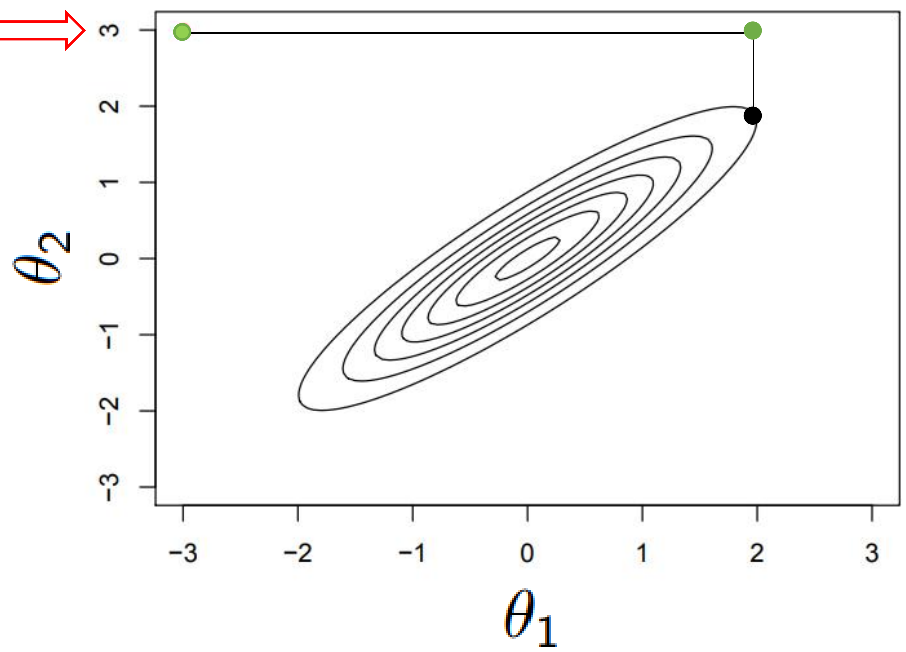
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs $\xrightarrow{\text{atenção}}$
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

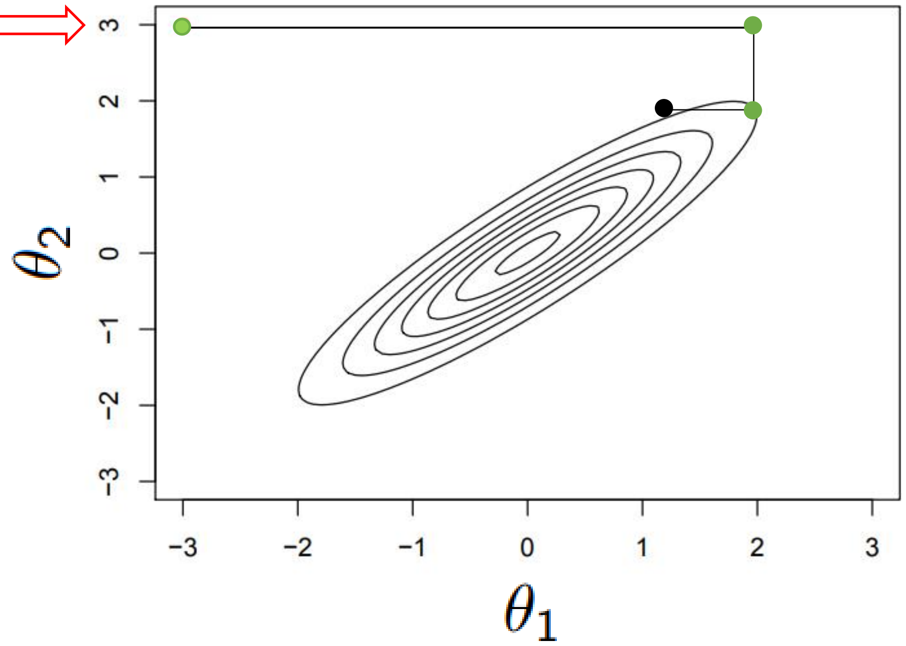
- Método a amostragem:
  - Gibbs — atenção
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

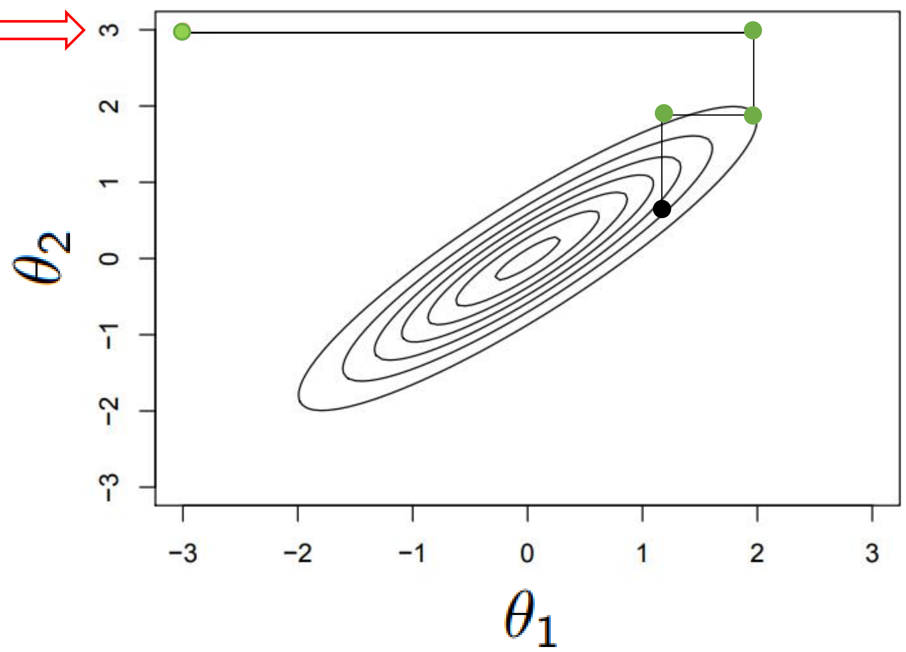
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs $\xrightarrow{\text{atenção}}$
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

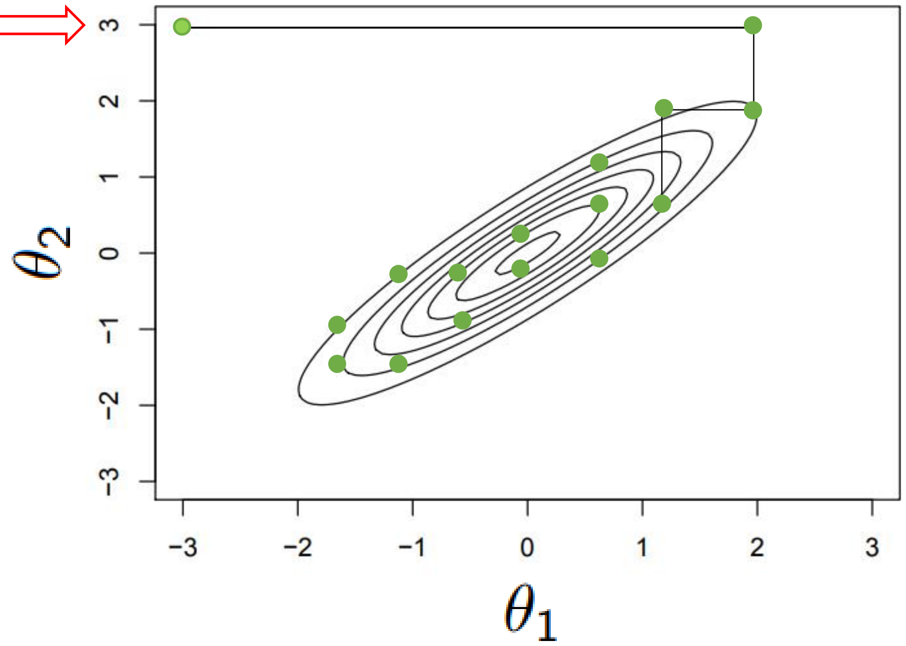
- Método a amostragem:
  - Gibbs — atenção
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

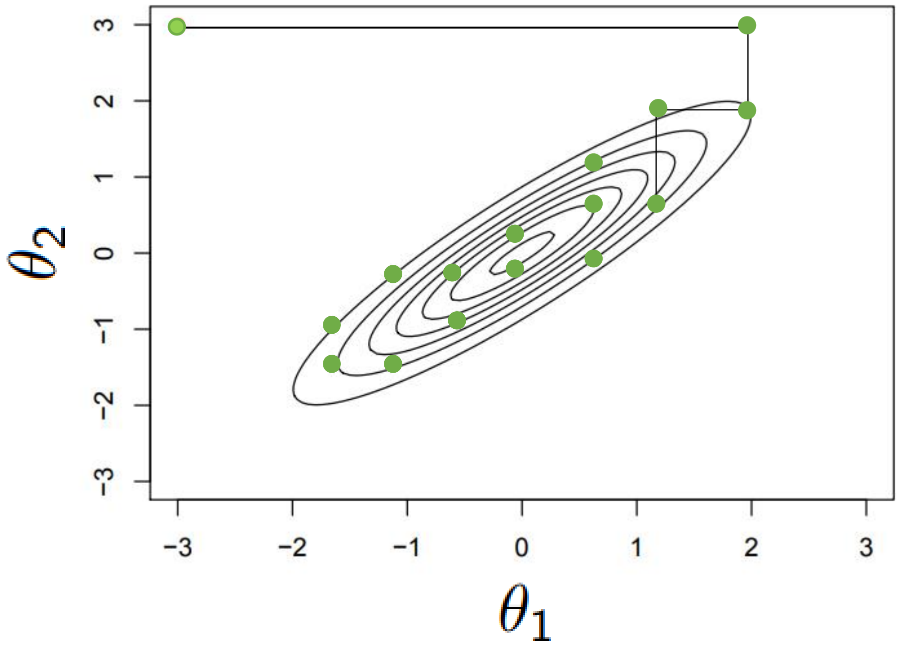
- Método a amostragem:
  - Gibbs $\quad$ atenção
  - Metropolis-Hasting

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

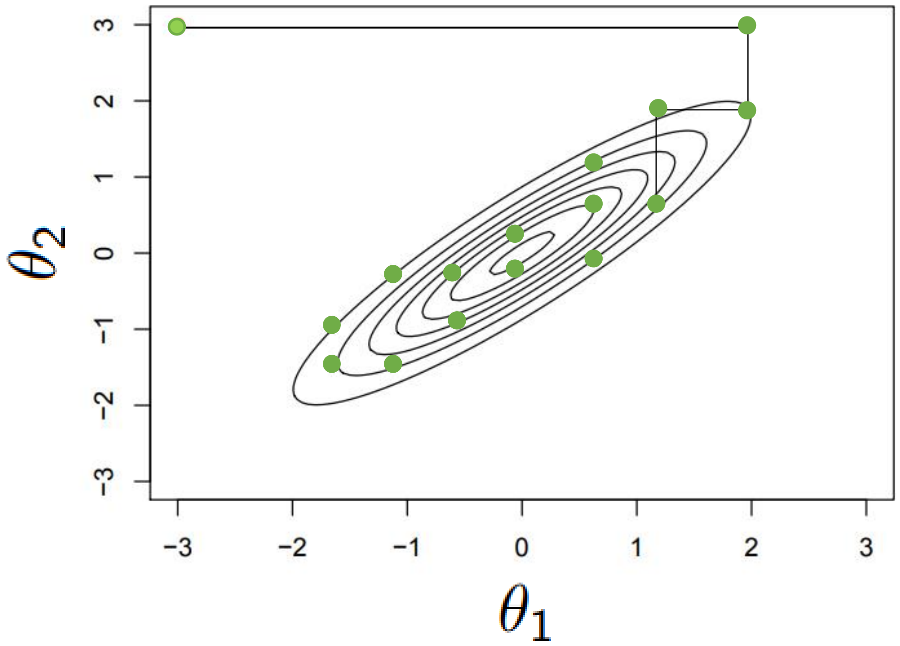
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs
  - Metropolis-Hasting

atenção

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;
- Lenta convergência;

(Principalmente espaços paramétricos de alta dimensão).

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



$$\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$$

$$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, y\right)$$

$$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, y\right)$$

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs
  - Metropolis-Hasting

atenção

- Amostragem *a posteriori* conjunta;
- Lenta convergência;

Proporção de teste (**aceitação**/**rejeição**) por iteração ainda é muito alta.

Estatísticas & Aquicultura.

Com: Carlos Antônio Zarzar

carloszarzar_@hotmail.com

Obrigado!
Bons estudos!

“Como minha avó dizia, menino larga esse CMPUTADOIDO e viva a vida.”

Aldenir Nóbrega Aranha