Introdução a linguagem Stan (*rstan*), um software para modelos bayesianos.

Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA)
Campus de Monte Alegre – Engenharia de Aquicultura

Universidade Federal de Lavras (UFLA)
PPG – Estatística e Experimentação Agropecuária

Professor: Carlos Antônio Zarzar
E-mail: carloszarzar_@hotmail.com
carlos.zarzar@ufopa.edu.br

Data: 09/03/2022

AGRADECIMENTO E COLABORADORES:

UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

NÚCLEO DE ESTUDOS EM REGRESSÃO NÃO LINEAR APLICADA

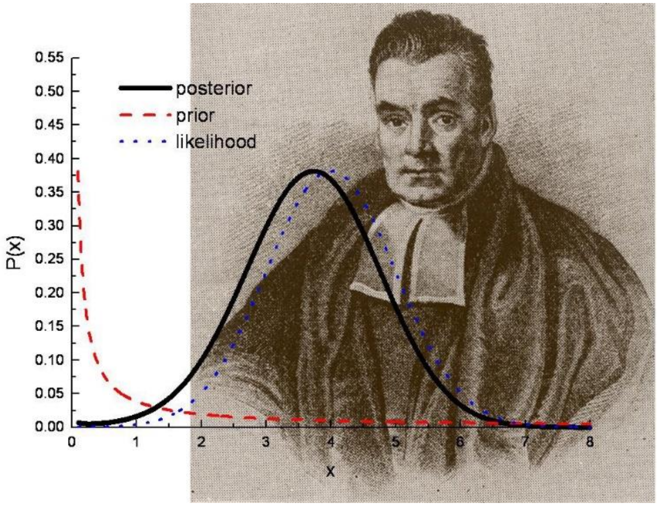
UFOPA

carloszarzar_@hotmail.com

➢ Sumário

- **Estatística Bayesiana;**
- Modelos Hierárquicos;
- Método computacional de integração MCMC;
- Algoritmo de amostragem;
  - Gibbs;
  - Metropolis-Hasting;
  - Hamiltoniano Monte Carlo;
  - NUTS;

Estatística Bayesiana



- Percepção sobre Probabilidade;
  - Revisão Probabilidade;
    - Teorema Bayes.

- **Estatística clássica:**

Equiprovável

$$P\ (Cara) = \frac{Favoráveis}{Possível}$$

Probabilidade de um evento ocorrer, considera a ocorrência de todos os possíveis eventos ocorrerem (equiprováveis).

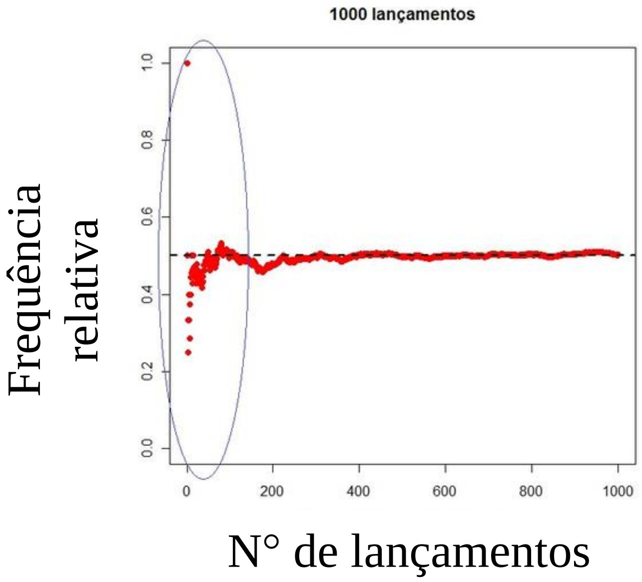
- Estatística freqeuntista:

- Estatística subjetiva Bayesiana:

- Estatística clássica:

- **Estatística freqeuntista:**

- Estatística subjetiva Bayesiana:



Frequência relativa de um evento ocorrer em uma infinidade de experimentos idênticos e independentes.

carloszarzar_@hotmail.com

- Estatística clássica:

- Estatística freqeuntista:

- **Estatística subjetiva Bayesiana:**

- Teorema de Bayes:

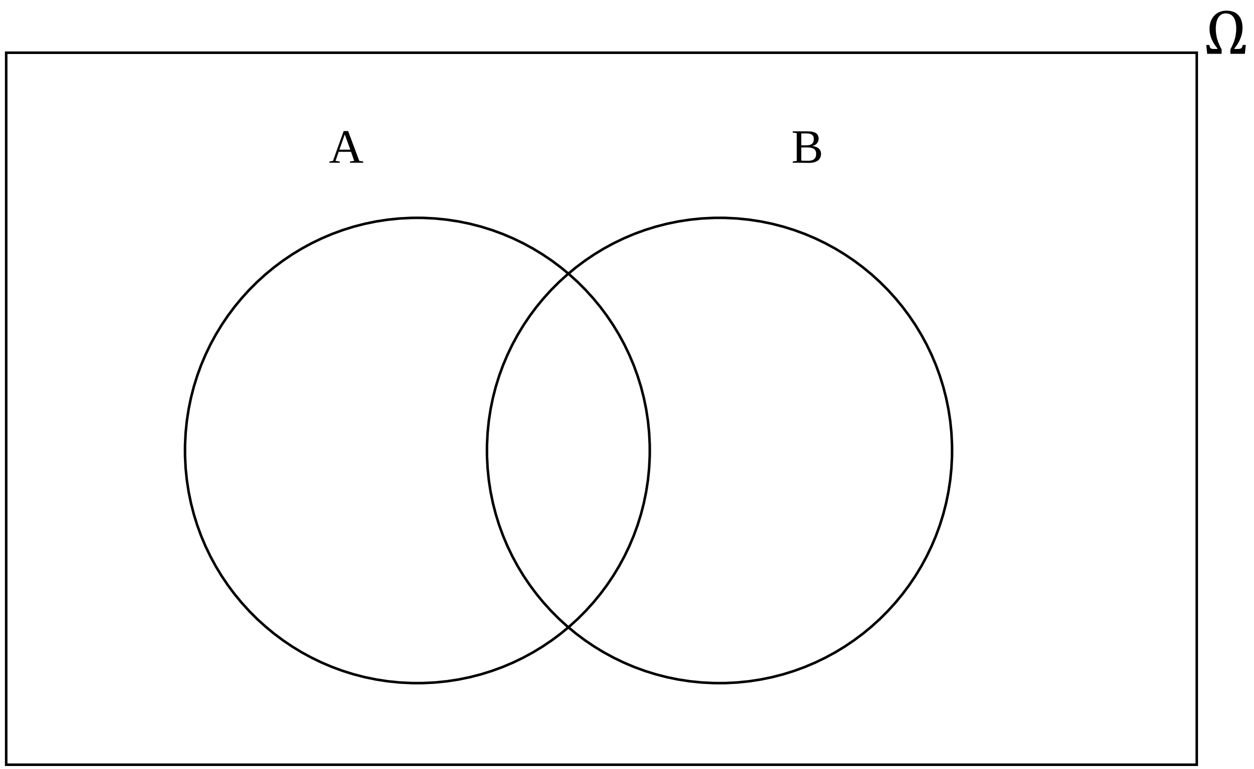
verossimilhança *a priori*

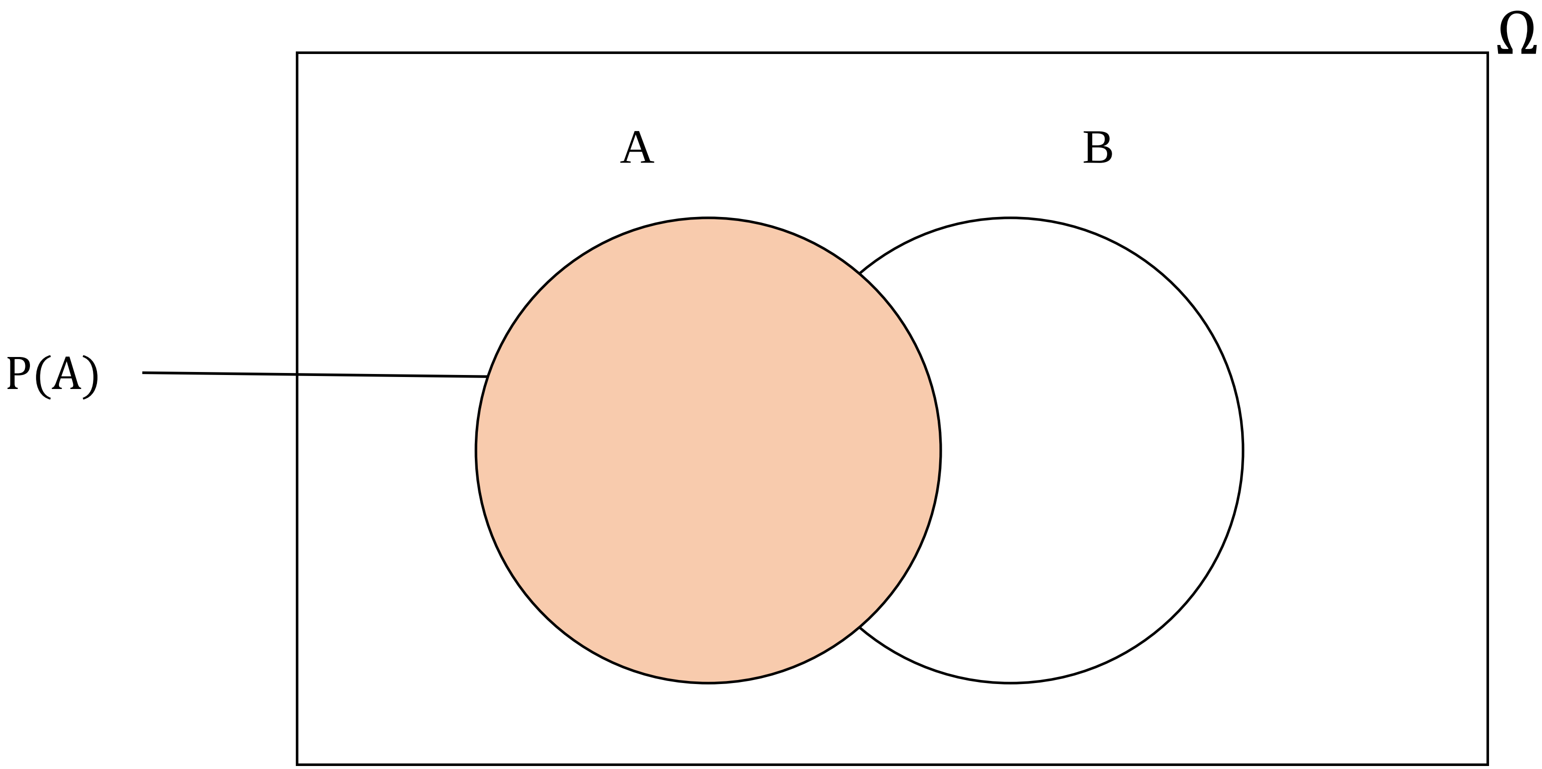
a posteriori $$P(\theta \mid y) = \frac{P(y \mid \theta)\ P(\theta)}{P(y)}$$

Constante normalizadora

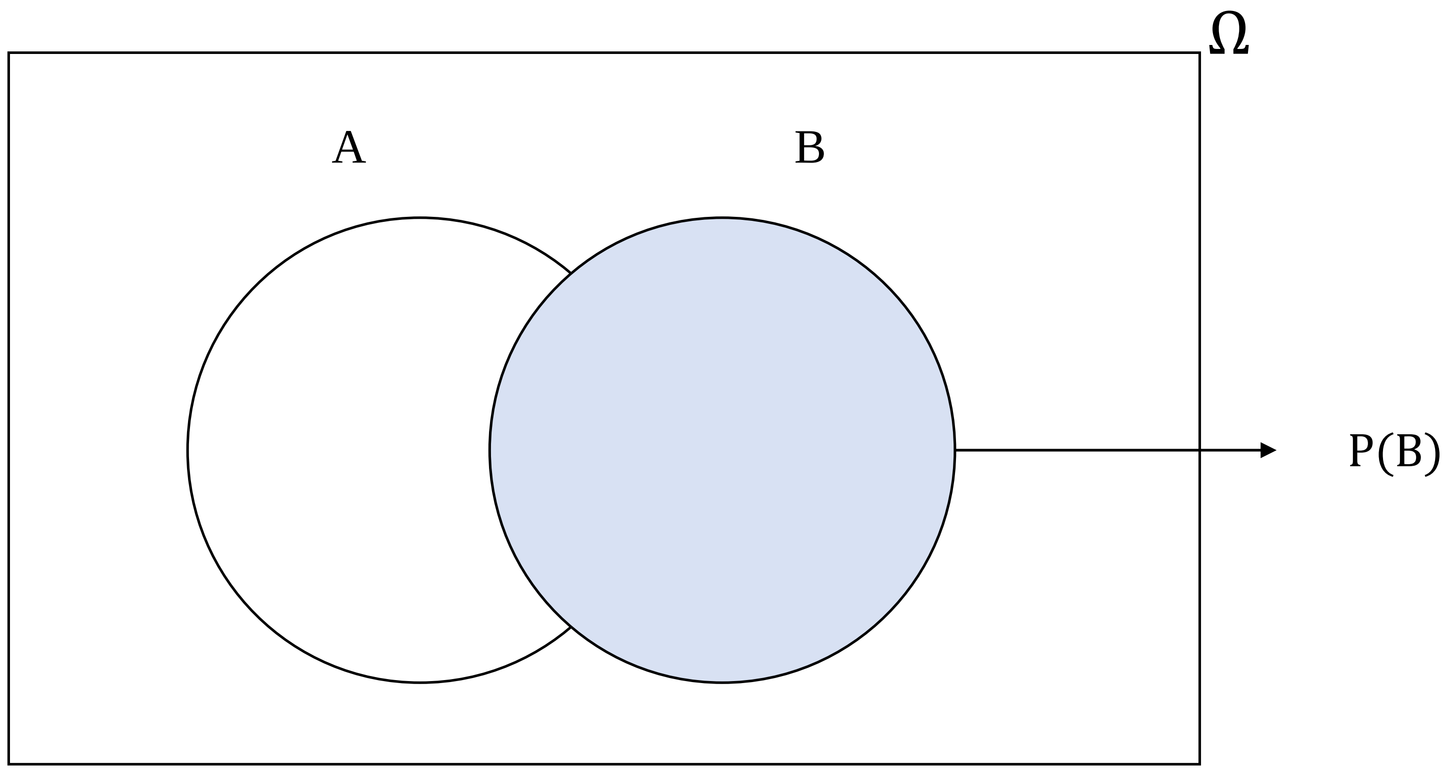
Distribuição de probabilidade exprime o grau de credibilidade do indivíduo sobre o evento ocorrer.

carloszarzar_@hotmail.com

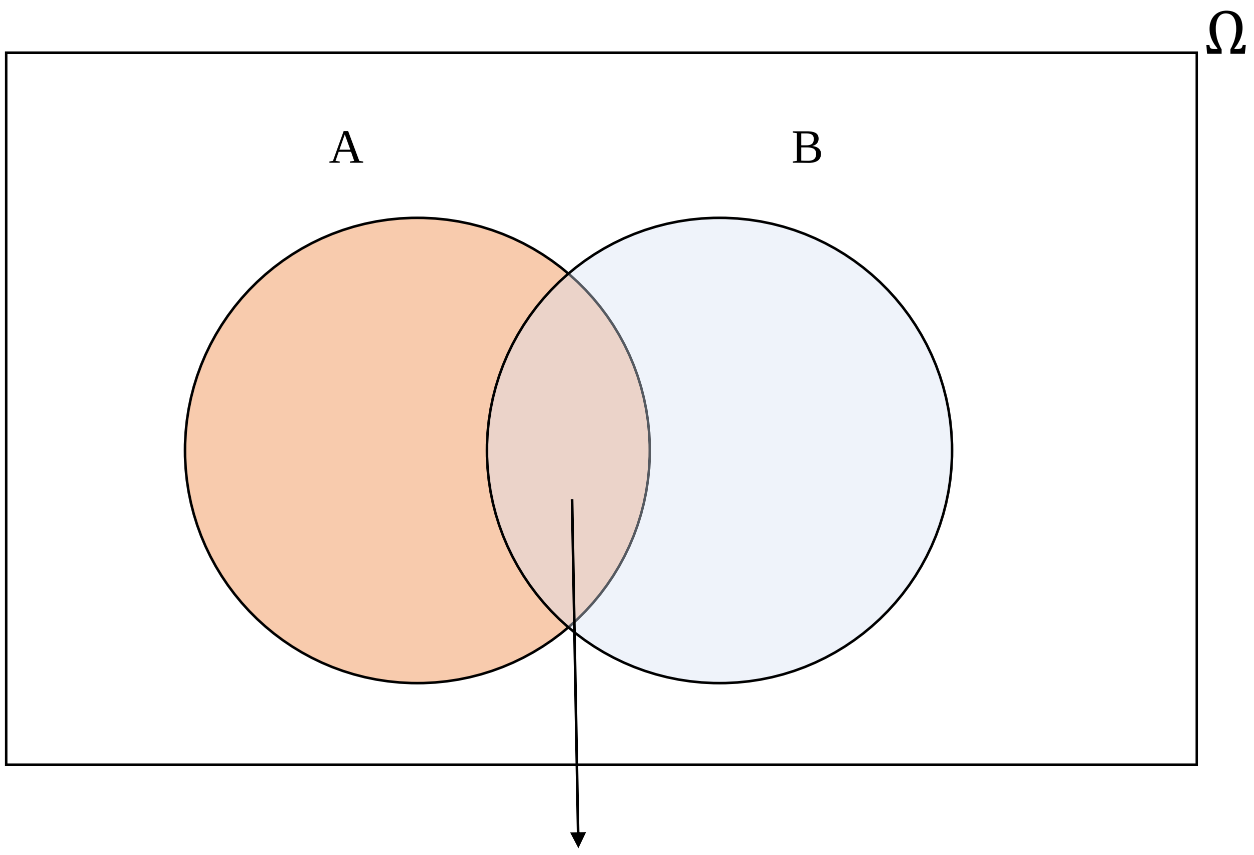



Ω
A
B
P(A)

carloszarzar_@hotmail.com



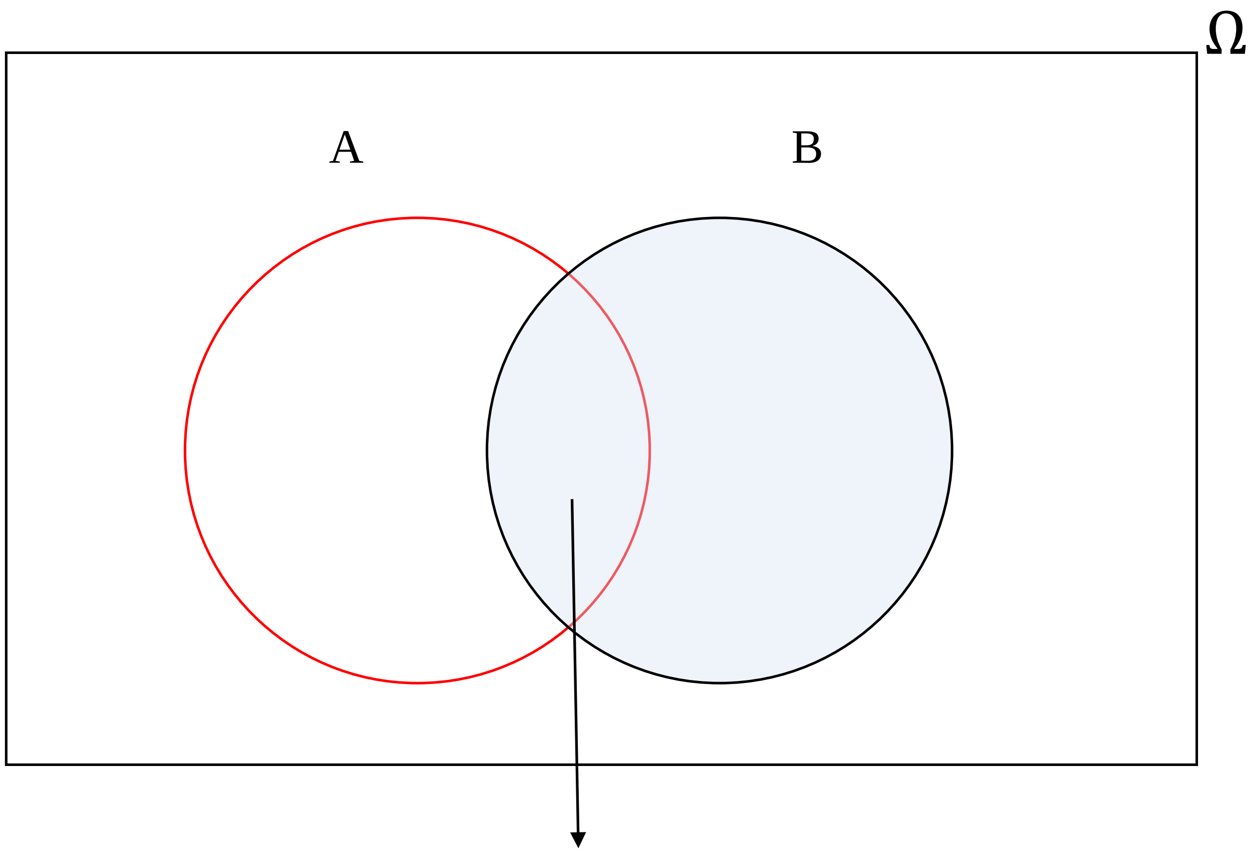
carloszarzar_@hotmail.com



$P(A \cap B)$ ou $P(A,B)$

- Probabilidade conjunta

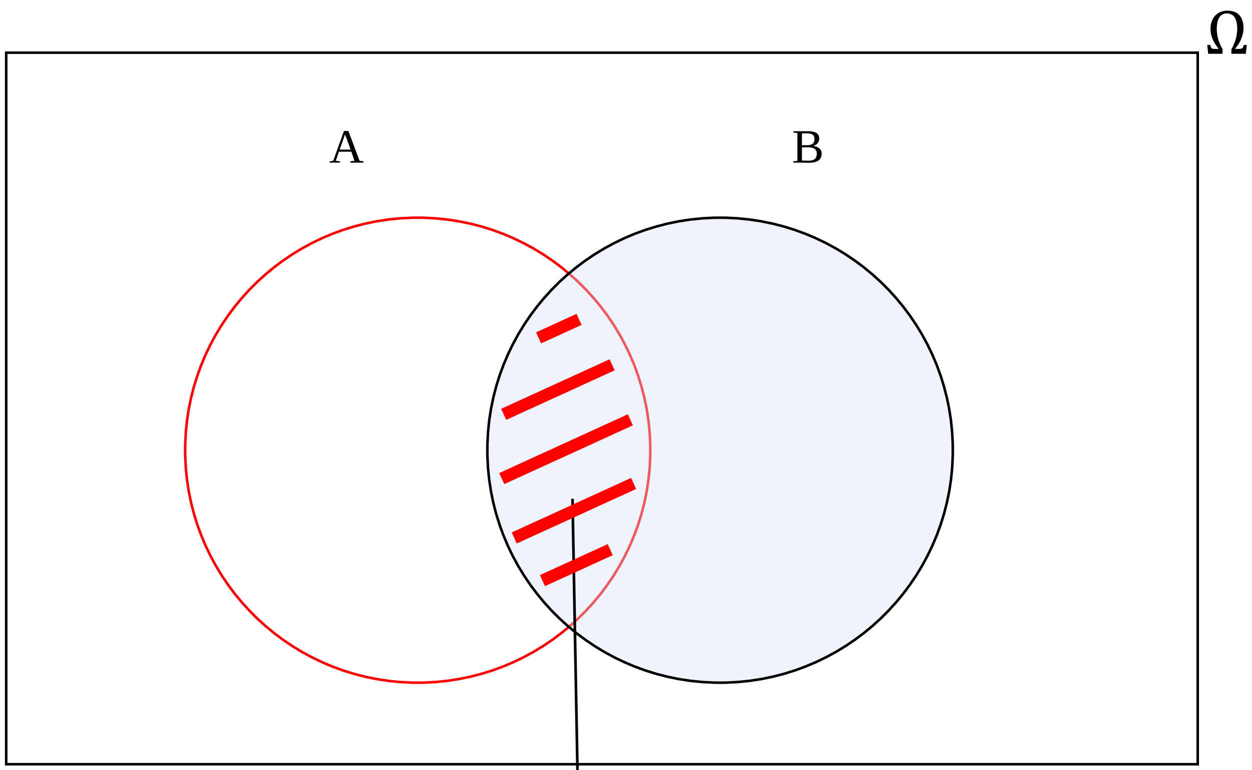
carloszarzar_@hotmail.com



$P(A \mid B) = ?$

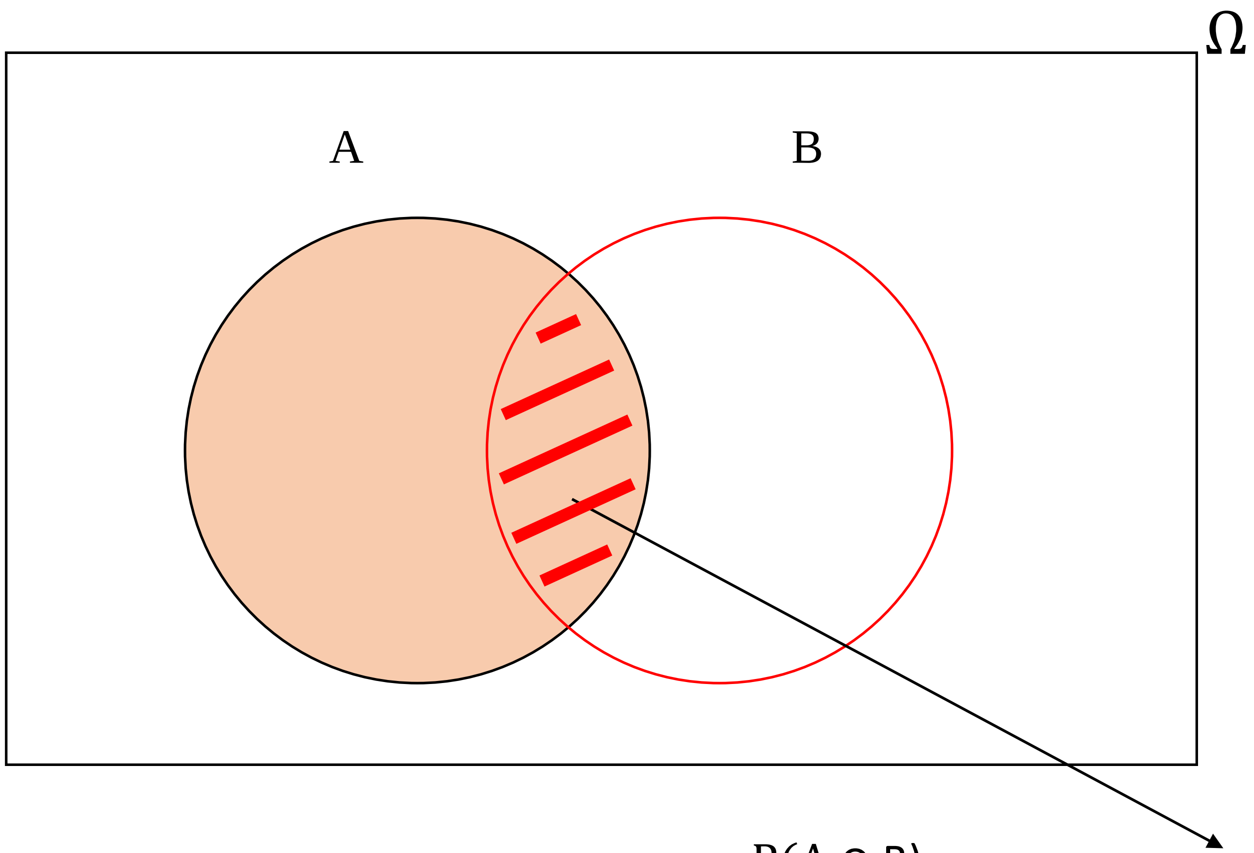
- Probabilidade condicional

carloszarzar_@hotmail.com



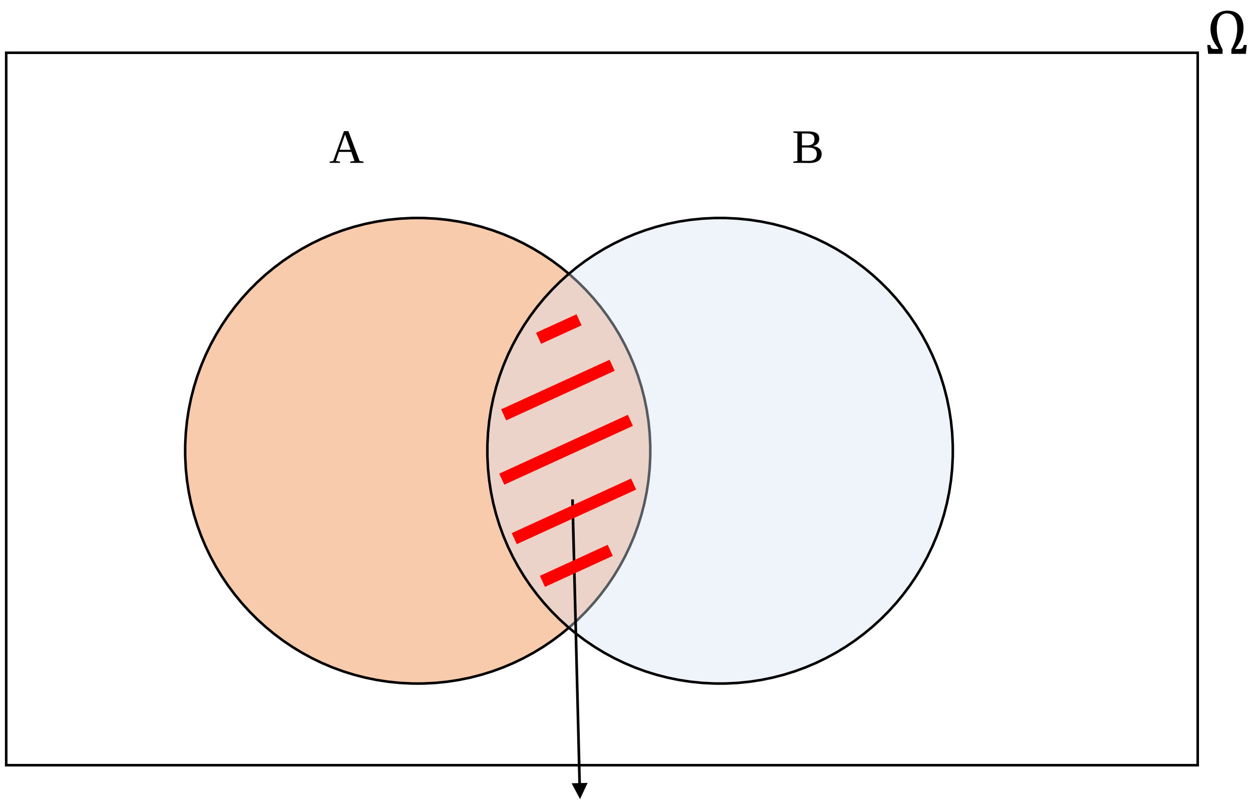
$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- Probabilidade condicional



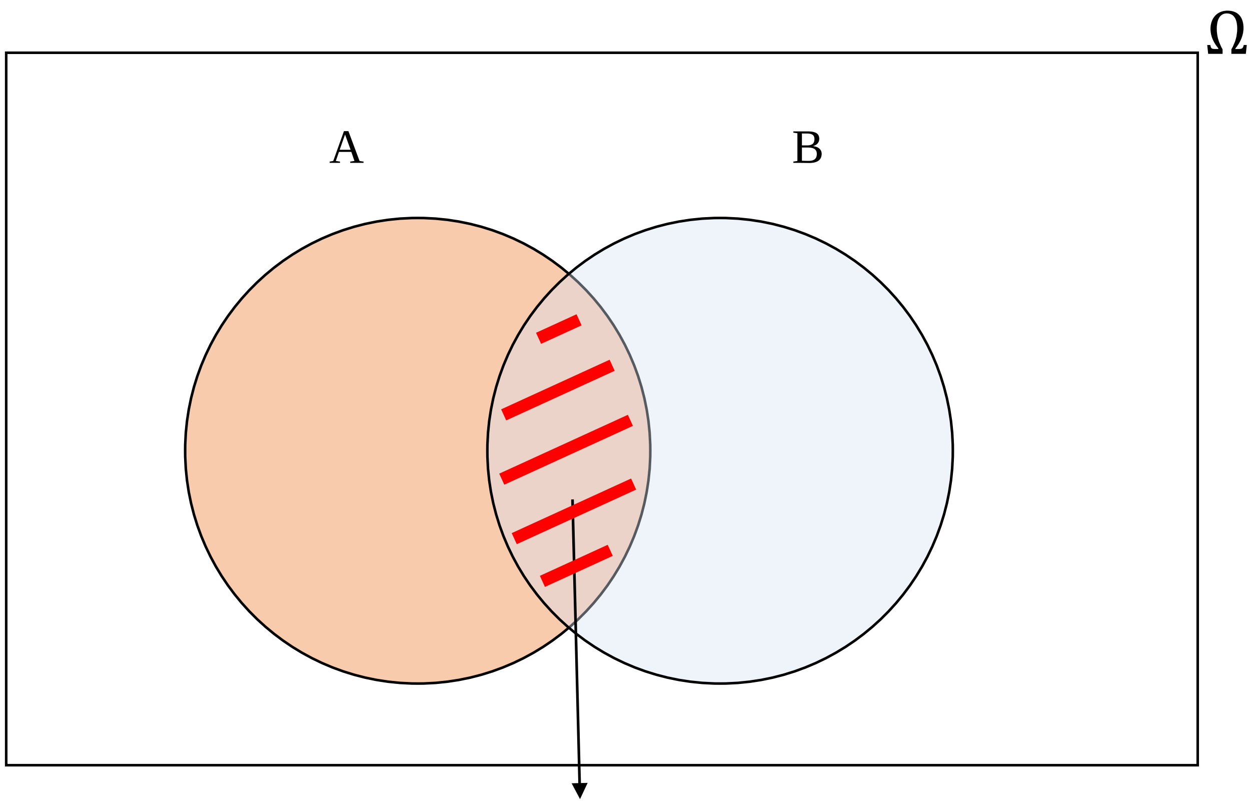
$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{ou} \quad P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

- Probabilidade condicional



$$P(B)\,P(A \mid B) = \underline{P(A \cap B)}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



$$P(B)\,P(A \mid B) = \underline{P(A \cap B)}$$

- Teorema Bayes:

$$P({\color{red}B} \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \mid B)\,P(B)}{P(A)}$$

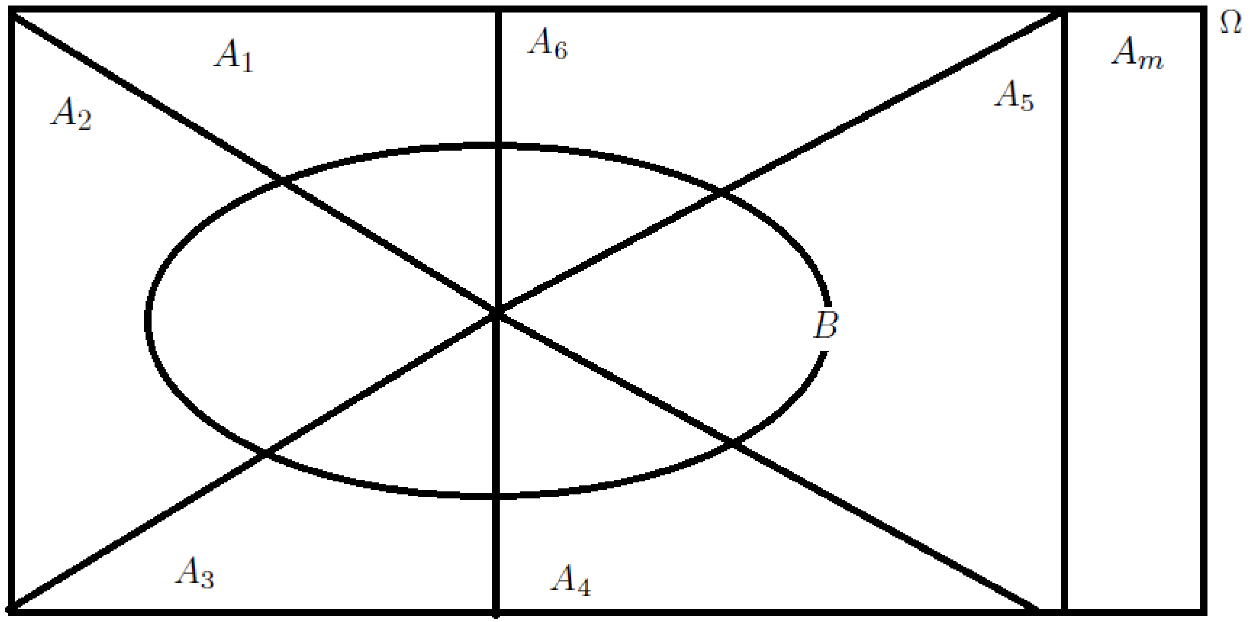
Espaço amostral $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

Ω é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$ é a família (σ- álgebra)

P é a medida de probabilidade

Considere uma partição $A_1, A_2, \ldots, A_m$



Espaço amostral $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

Ω é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$ é a família (σ- álgebra)

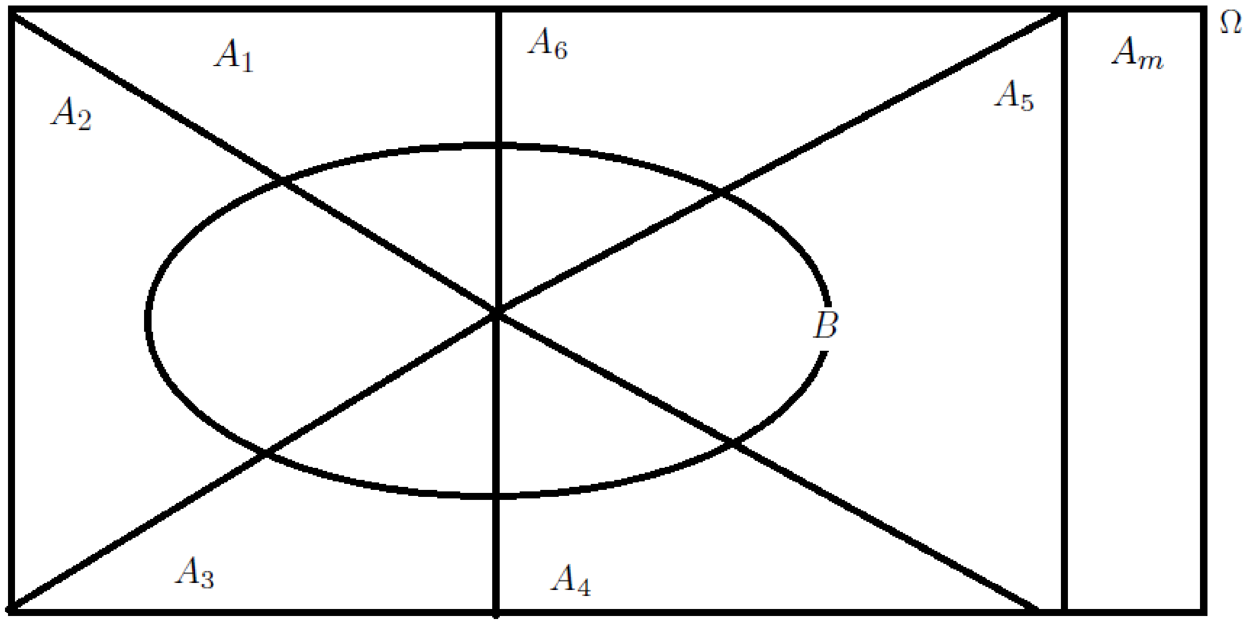
P é a medida de probabilidade

$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \ \forall \ i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^{m} A_i = \Omega.$$

Considere uma partição $A_1, A_2, \ldots, A_m$



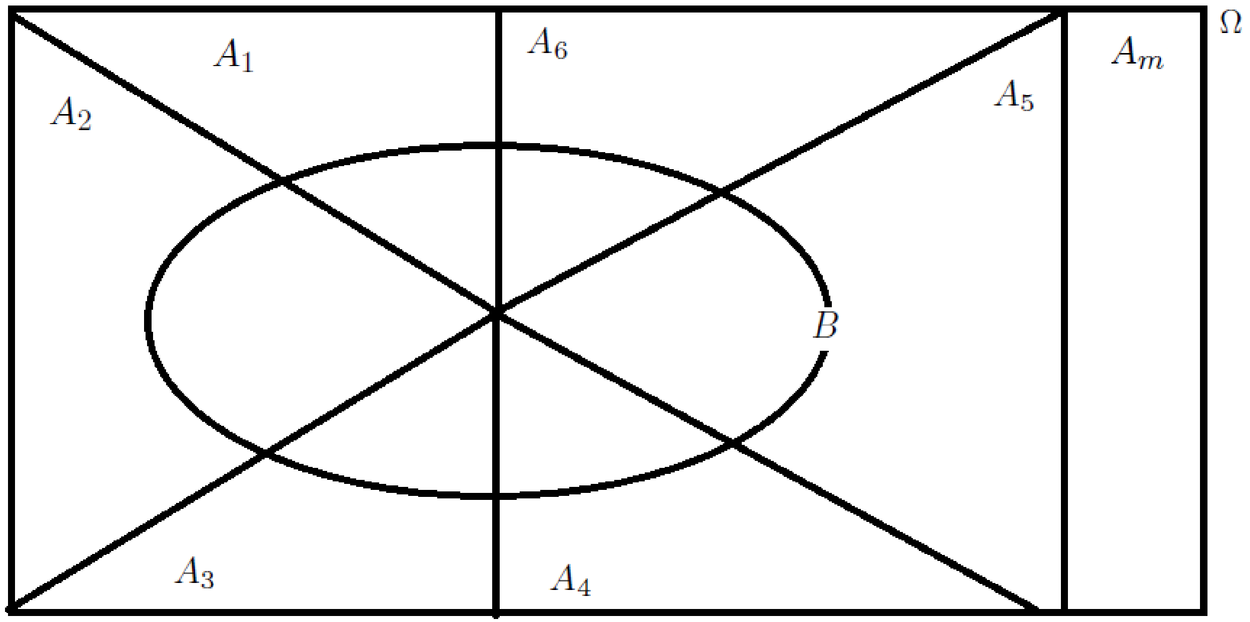
Espaço amostral $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

Ω é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$ é a família (σ- álgebra)

P é a medida de probabilidade

Considere uma partição $A_1, A_2, \ldots, A_m$



$P(A_i) > 0$

$A_i \cap A_j = \emptyset \ \forall \ i \neq j$

$$\bigcup_{i=1}^{m} A_i = \Omega.$$

outro evento B qualquer $P(B) > 0$

$$B = \bigcup_{i=1}^{m} (A_i \cap B)$$

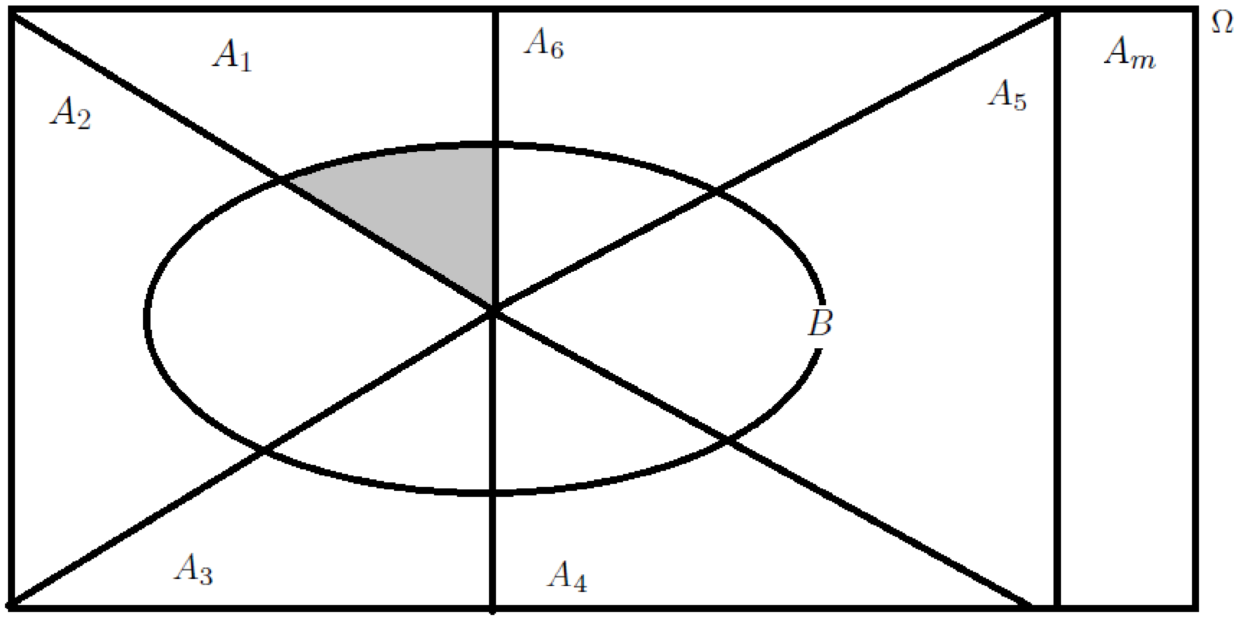
Espaço amostral $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

Ω é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$ é a família (σ- álgebra)

P é a medida de probabilidade

Considere uma partição $A_1, A_2, \ldots, A_m$



$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \; \forall \; i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^{m} A_i = \Omega.$$

outro evento B qualquer $P(B) > 0$

$$B = \bigcup_{i=1}^{m} (A_i \cap B)$$

Espaço amostral $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

Ω é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$ é a família (σ- álgebra)

P é a medida de probabilidade

$$P(A_i) > 0$$

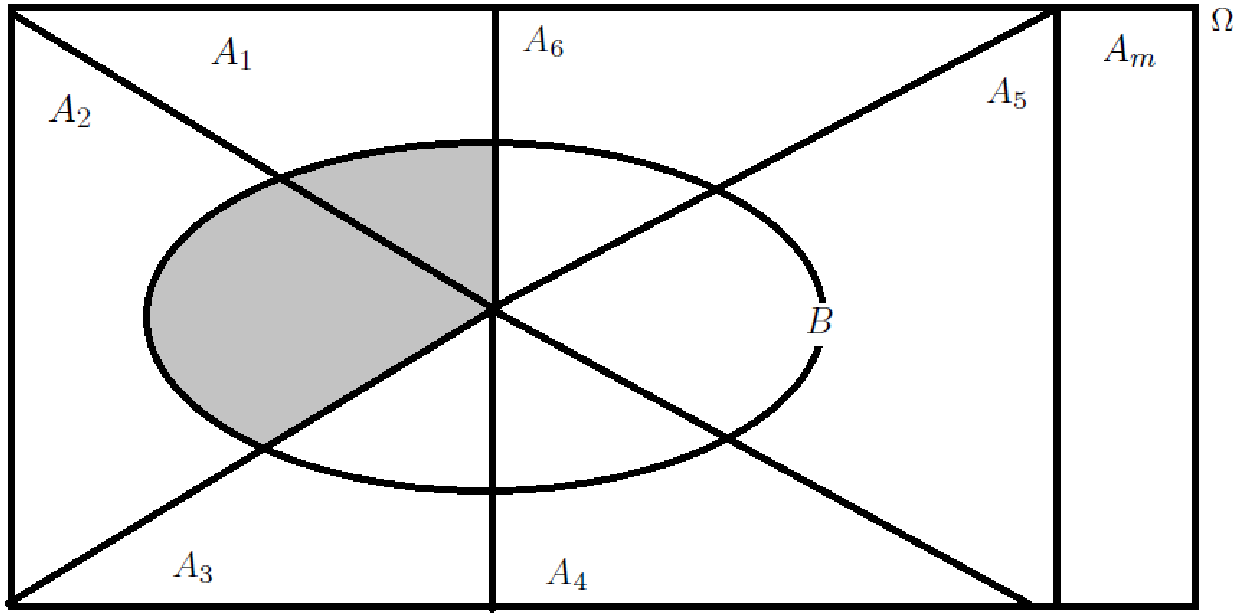
$$A_i \cap A_j = \emptyset \ \forall \ i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^{m} A_i = \Omega.$$

Considere uma partição $A_1, A_2, \ldots, A_m$

outro evento B qualquer $P(B) > 0$

$$B = \bigcup_{i=1}^{m} (A_i \cap B)$$



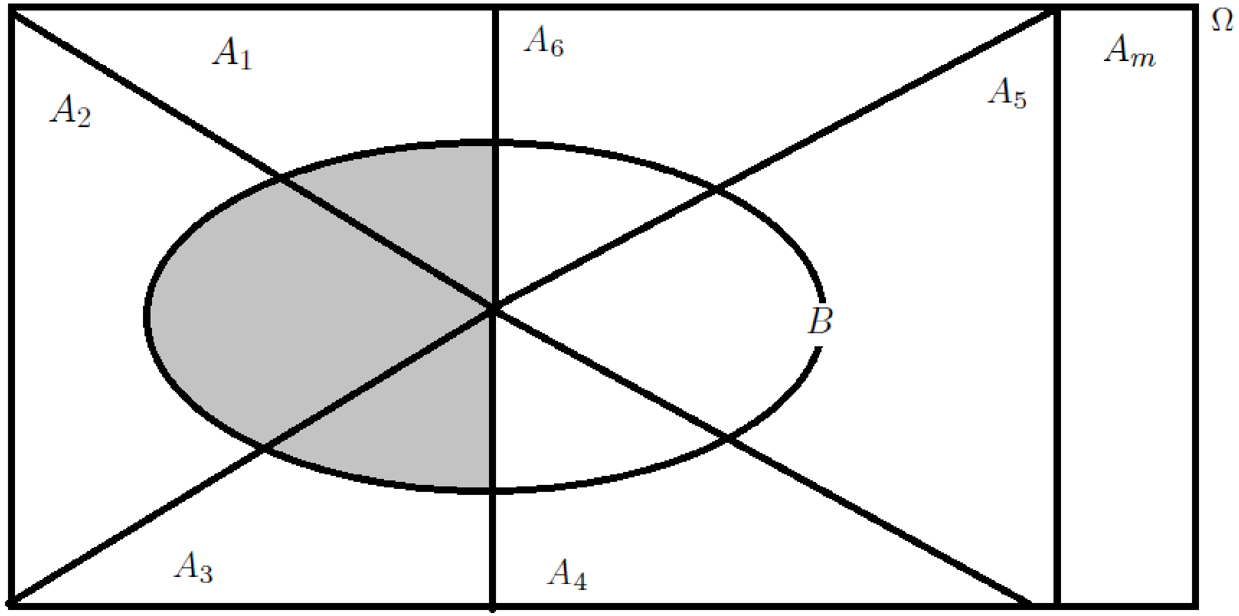
Espaço amostral $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

Ω é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$ é a família (σ- álgebra)

P é a medida de probabilidade

Considere uma partição $A_1, A_2, \ldots, A_m$



$P(A_i) > 0$

$A_i \cap A_j = \emptyset \; \forall \; i \neq j$

$$\bigcup_{i=1}^{m} A_i = \Omega.$$

outro evento B qualquer $P(B) > 0$

$$B = \bigcup_{i=1}^{m} (A_i \cap B)$$

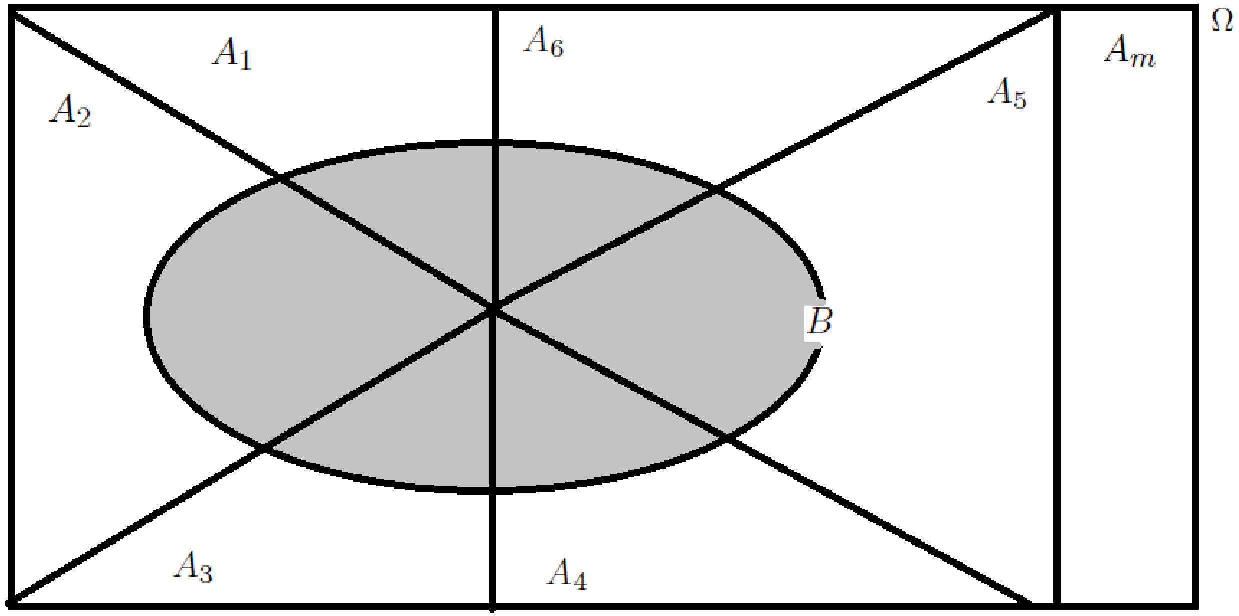
Espaço amostral $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

Ω é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$ é a família (σ- álgebra)

P é a medida de probabilidade

Considere uma partição $A_1, A_2, \ldots, A_m$



$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \ \forall \ i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^{m} A_i = \Omega.$$

outro evento B qualquer $P(B) > 0$

$$B = \bigcup_{i=1}^{m} (A_i \cap B)$$

$$\boxed{P(B) = \sum_{i}^{m} P(A_i \cap B) = \sum_{i}^{m} P(B \mid A_i) P(A_i)}$$

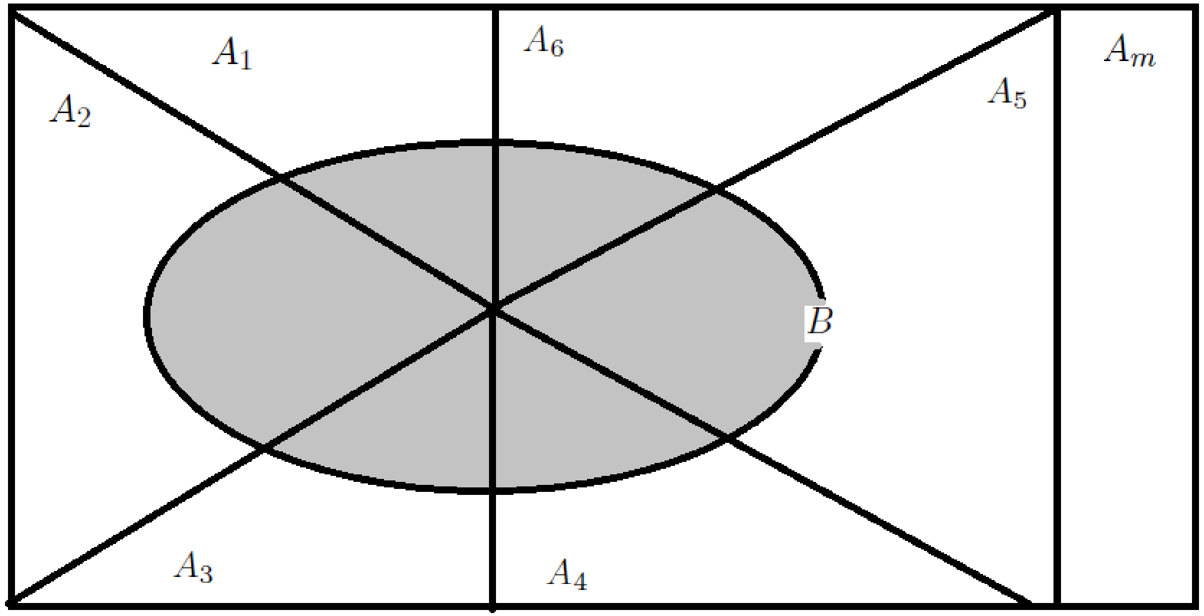
Espaço amostral $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

Ω é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$ é a família (σ- álgebra)

P é a medida de probabilidade

Considere uma partição $A_1, A_2, \ldots, A_m$



$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \ \forall \ i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^{m} A_i = \Omega.$$

outro evento B qualquer $P(B) > 0$

$$B = \bigcup_{i=1}^{m} (A_i \cap B)$$

$$P(B) = \sum_{i}^{m} P(A_i \cap B) = \sum_{i}^{m} P(B \mid A_i) P(A_i)$$

$$P(A_i \cap B) = \underline{P(B \mid A_i) P(A_i) = P(A_i \mid B) P(B)}$$

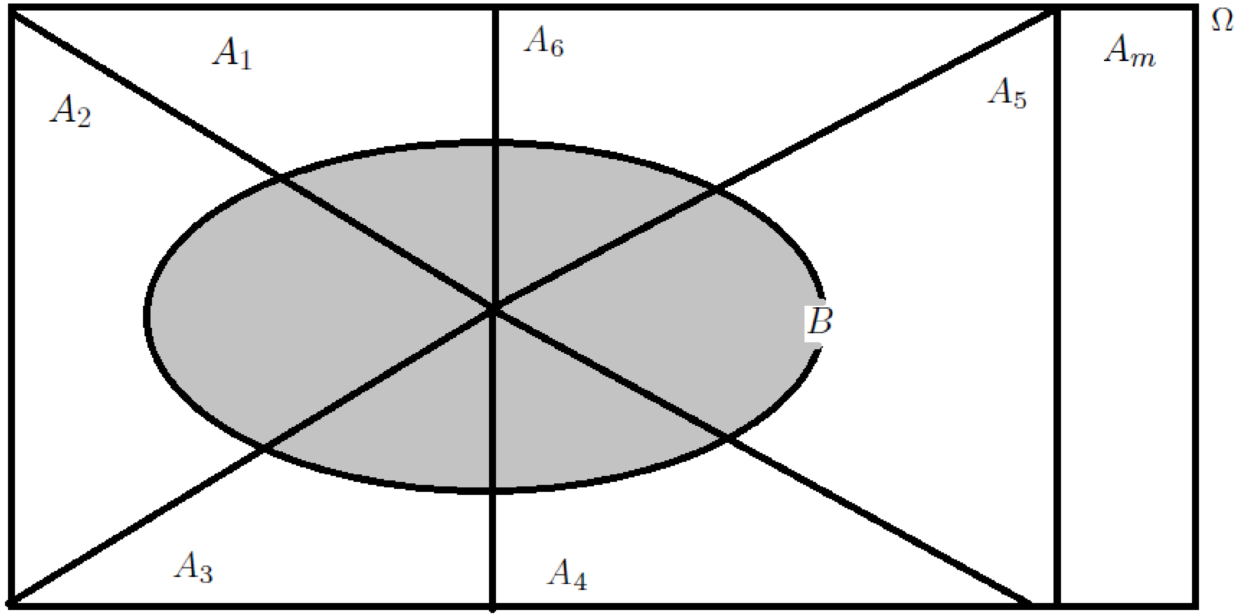
Espaço amostral $(\Omega, \mathcal{A}, P)$

Ω é um espaço não vazio (espaço amostra)

$\mathcal{A}$ é a família (σ- álgebra)

P é a medida de probabilidade

Considere uma partição $A_1, A_2, \ldots, A_m$



$$P(A_i) > 0$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset \ \forall \ i \neq j$$

$$\bigcup_{i=1}^{m} A_i = \Omega.$$

outro evento B qualquer $P(B) > 0$

$$B = \bigcup_{i=1}^{m} (A_i \cap B)$$

$$P(B) = \sum_{i}^{m} P(A_i \cap B) = \sum_{i}^{m} P(B \mid A_i) P(A_i)$$

$$P(A_i \cap B) = P(B \mid A_i) P(A_i) = P(A_i \mid B) P(B)$$

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(B \mid A_i) P(A_i)}{P(B)} = \frac{P(B \mid A_i) P(A_i)}{\sum_i^m P(B \mid A_i) P(A_i)}.$$

- Teorema Bayes:

carloszarzar_@hotmail.com

- Teorema Bayes:
  - Caso densidade de probabilidade (contínuo):
  - Caso probabilidade (discreto):

$$p(\theta|x) = \frac{p(\theta, x)}{p(x)} = \frac{p(x|\theta)p(\theta)}{p(x)} = \frac{p(x|\theta)p(\theta)}{\int p(\theta, x)d\theta}$$

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(B \mid A_i)P(A_i)}{P(B)} = \frac{P(B \mid A_i)P(A_i)}{\sum_i^m P(B \mid A_i)P(A_i)}.$$

Introdução a linguagem Stan (*rstan*), um software para modelos bayesianos.

Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA)
Campus de Monte Alegre – Engenharia de Aquicultura

Obrigado !!!

AGRADECIMENTO E COLABORADORES:

UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

NÚCLEO DE ESTUDOS EM REGRESSÃO NÃO LINEAR APLICADA

UFOPA

Professor: Carlos Antônio Zarzar

E-mail: carloszarzar_@hotmail.com
carlos.zarzar@ufopa.edu.br

Data: 09/03/2022