Introdução a linguagem Stan (*rstan*), um software para modelos bayesianos.

Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA)
Campus de Monte Alegre – Engenharia de Aquicultura

Universidade Federal de Lavras (UFLA)
PPG – Estatística e Experimentação Agropecuária

Professor: Carlos Antônio Zarzar
E-mail: carloszarzar_@hotmail.com
carlos.zarzar@ufopa.edu.br

Data: 09/03/2022

AGRADECIMENTO E COLABORADORES:

UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

NÚCLEO DE ESTUDOS EM REGRESSÃO NÃO LINEAR APLICADA

UFOPA

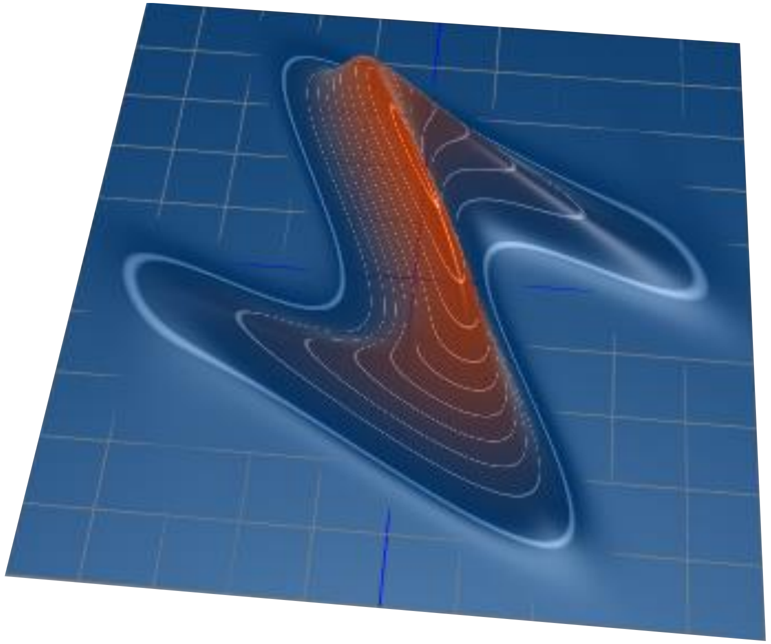
➢ Sumário

- Estatística Bayesiana;
- Modelos Hierárquicos;
- Método computacional de integração MCMC;
- **Algoritmo de amostragem;**
  - Metropolis-Hasting;
  - Gibbs;
  - Hamiltoniano Monte Carlo;
  - NUTS;

Algoritmo de amostragem

- Algoritmo de amostragem;
  - **Metropolis-Hasting;**
  - Gibbs;
  - Hamiltoniano Monte Carlo;
  - NUTS;

Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*



carloszarzar_@hotmail.com

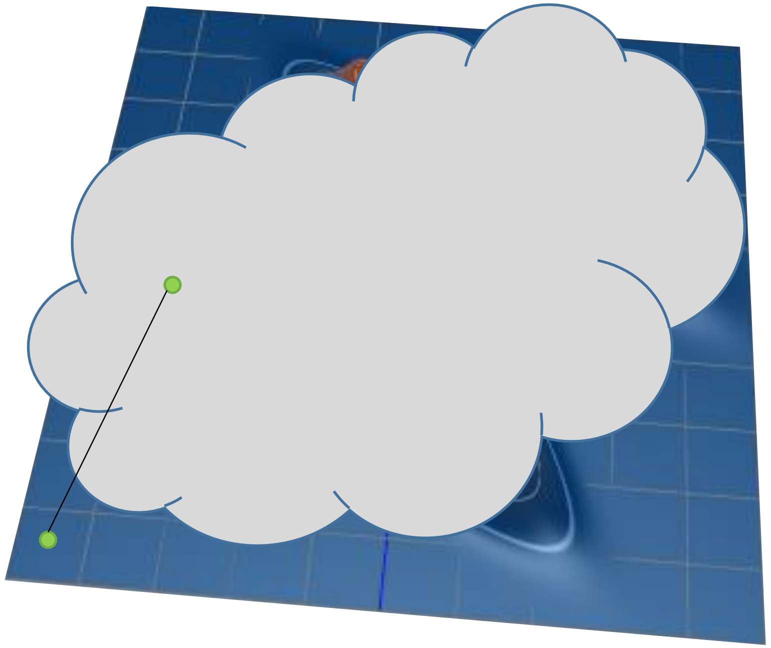
Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori* ⇨ Desconhecido

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

- *Random walk MCMC*

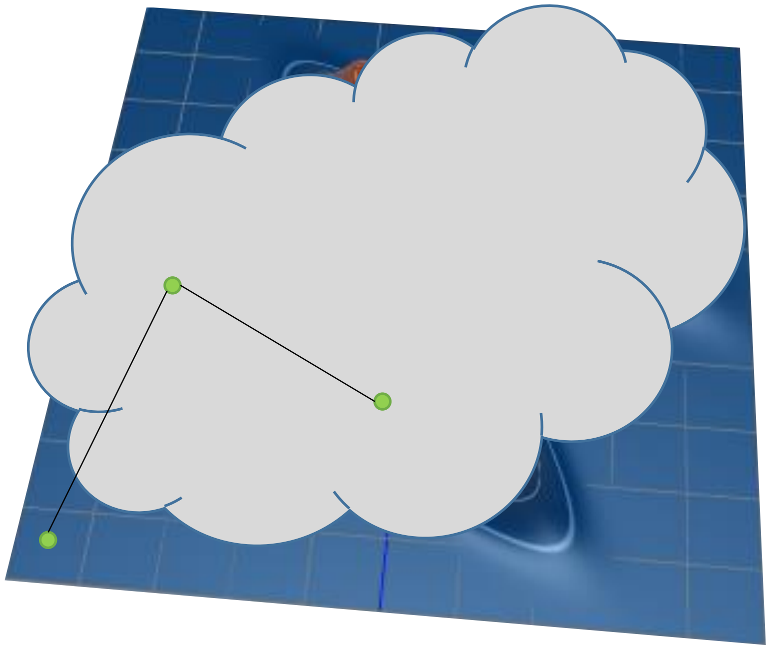
carloszarzar_@hotmail.com

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



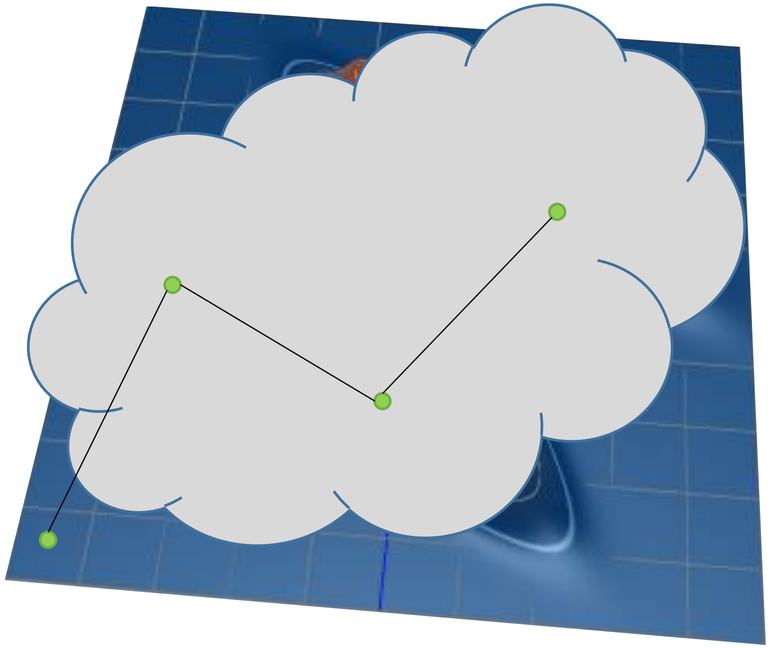
- *Random walk MCMC*

Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*

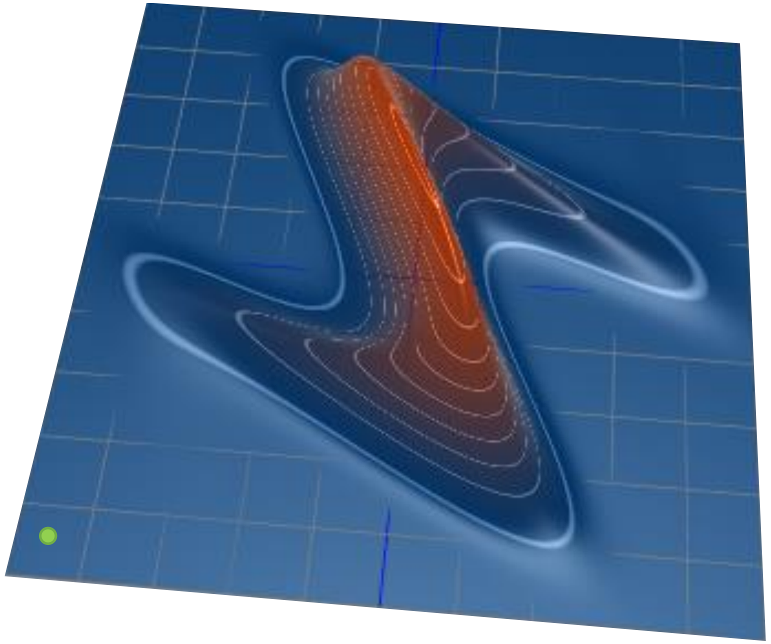
Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*

Custo computacional muito grande
para amostrar todo o espaço
paramétrico.

Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*

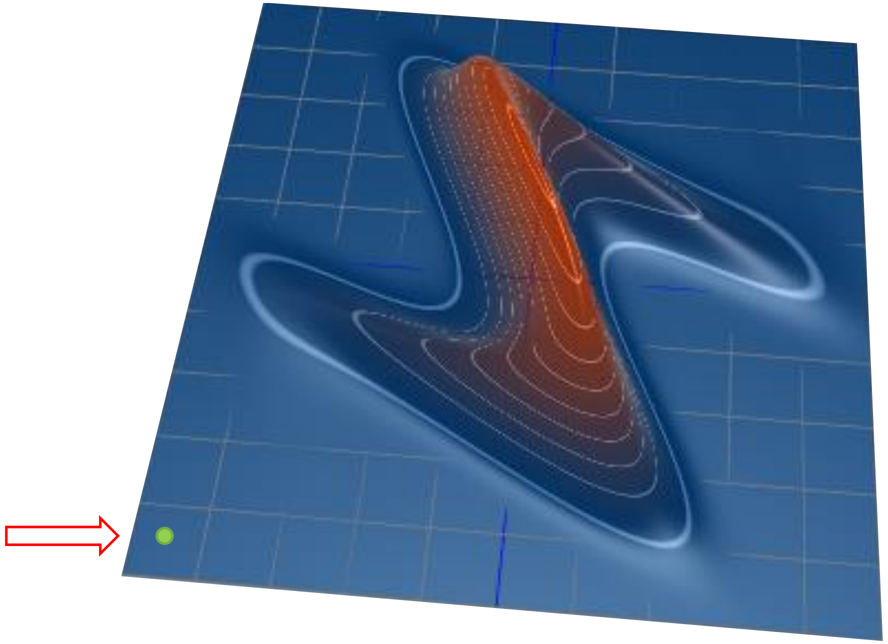
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

➢ <u>Método a amostragem:</u>

- Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



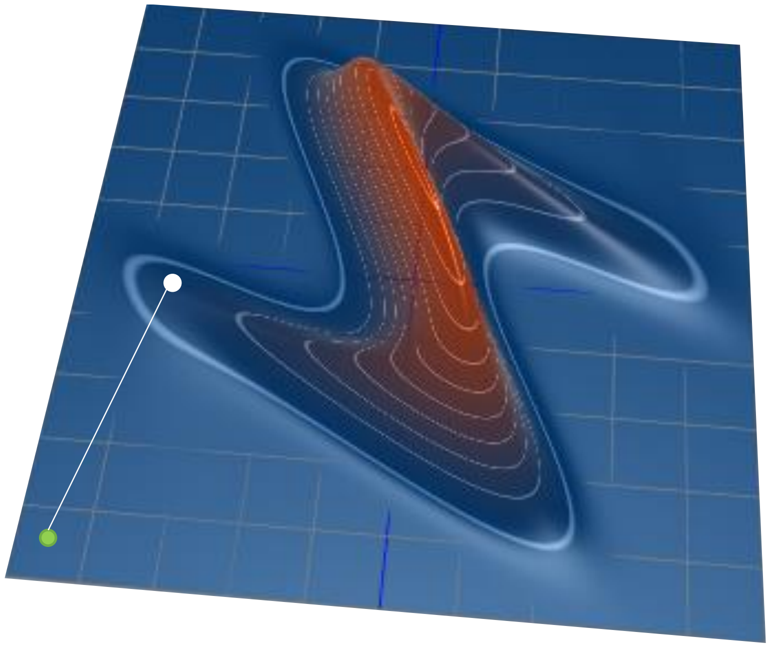
- *Random walk MCMC*

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;

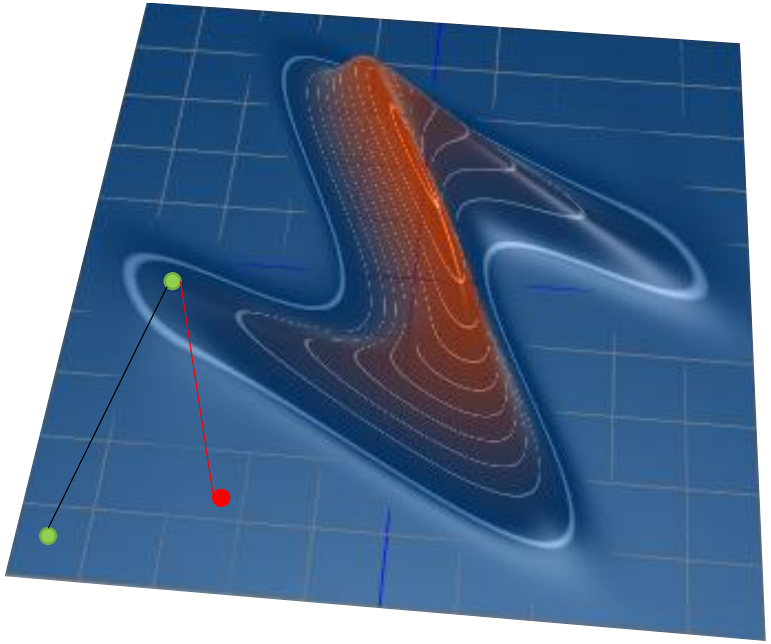
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

➢ <u>Método a amostragem:</u>

- Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

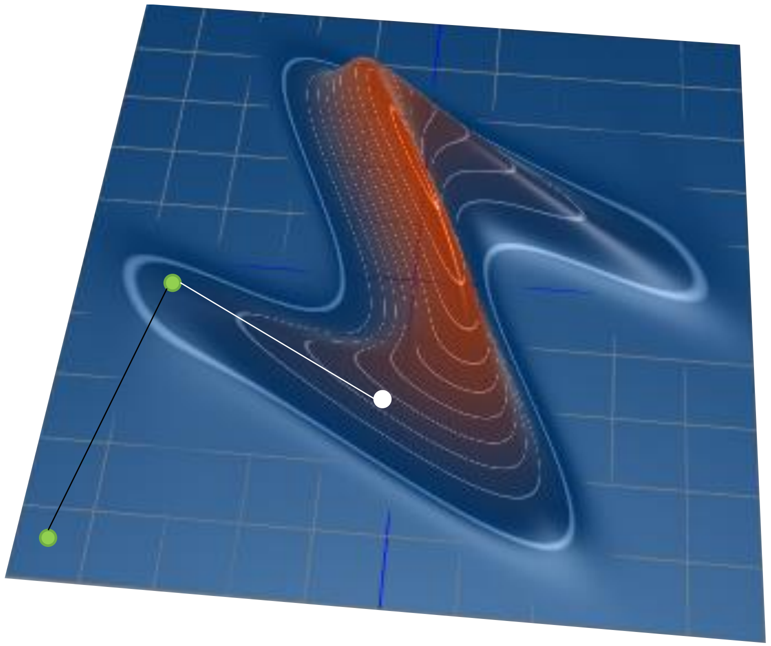
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

➢ <u>Método a amostragem:</u>

- Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

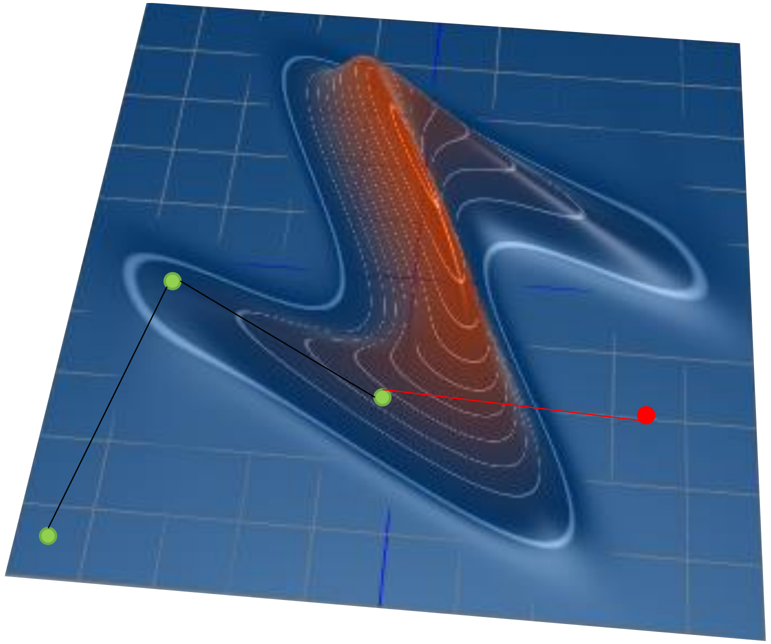
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

➢ <u>Método a amostragem:</u>

- Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



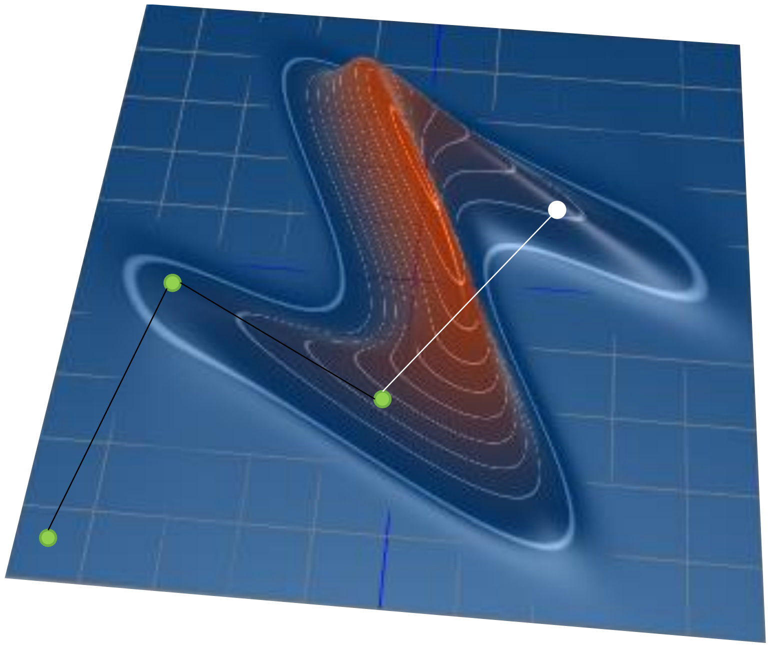
- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

- Método a amostragem:
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

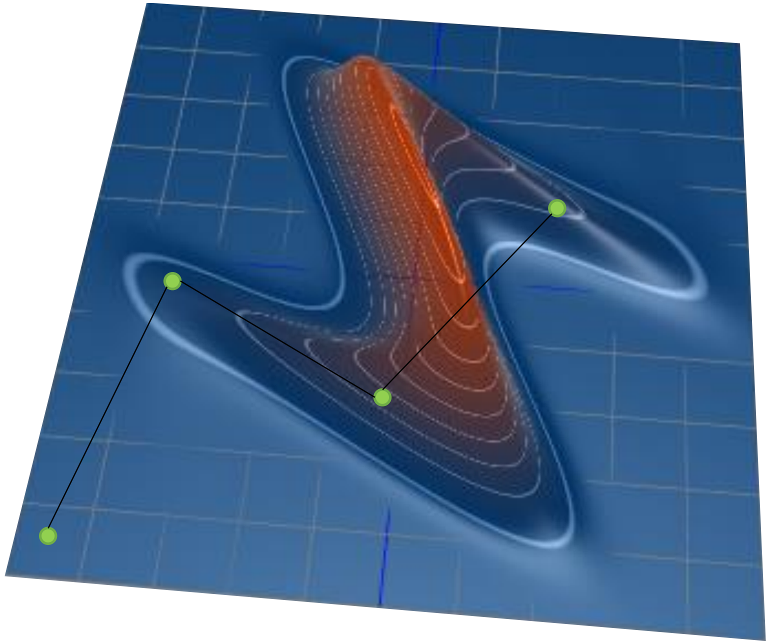


- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- Método a amostragem:
    - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

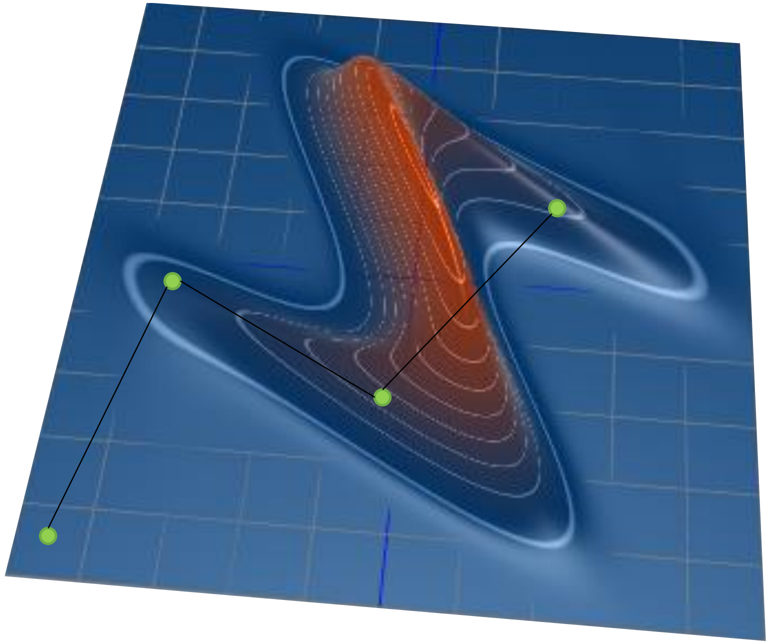
1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;
   b) $r = \frac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \frac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \frac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a *<u>Prob. Aceitabilidade</u>*:

- $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = r$;

aceita a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$ com α *Prob. Aceitabilidade;*

rejeita a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$ com $1 - \alpha$ *Prob. Aceitabilidade*.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

➢ Método a amostragem:

- Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:

   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\,\theta^* \mid \theta_{i-1}\,)$;

   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$

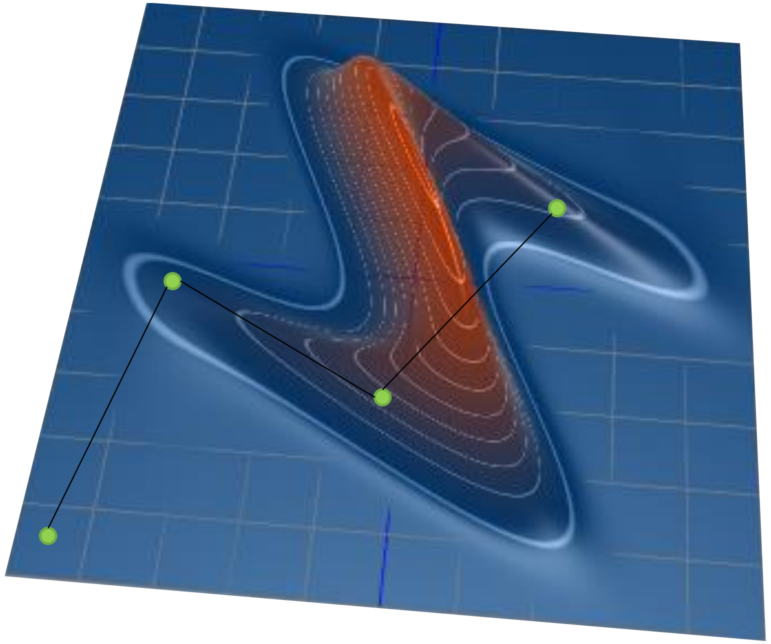
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a *Prob. Aceitabilidade*:

      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\,\theta^* \mid \theta_{i-1}\,)$;

   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$

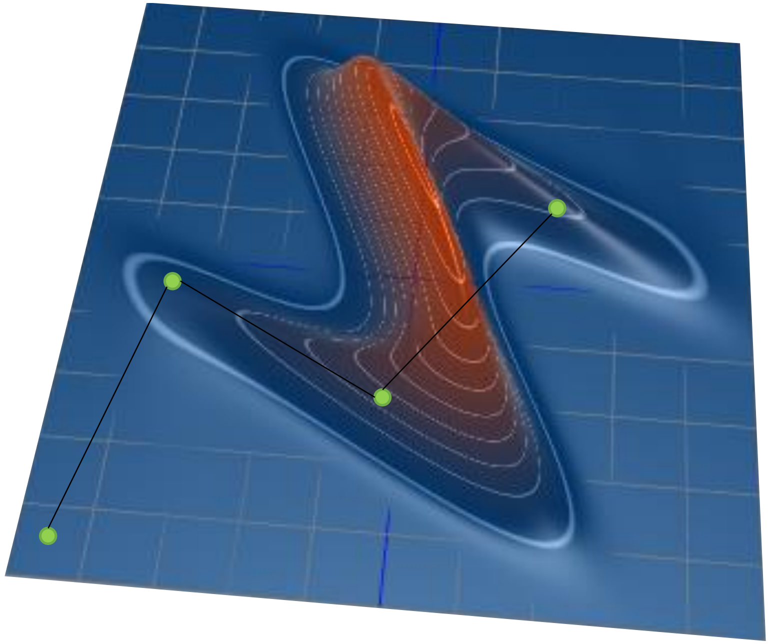
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a *<u>Prob. Aceitabilidade</u>*:

      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0{,}1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

- Método a amostragem:
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;

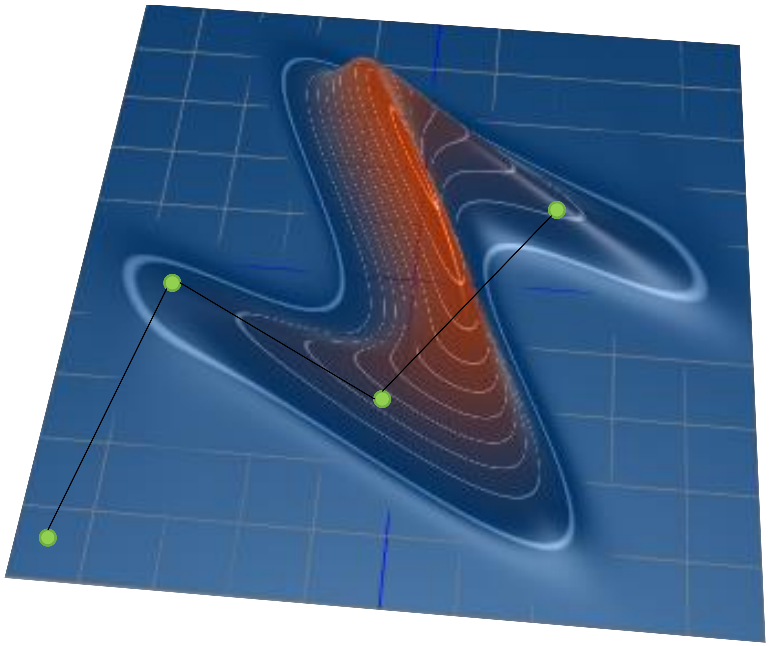
   b) $r = \frac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \frac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \frac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$

   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a *Prob. Aceitabilidade*:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:

   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\,\theta^* \mid \theta_{i-1}\,)$;

   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\boxed{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)}} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$

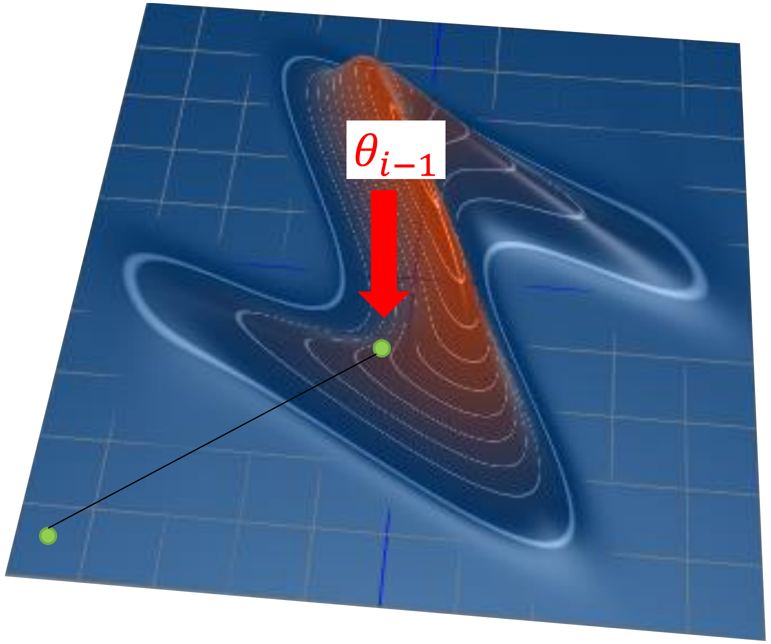
   c) Se r ≥ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

   d) Se $0 \;\leq$ r < 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:

      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com 09/03/2022

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;

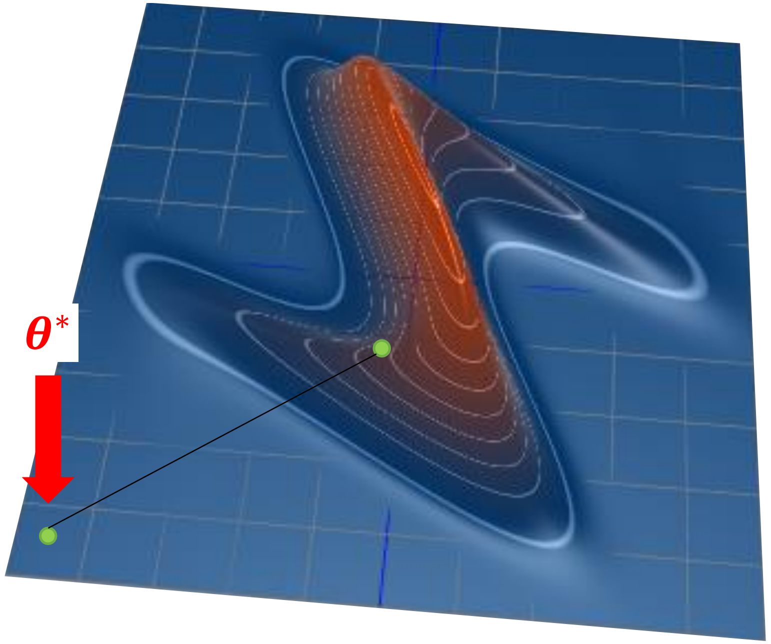
   b) $r = \dfrac{\boxed{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$

   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

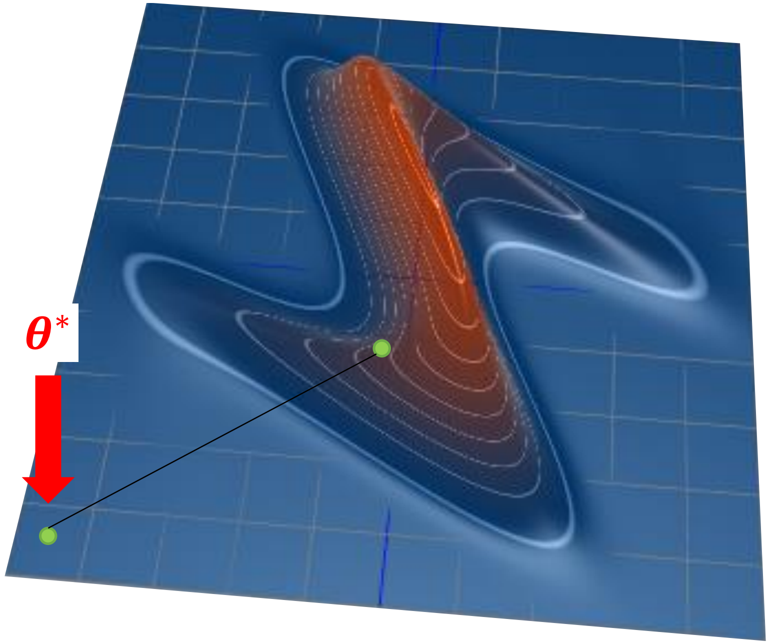
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;
   b) $r = \dfrac{\boxed{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\,\theta^* \mid \theta_{i-1}\,)$;

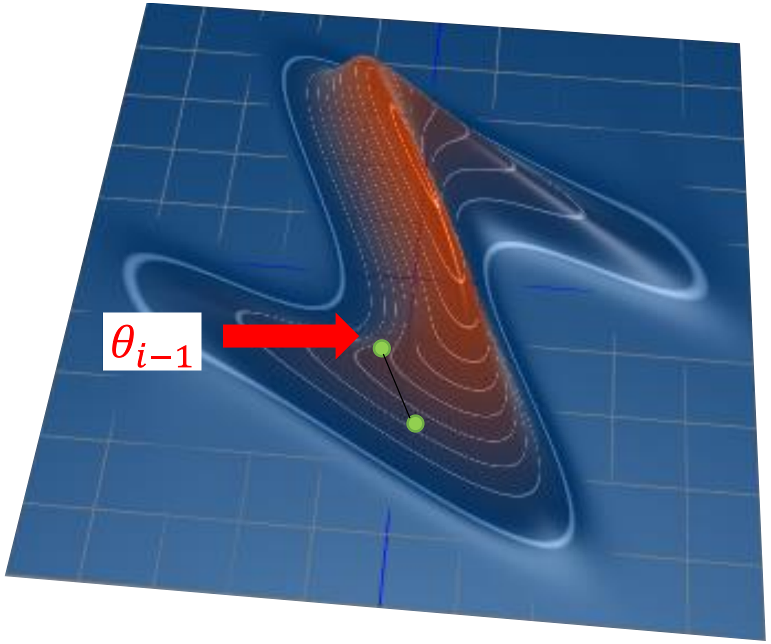
   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\boxed{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)}} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$

   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:
   - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
   - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
   - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

     caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

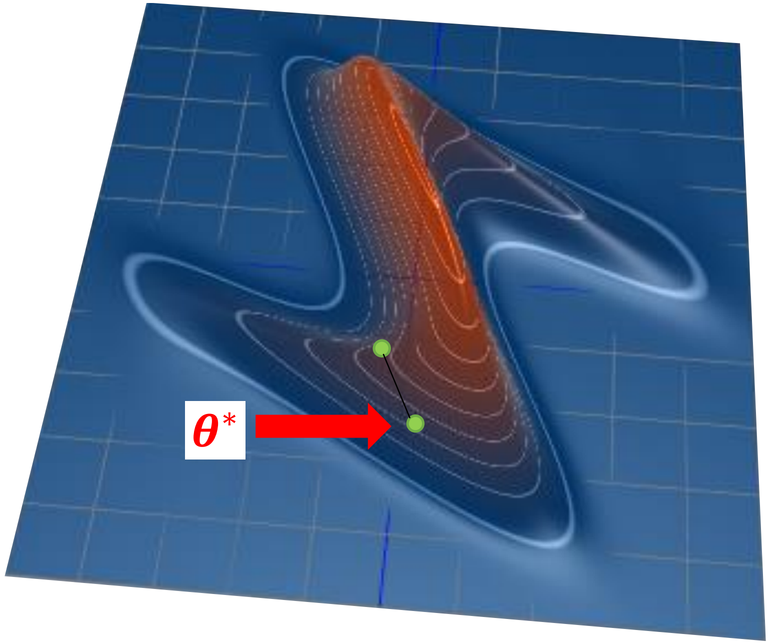
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

- Método a amostragem:
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;
   b) $r = \dfrac{\boxed{\pi(\theta^*)/q(\theta^* | \theta_{i-1})}}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1} | \theta^*)} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1} | \theta^*)}{q(\theta^* | \theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a *Prob. Aceitabilidade*:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

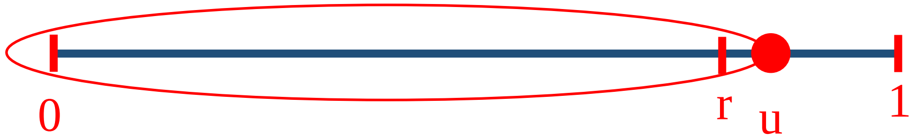
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

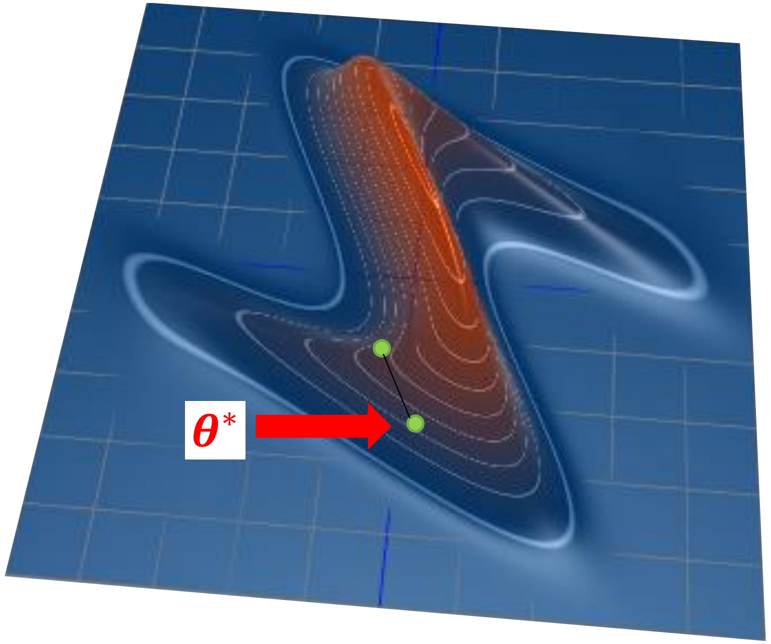
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\,\theta^* \mid \theta_{i-1}\,)$;
   b) $r = \boxed{\dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)}} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r < 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.



Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com 09/03/2022

- Método a amostragem:
  - Metropolis-Hasting;

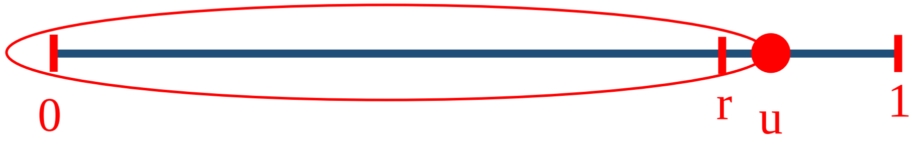
1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;

   b) $r = \dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}{\boxed{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)}} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$

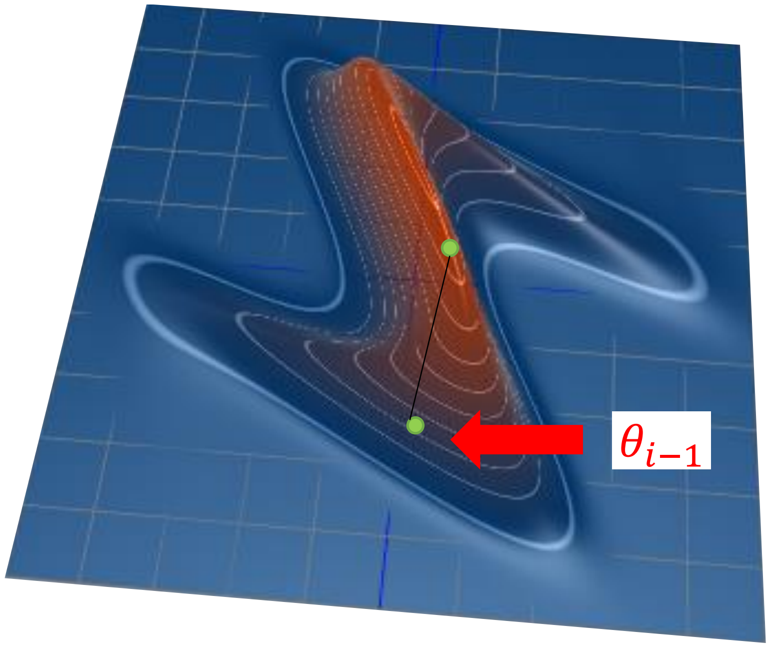
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;

   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a *Prob. Aceitabilidade*:
   - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
   - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
   - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

     caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.



Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

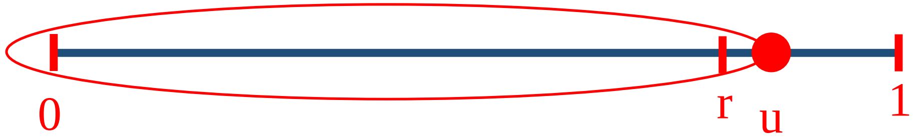
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

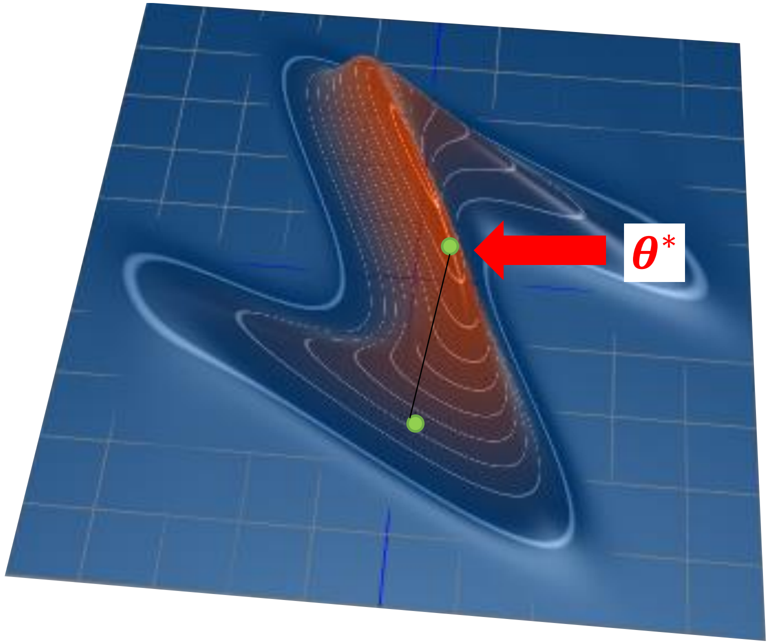
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\theta^* \mid \theta_{i-1})$;
   b) $r = \frac{\boxed{\pi(\theta^*)/q(\theta^*|\theta_{i-1})}}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1}|\theta^*)} = \frac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \frac{q(\theta_{i-1}|\theta^*)}{q(\theta^*|\theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.



Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

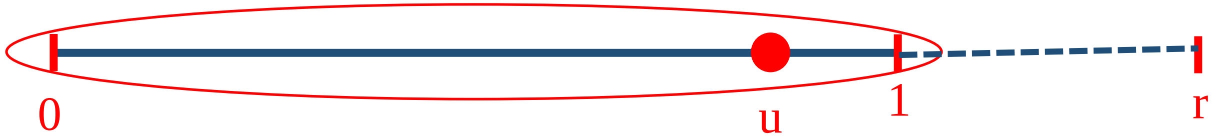
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

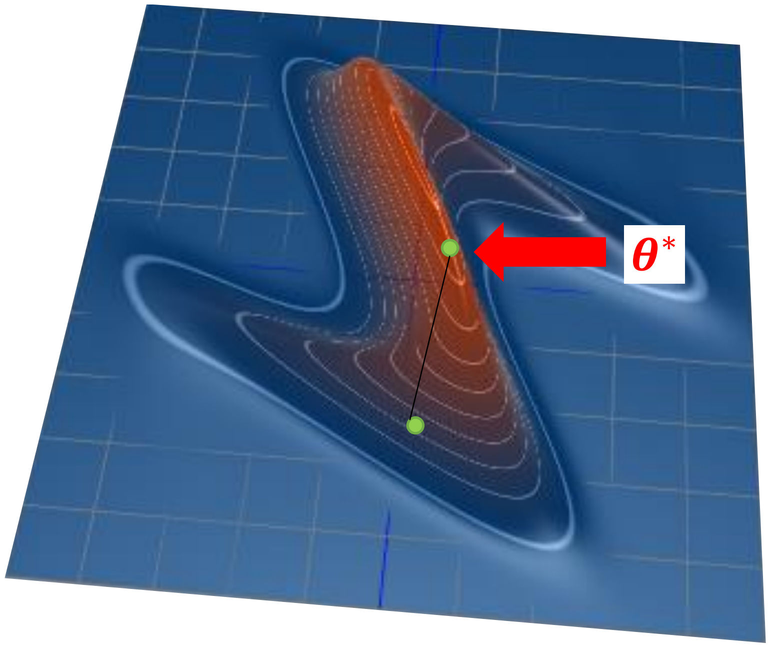
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

1. Selecione um valor inicial θ_0;
2. Para $i = 1, \cdots, n$ repita:
   a) Encontrar o candidato $\theta^* \sim q(\,\theta^* \mid \theta_{i-1}\,)$;
   b) $r = \boxed{\dfrac{\pi(\theta^*)/q(\theta^* | \theta_{i-1})}{\pi(\theta_{i-1})/q(\theta_{i-1} | \theta^*)}} = \dfrac{\pi(\theta^*)}{\pi(\theta_{i-1})} \cdot \dfrac{q(\theta_{i-1} | \theta^*)}{q(\theta^* | \theta_{i-1})}$
   c) Se r $\geq$ 1 aceite o valor proposto θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$;
   d) Se 0 $\leq$ r $<$ 1, Calcule a <u>*Prob. Aceitabilidade*</u>:
      - $\alpha(\theta^*, \theta_{i-1}) = min\{r, 1\}$;
      - Desenhe $u \sim Unif(0,1)$;
      - Se $u < \alpha(\theta^*, \theta_{i-1})$, aceite a proposta θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta^*$

        caso contrário rejeita θ^* e defina $\theta_i \leftarrow \theta_{i-1}$.



Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



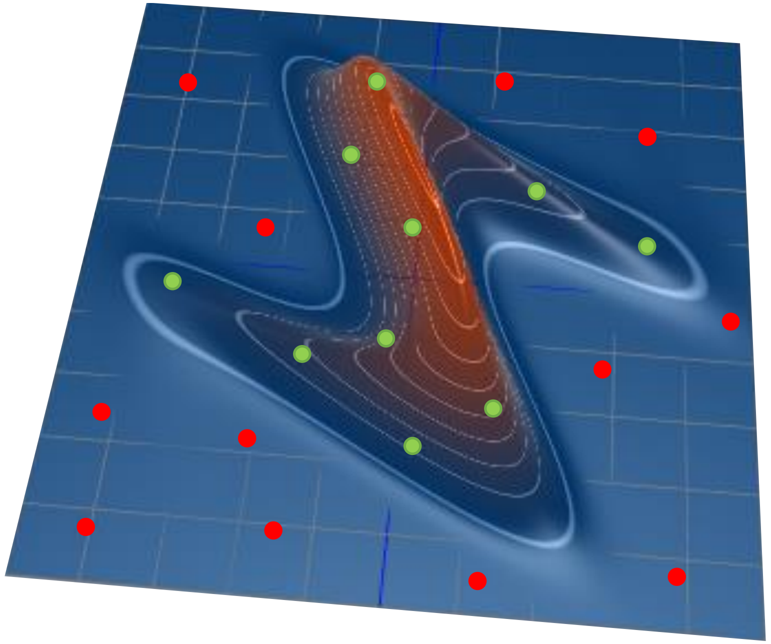
- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

1.000 iteração

600 iteração atingirmos convergência

Se a maioria da iteração (amostras) for aceita e conseguirmos uma convergência para a distribuição alvo, teremos relativamente um processo mais rápida.

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

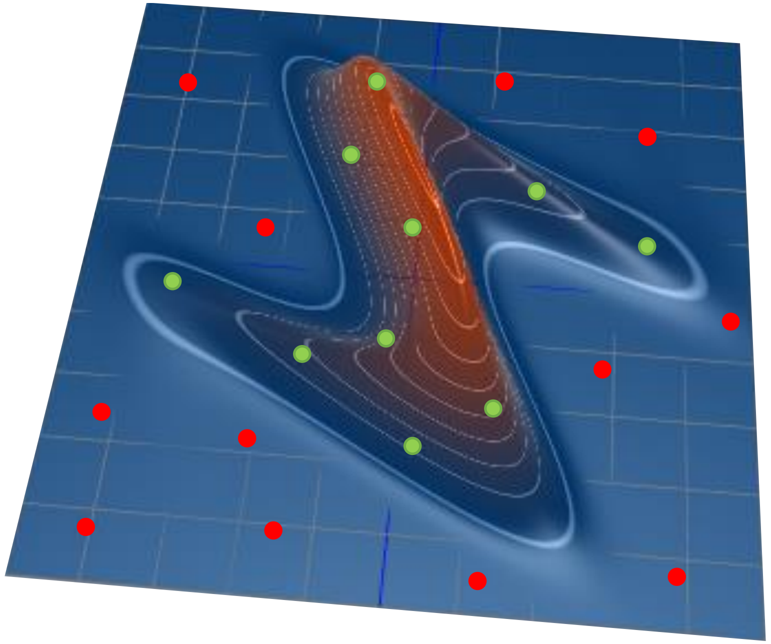
carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Se a maioria da iteração (amostras) for aceita e conseguirmos uma convergência para a distribuição alvo, teremos relativamente um processo mais rápida.

Portanto o algoritmo Metropolis-Hastings tem essa informação (índice de aceitação e rejeição) como uma ferramenta de eficiência da algoritmo e consequentemente qualidade da convergência.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

1.000 iteração

600 iteração atingirmos convergência

<u>*Taxa de aceitabilidade*</u>

$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

<u>*Taxa de rejeitabilidade*</u>

$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

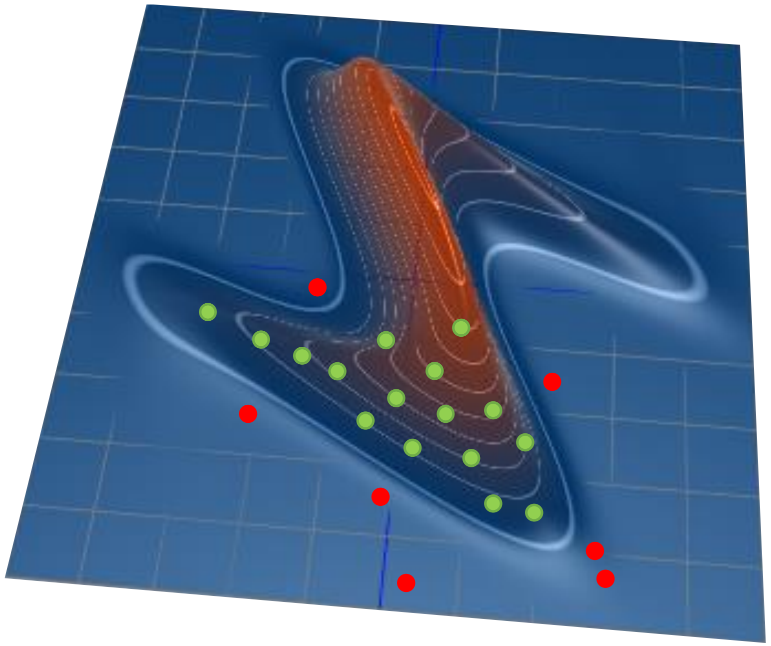
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

Porém não adianta ter uma maior proporção de amostras aceitas pois pode haver algum problema na qualidade da amostragem e uma equivocada convergência rápida.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

<u>*Taxa de aceitabilidade*</u>

$$T_{\color{green}\bullet} = \frac{\color{green}\bullet}{\color{green}\bullet + \color{red}\bullet}$$

<u>*Taxa de rejeitabilidade*</u>

$$T_{\color{red}\bullet} = \frac{\color{red}\bullet}{\color{green}\bullet + \color{red}\bullet}$$

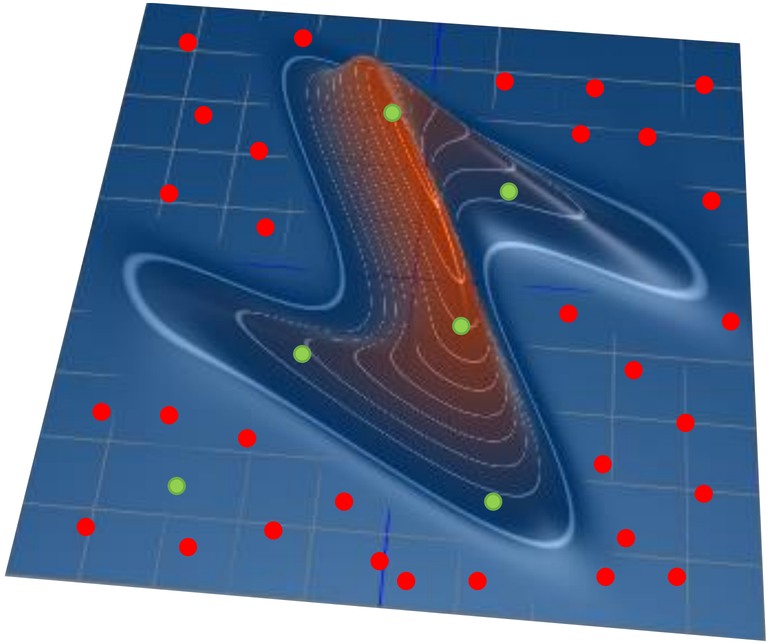
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

E caso tenhamos mais rejeição do que aceite, o custo computacional e o tempo da convergência serão muito altos.

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



Random walk MCMC

Amostrador em avaliação;

Amostrador rejeitado;

<u>*Taxa de aceitabilidade*</u>

$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

<u>*Taxa de rejeitabilidade*</u>

$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

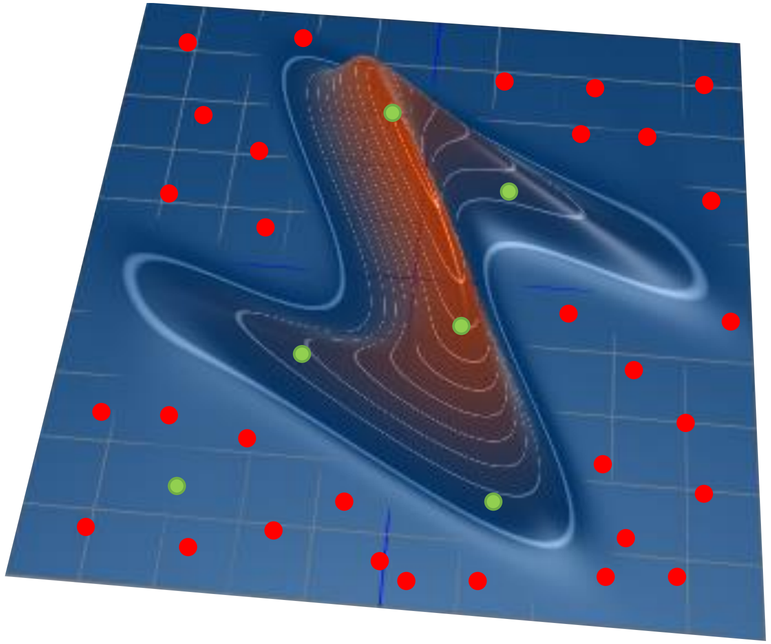
Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

- Método a amostragem:
  - Metropolis-Hasting;

- Resumo:
  - É uma amostragem com etapas de **aceitação**/**rejeição** **aplicada MC;**

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



Taxa de aceitabilidade

$$T_{\color{green}\bullet} = \frac{\color{green}\bullet}{\color{green}\bullet + \color{red}\bullet}$$

Taxa de rejeitabilidade

$$T_{\color{red}\bullet} = \frac{\color{red}\bullet}{\color{green}\bullet + \color{red}\bullet}$$

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Metropolis-Hasting;

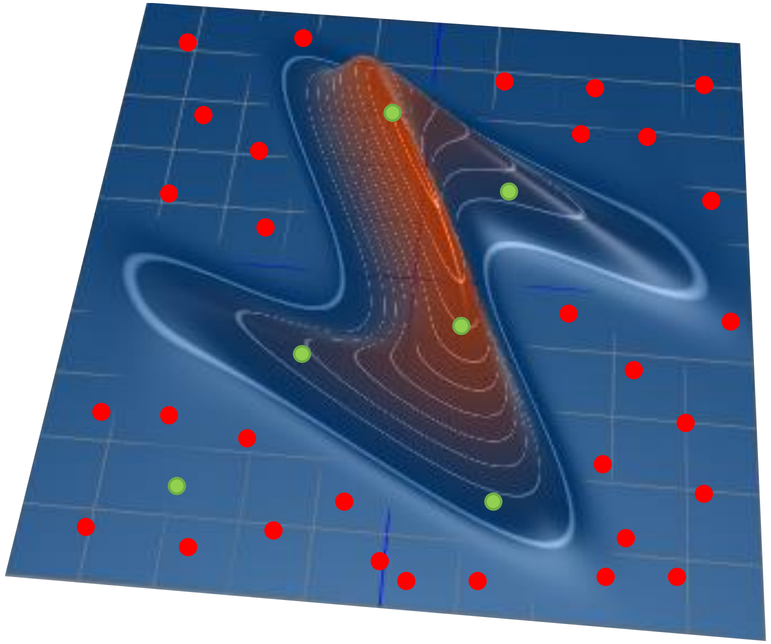
- <u>Resumo:</u>

- É uma amostragem com etapas de **aceitação**/**rejeição** **aplicada MC;**

- <u>Prós:</u>

- Dentre a família do método MC, pode escolher a mais conveniente**;**
- Funciona para distribuições não normalizadas;
- Fácil implementar;
- Amostragem da *a posteriori* já é uma distribuição conjunta de todos os parâmetros;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



<u>Taxa de aceitabilidade</u>

$$T_{\color{green}\bullet} = \frac{\color{green}\bullet}{\color{green}\bullet + \color{red}\bullet}$$

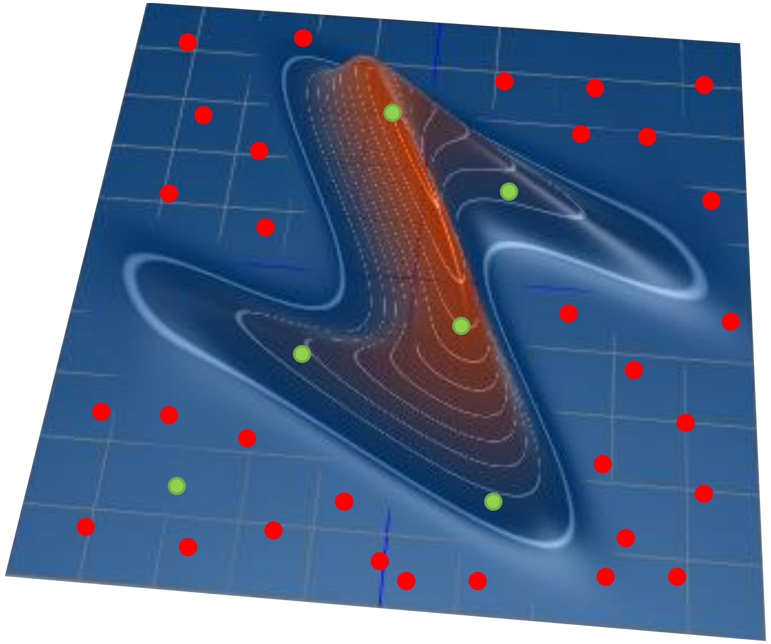
<u>Taxa de rejeitabilidade</u>

$$T_{\color{red}\bullet} = \frac{\color{red}\bullet}{\color{green}\bullet + \color{red}\bullet}$$

carloszarzar_@hotmail.com

- Método a amostragem:
  - Metropolis-Hasting;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- Resumo:

- É uma amostragem com etapas de **aceitação**/**rejeição** **aplicada MC;**

- Prós:

- Dentre a família do método MC, pode escolher a mais conveniente**;**
- Funciona para distribuições não normalizadas;
- Fácil implementar;
- Amostragem da *a posteriori* já é uma distribuição conjunta de todos os parâmetros;

Taxa de aceitabilidade

$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

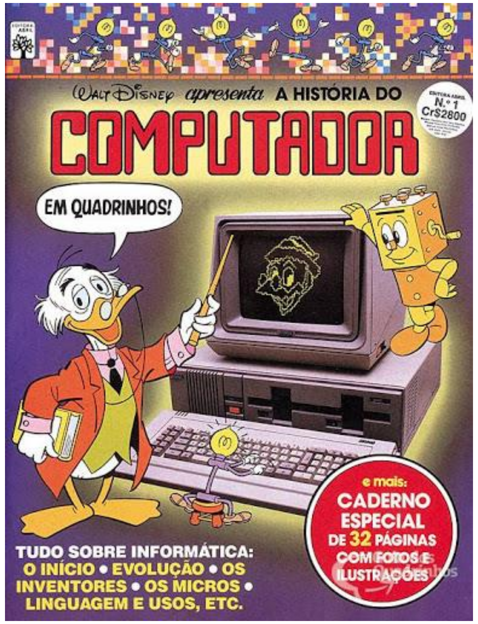
- Contras:

- Amostras são correlacionadas;
- Lenta convergência.

Taxa de rejeitabilidade

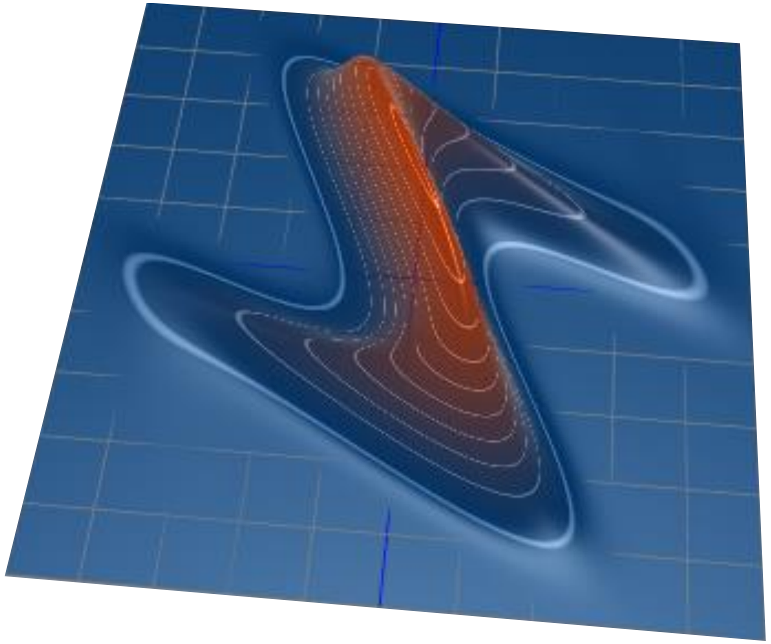
$$T_{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet + \bullet}$$

Algoritmo de amostragem



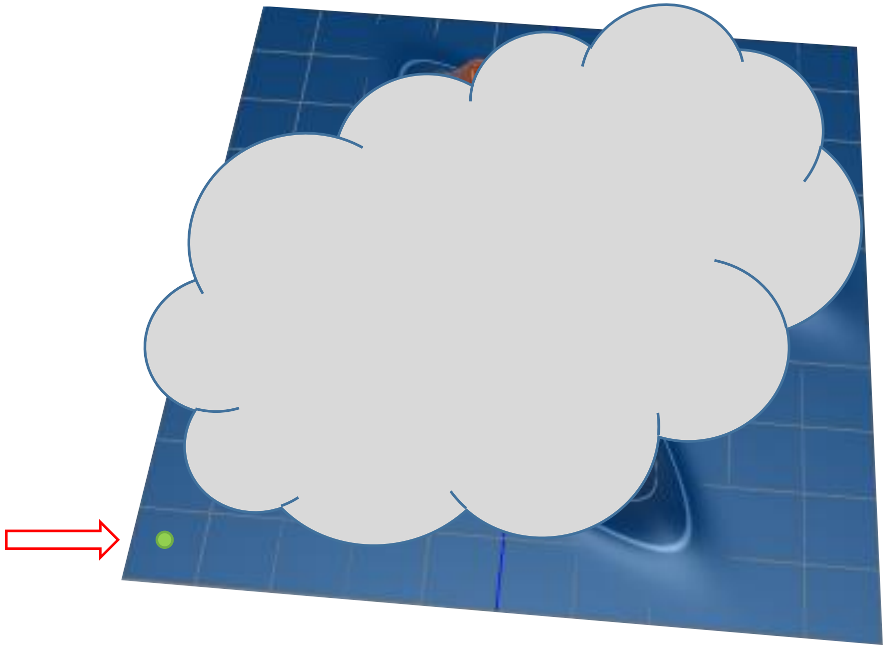
- Algoritmo de amostragem;
  - Metropolis-Hasting;
  - **Gibbs;**
  - Hamiltoniano Monte Carlo;
  - NUTS;

Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*



Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori* ⇨ Desconhecido

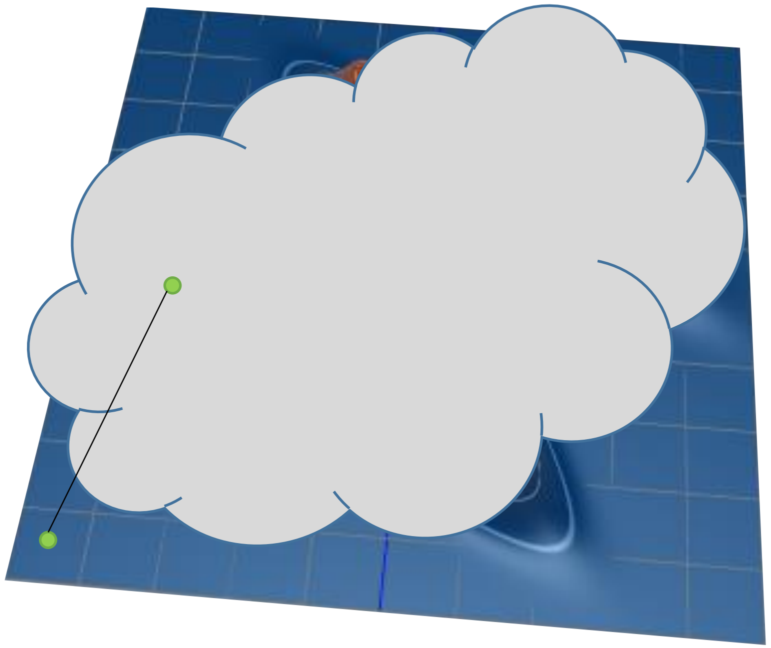
Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*

carloszarzar_@hotmail.com

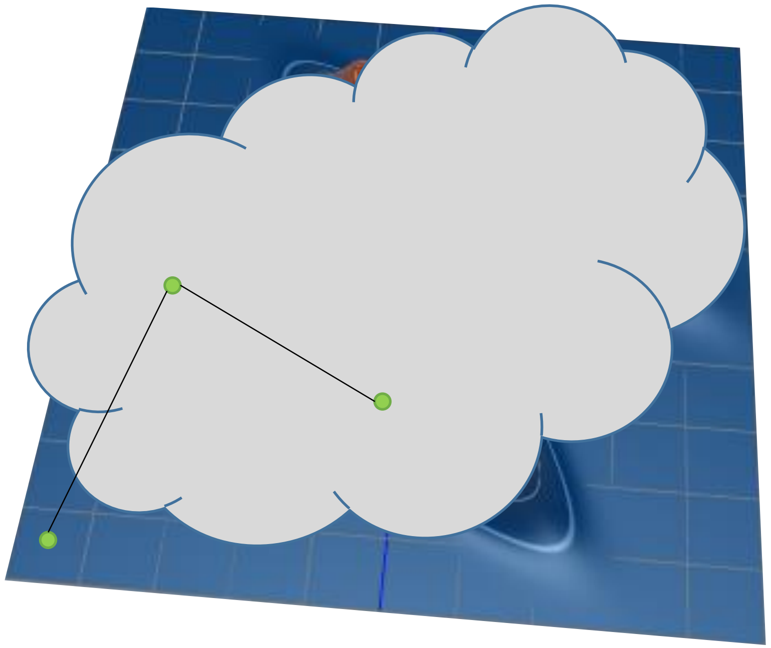
Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*

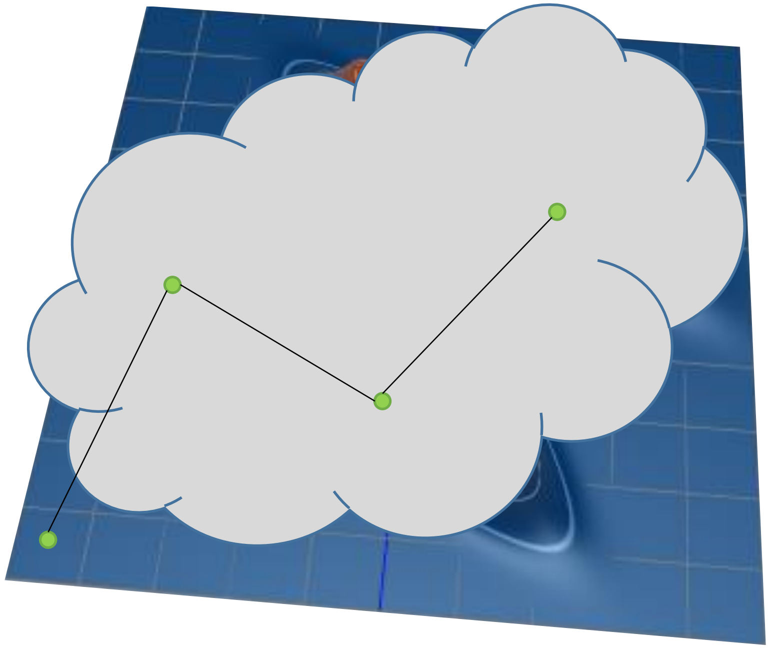
carloszarzar_@hotmail.com

Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*

Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*

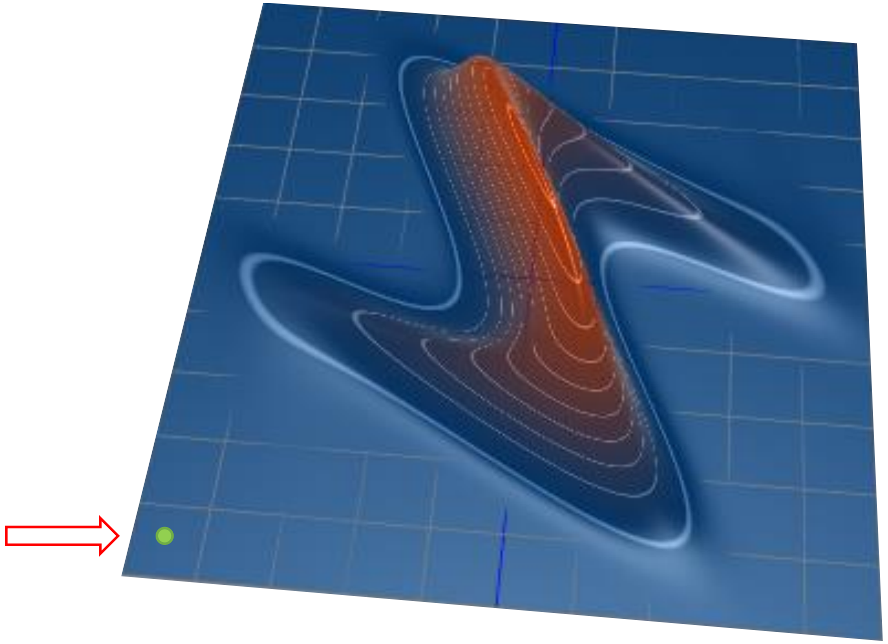


- *Random walk MCMC*

Custo computacional muito grande
para amostrar todo o espaço
paramétrico.

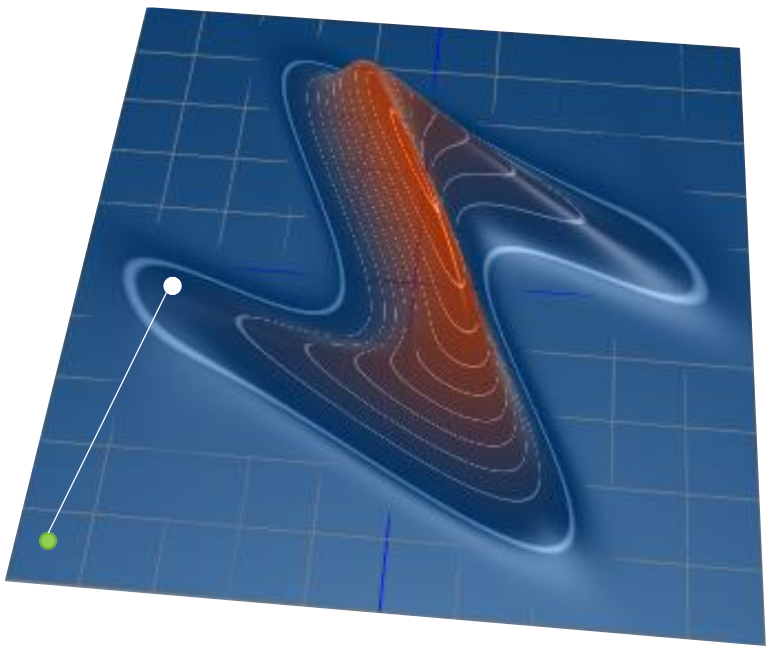
Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*

- *Random walk MCMC*



Etapa de aceitação ou
rejeição de cada iteração do
passeio aleatório.

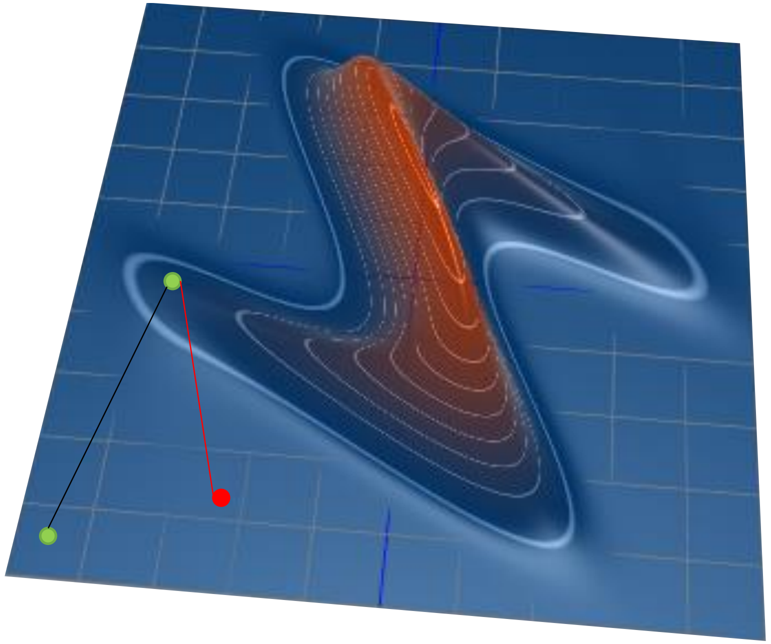
Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;

Etapa de aceitação ou
rejeição de cada iteração do
passeio aleatório.

Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*



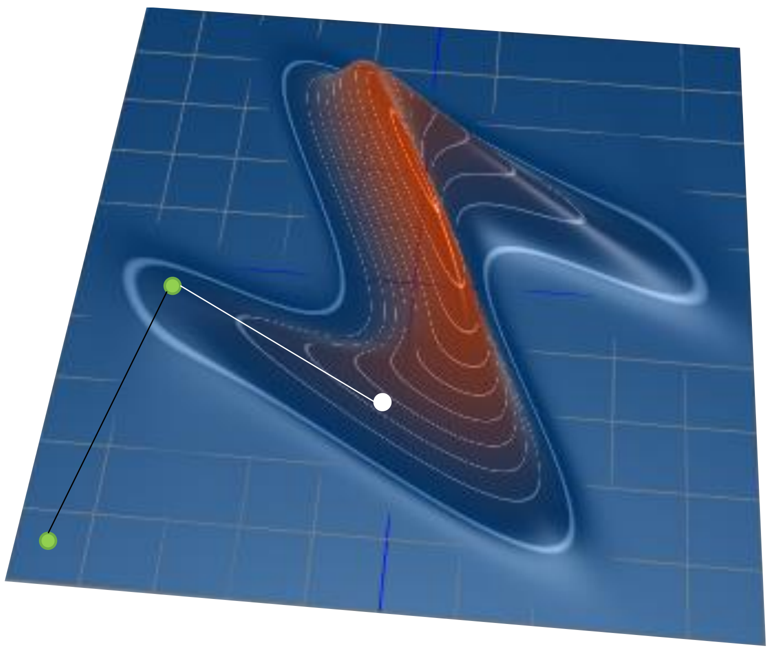
Random walk MCMC

Amostrador em avaliação;

Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou
rejeição de cada iteração do
passeio aleatório.

Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*

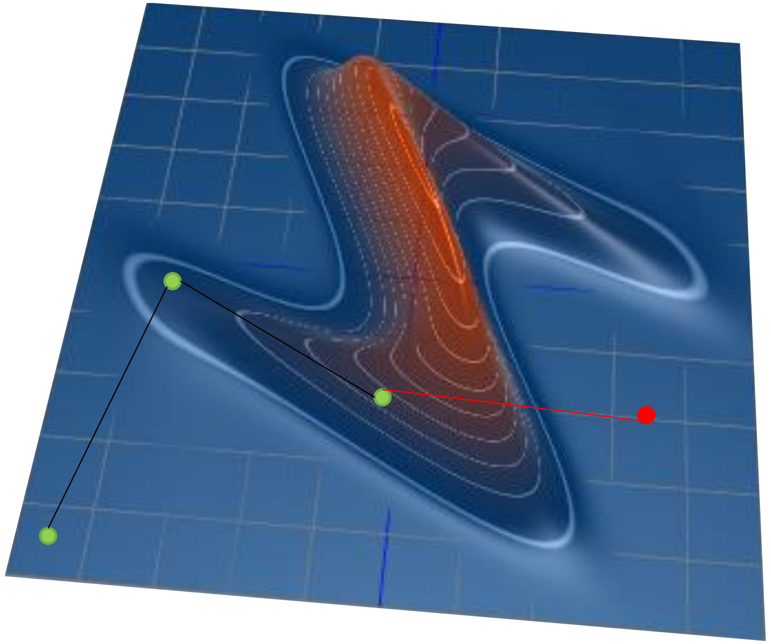


- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou
rejeição de cada iteração do
passeio aleatório.

carloszarzar_@hotmail.com

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



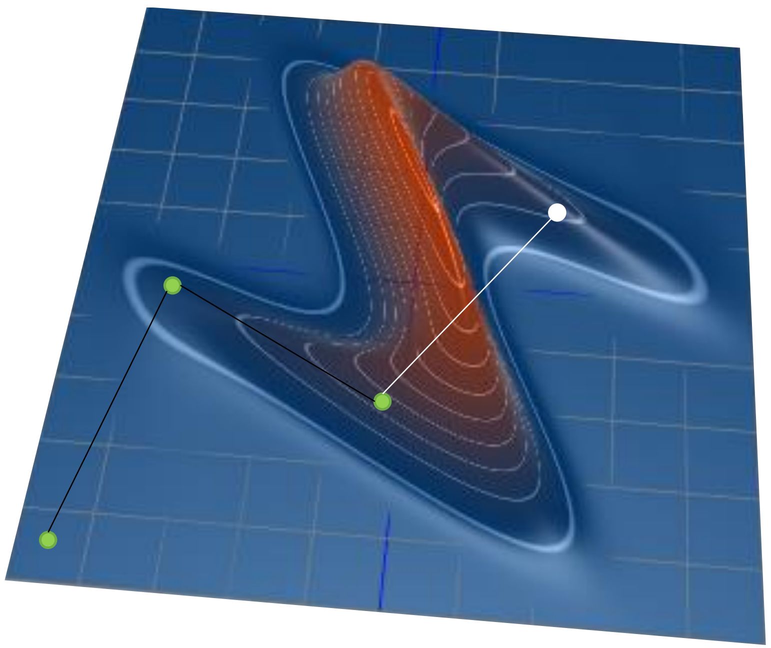
Random walk MCMC

Amostrador em avaliação;

Amostrador rejeitado;

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*

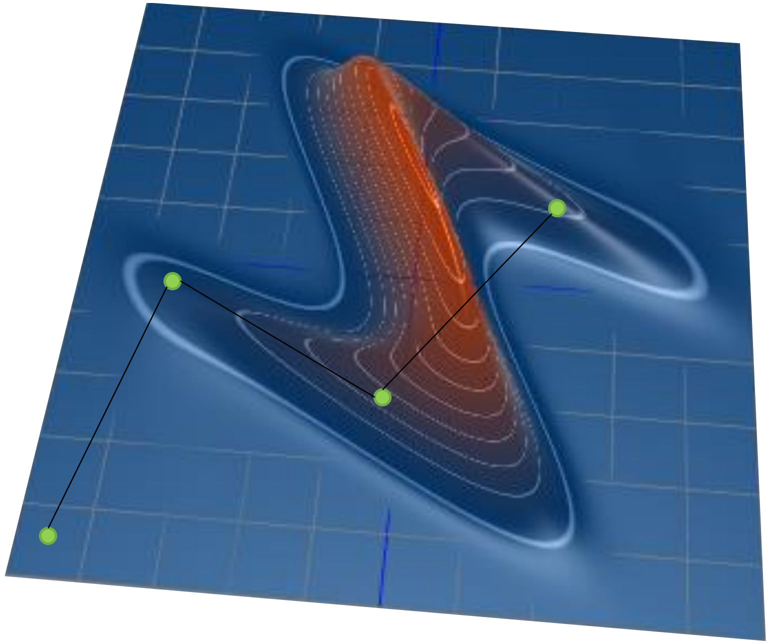


- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

- Método a amostragem:
  - Gibbs
  - Metropolis-Hasting
  - Hamiltoniano MC
  - NUTS

Etapa de aceitação ou rejeição de cada iteração do passeio aleatório.

Espaço paramétrico da
distribuição *a posteriori*



- *Random walk MCMC*
- Amostrador em avaliação;
- Amostrador rejeitado;

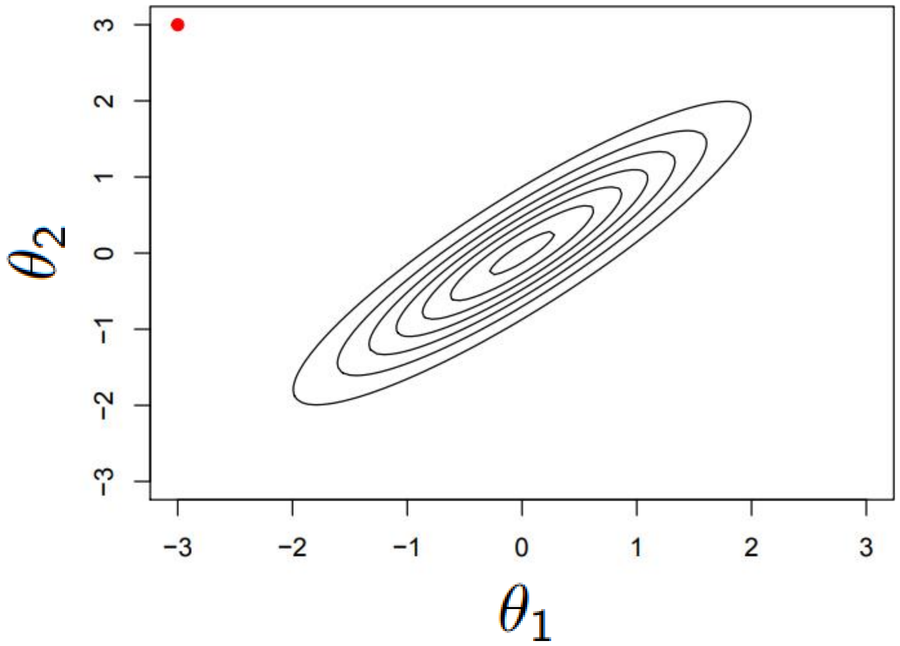
- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs
  - Metropolis-Hasting

atenção

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;
- Lenta convergência;

(Principalmente espaços
paramétricos de alta
dimensão).

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- Método a amostragem:
  - Gibbs
  - Metropolis-Hasting

atenção

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

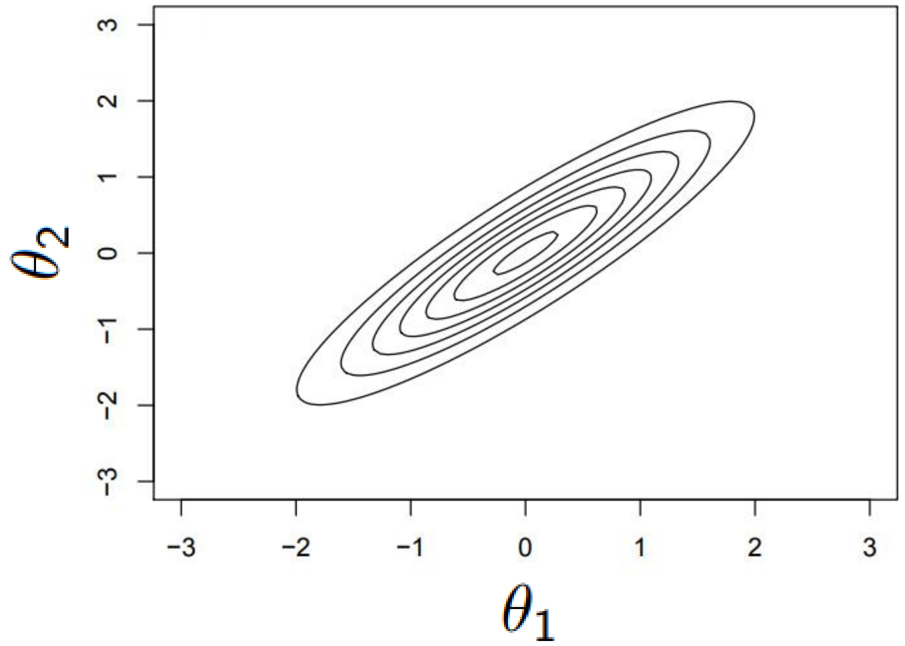
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

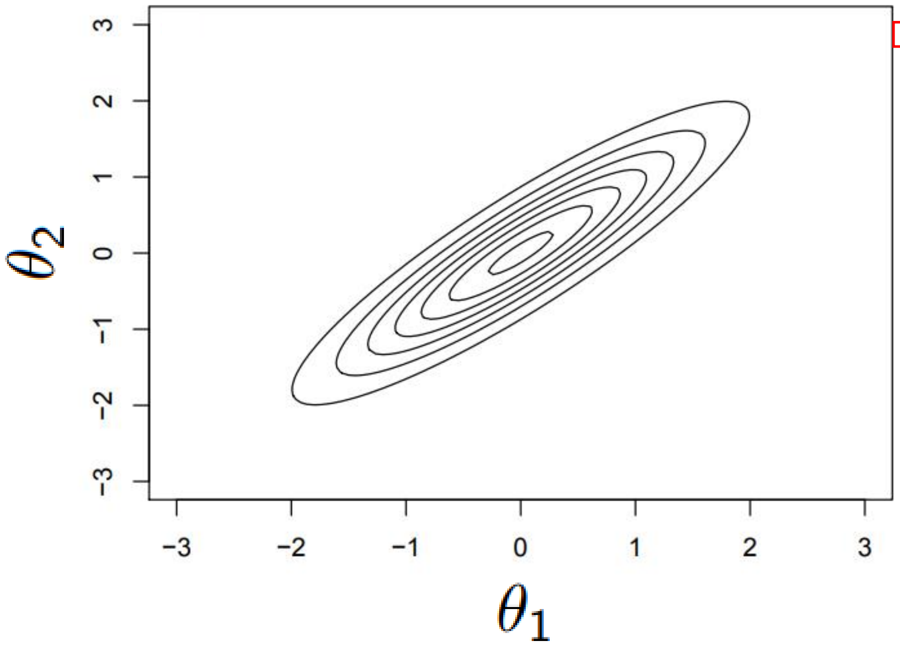
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *<u>Algoritmo:</u>*

I) $\left(\theta_1^{(t-1)}, \theta_2^{(t-1)}\right)$ $t-1$ iteração (Iteração anterior)

II) Iteração:

$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 \mid \theta_1^{(t)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

$\left(\theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}\right)$ Valores t iteração;

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

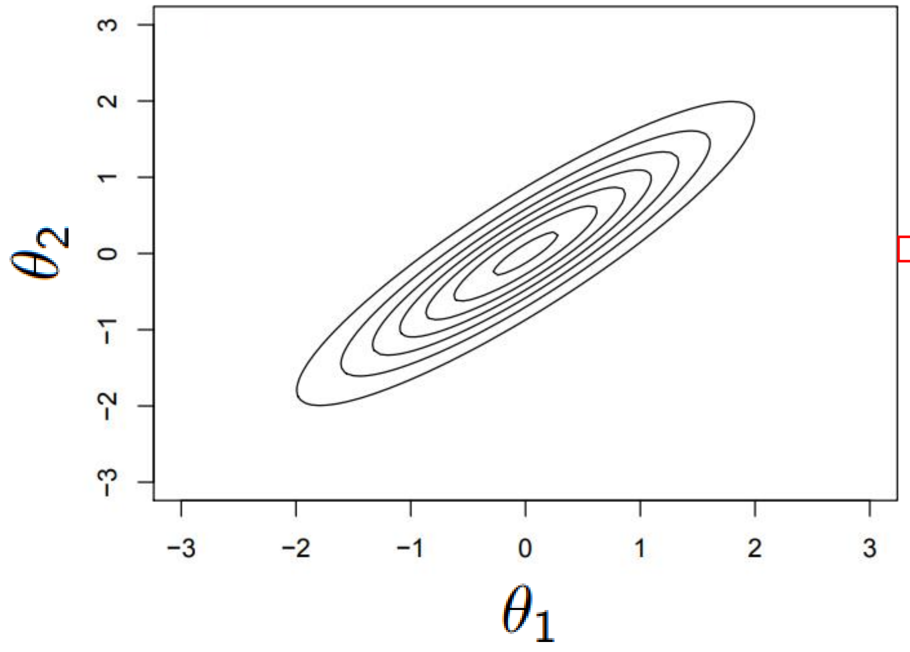
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

➢ Método a amostragem:

- Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



➢ *Algoritmo:*

I) $\left(\theta_1^{(t-1)}, \theta_2^{(t-1)}\right)$ $t-1$ iteração (Iteração anterior)

II) Iteração:

$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 \mid \theta_1^{(t)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

$\left(\theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}\right)$ Valores t iteração;

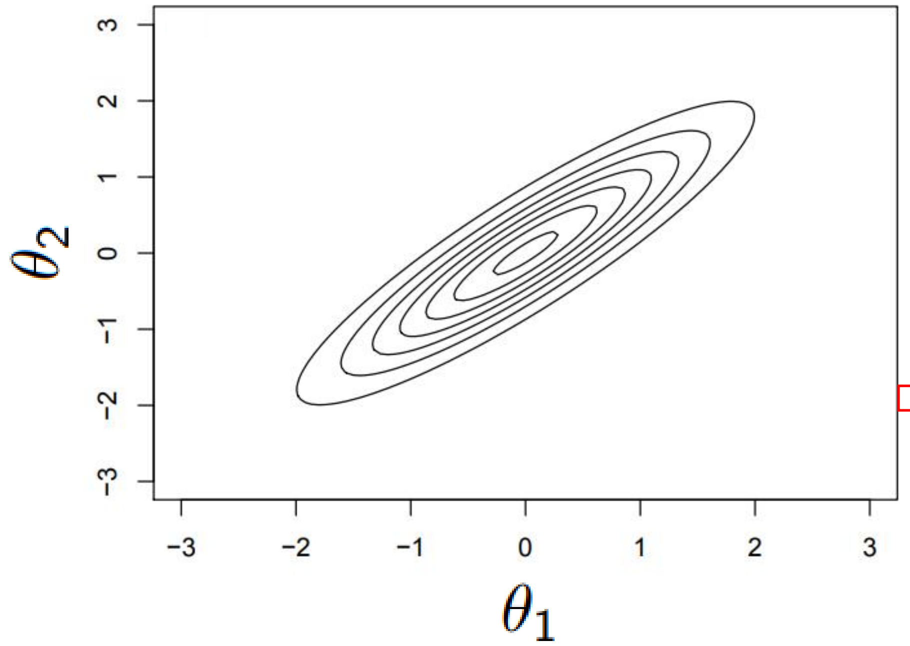
- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- Método a amostragem:
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Algoritmo:*

I) $\left(\theta_1^{(t-1)}, \theta_2^{(t-1)}\right)$ $t-1$ iteração (Iteração anterior)

II) Iteração:

$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 \mid \theta_1^{(t)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

$\left(\theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}\right)$ Valores t iteração;

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

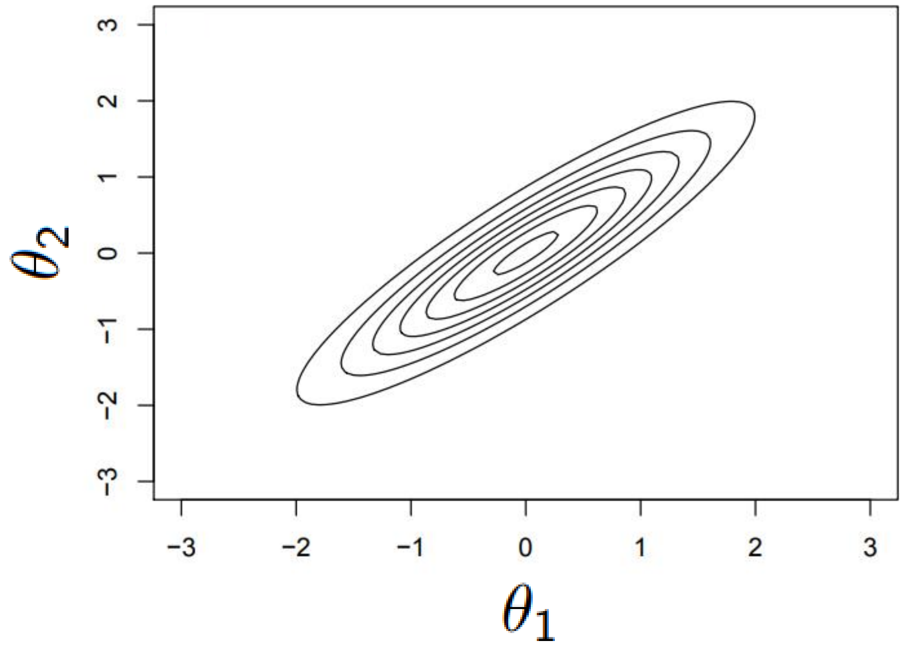
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

carloszarzar_@hotmail.com

- Método a amostragem:
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Algoritmo:*

I) $\left(\theta_1^{(t-1)}, \theta_2^{(t-1)}\right)$ $t-1$ iteração (Iteração anterior)

II) Iteração:

$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 \mid \theta_1^{(t)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

$\boxed{\left(\theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}\right) \quad \text{Valores } t \text{ iteração;}}$

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

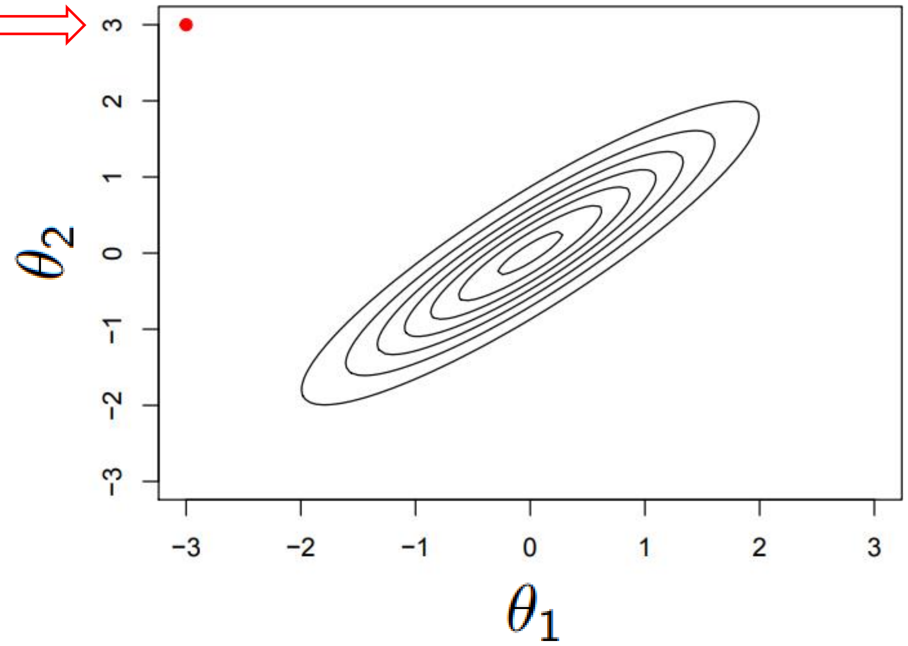
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

$(3, -3) \Rightarrow$



- *Algoritmo:*

I) $\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$ Valor inicial (aleatório);

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

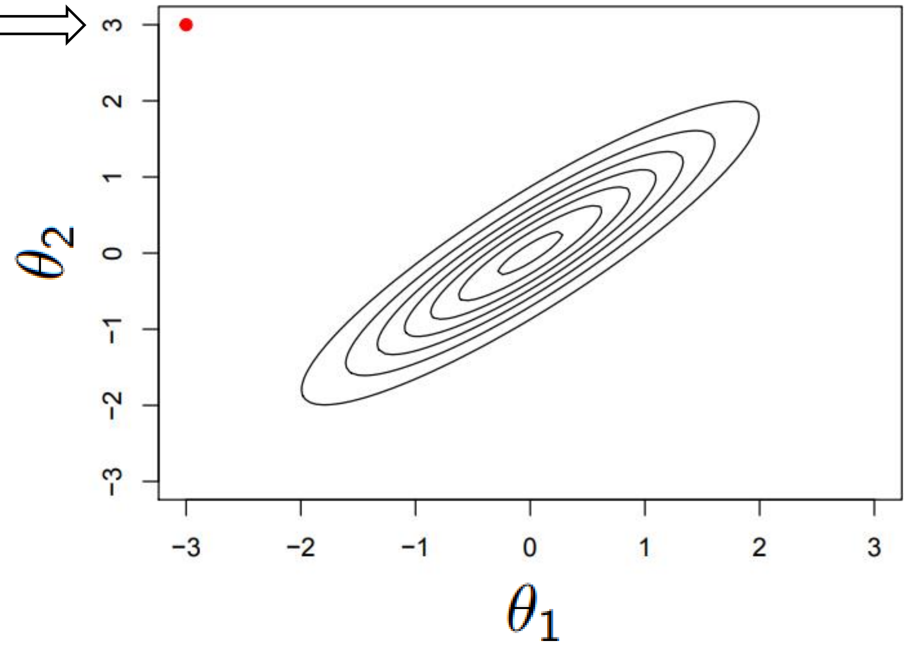
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

$(3, -3)$ $\Longrightarrow$



- *<u>Algoritmo:</u>*

I) $\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$ Valor inicial (aleatório);

II) Iteração:

$\theta_1^{(1)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(0)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

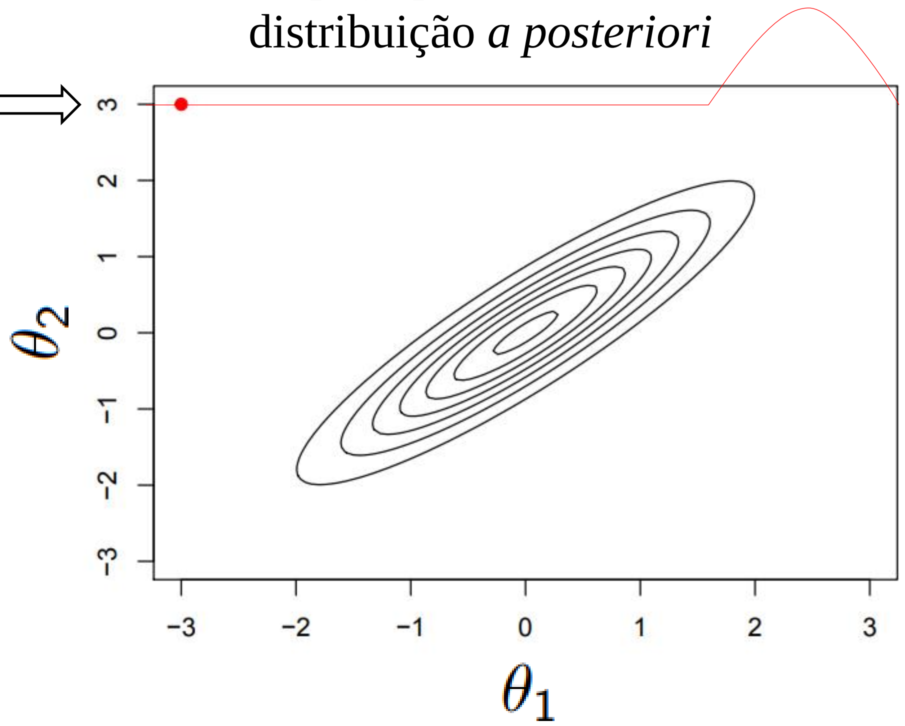
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

$(3, \underline{-3}) \Longrightarrow$



- *<u>Algoritmo:</u>*

I) $\left(\theta_1^{(0)}, \underline{\theta_2^{(0)}}\right)$ Valor inicial (aleatório);

II) Iteração:

Fixar

$\theta_1^{(1)} \sim p\left(\theta_1 \mid \underline{\theta_2^{(0)}}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

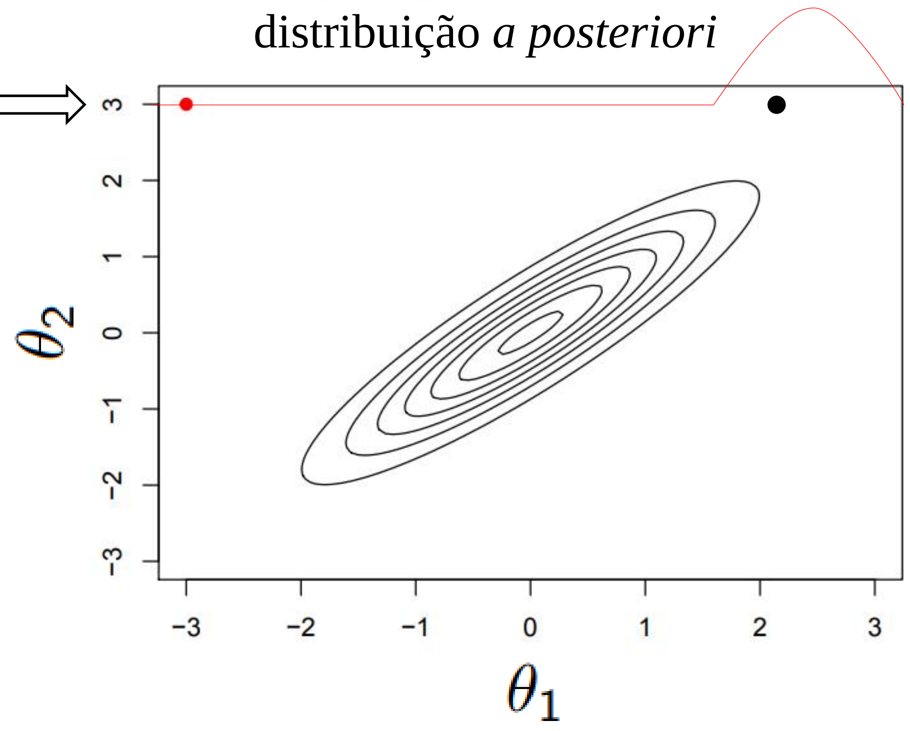
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- Método a amostragem:
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

$(3, -3)$



- *Algoritmo:*

I) $\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$ Valor inicial (aleatório);

II) Iteração:

Fixar

$\theta_1^{(1)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(0)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

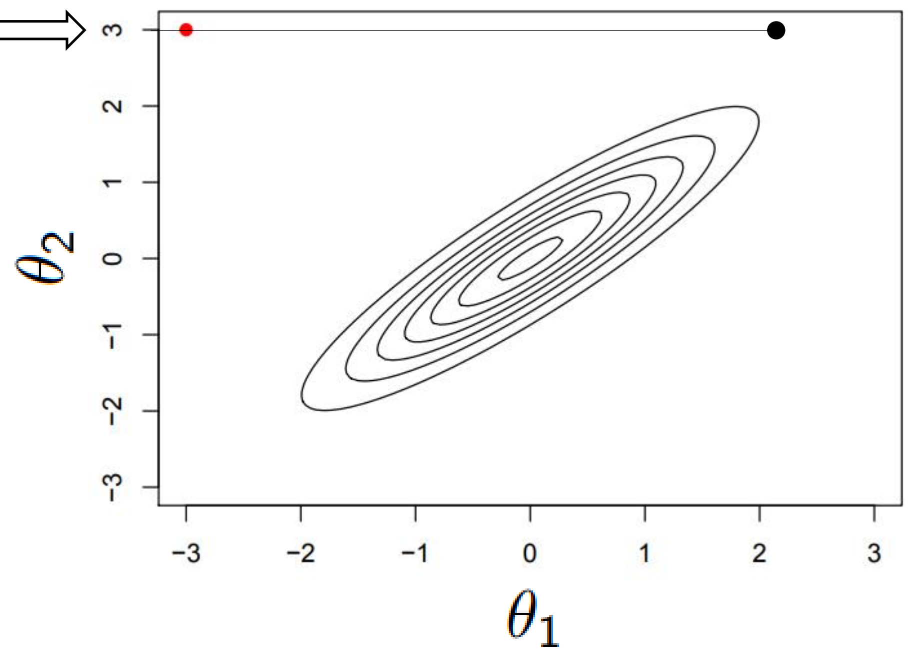
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

$(3, -3) \Longrightarrow$



- *<u>Algoritmo:</u>*

I) $\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$ Valor inicial (aleatório);

II) Iteração:

$\theta_1^{(1)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(0)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

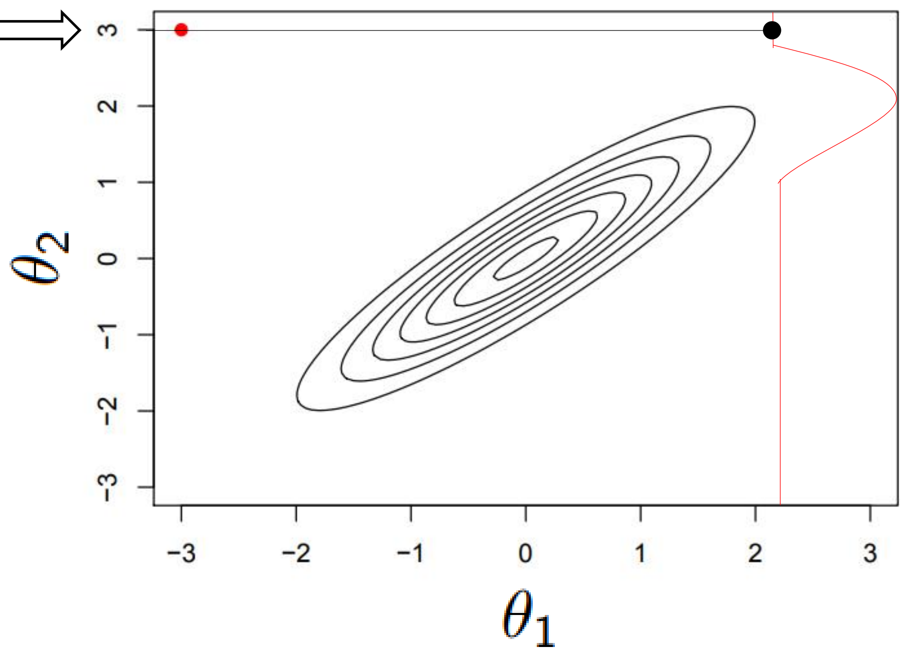
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- **Método a amostragem:**
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

$(3, -3)$



- *Algoritmo:*

I) $\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$ Valor inicial (aleatório);

II) Iteração:

$\theta_1^{(1)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(0)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(1)} \sim p\left(\theta_2 \mid \underline{\theta_1^{(1)}}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

Fixar

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

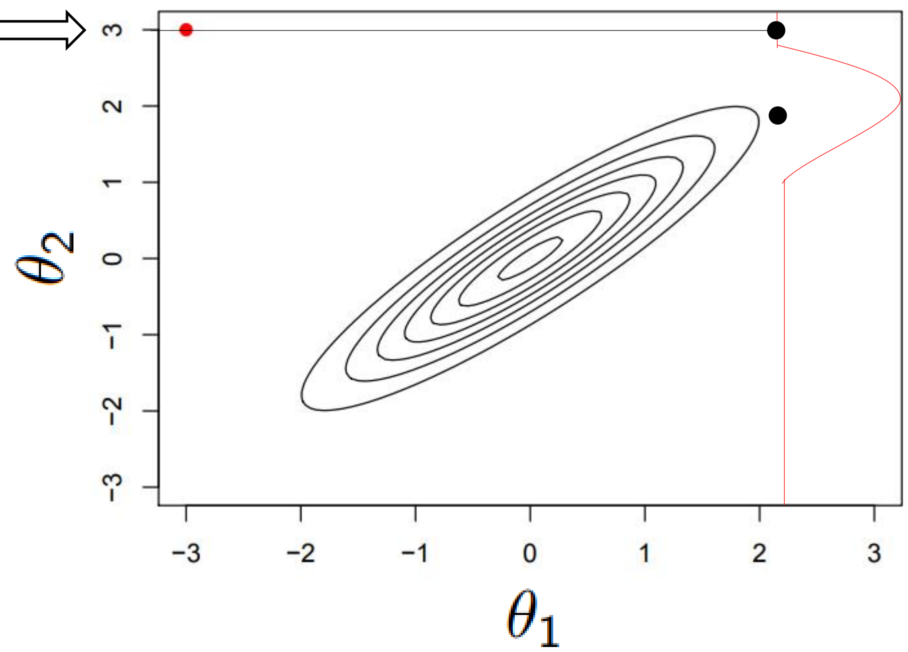
Distribuição Alvo

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

$(3,-3)$ ⟹



- *<u>Algoritmo:</u>*

I) $\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$ Valor inicial (aleatório);

II) Iteração:

$\theta_1^{(1)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(0)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(1)} \sim p\left(\theta_2 \mid \underline{\theta_1^{(1)}}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

Fixar

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

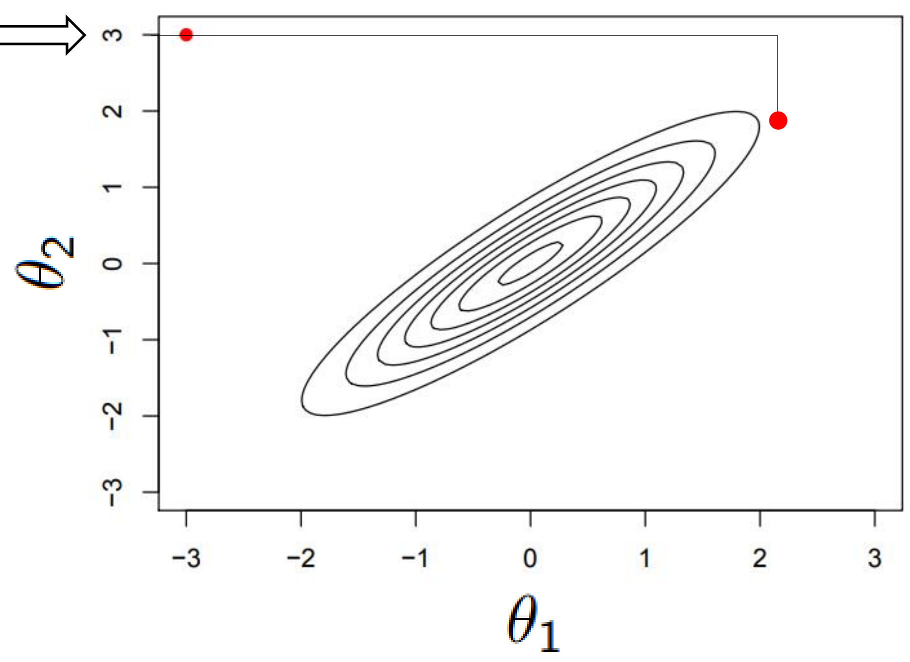
Distribuição Alvo

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*

$(3, -3) \Longrightarrow$



- *<u>Algoritmo:</u>*

I) $\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$ Valor inicial (aleatório);

II) Iteração:

$\theta_1^{(1)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(0)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(1)} \sim p\left(\theta_2 \mid \theta_1^{(1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

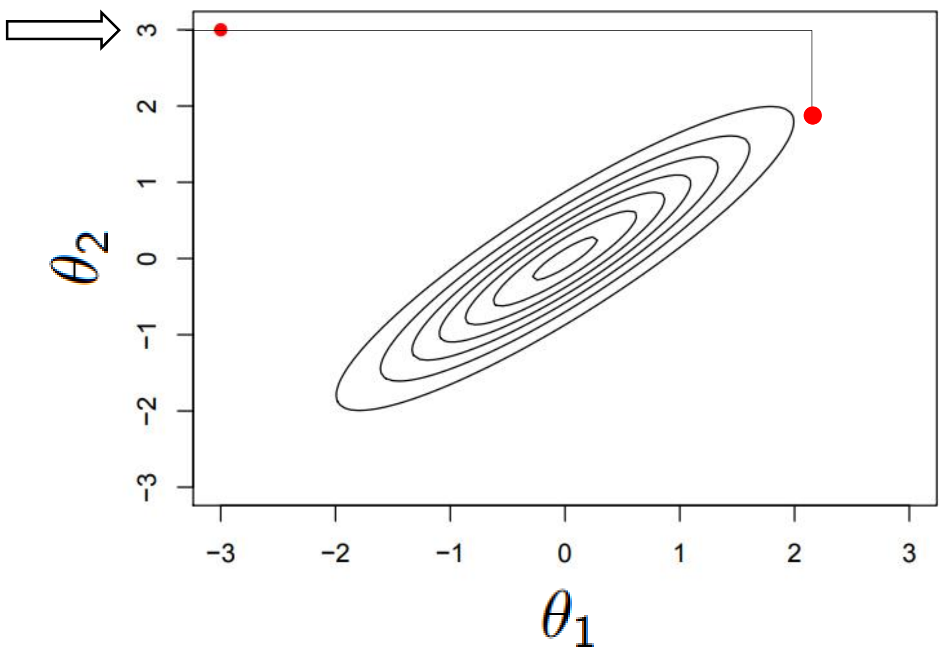
- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Algoritmo:*

I) $\left(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}\right)$ Valor inicial (aleatório);

II) Iteração:

$\theta_1^{(1)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(0)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(1)} \sim p\left(\theta_2 \mid \theta_1^{(1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

$\left(\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}\right)$ Valores 1ª iteração;

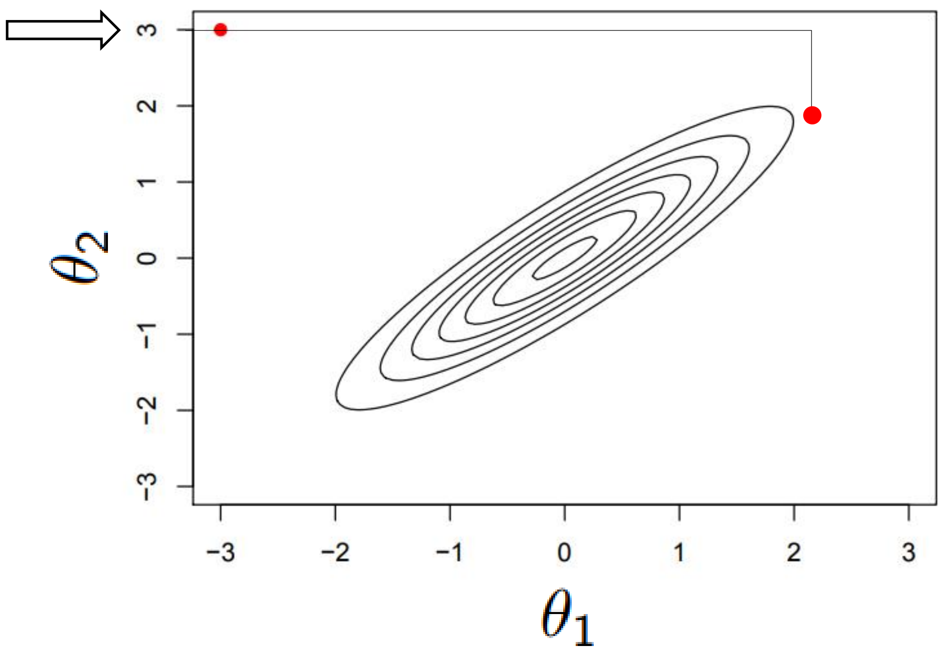
- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- Método a amostragem:
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Algoritmo:*

I)

II) Iteração:

$\left(\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}\right)$ Valores 1ª iteração;

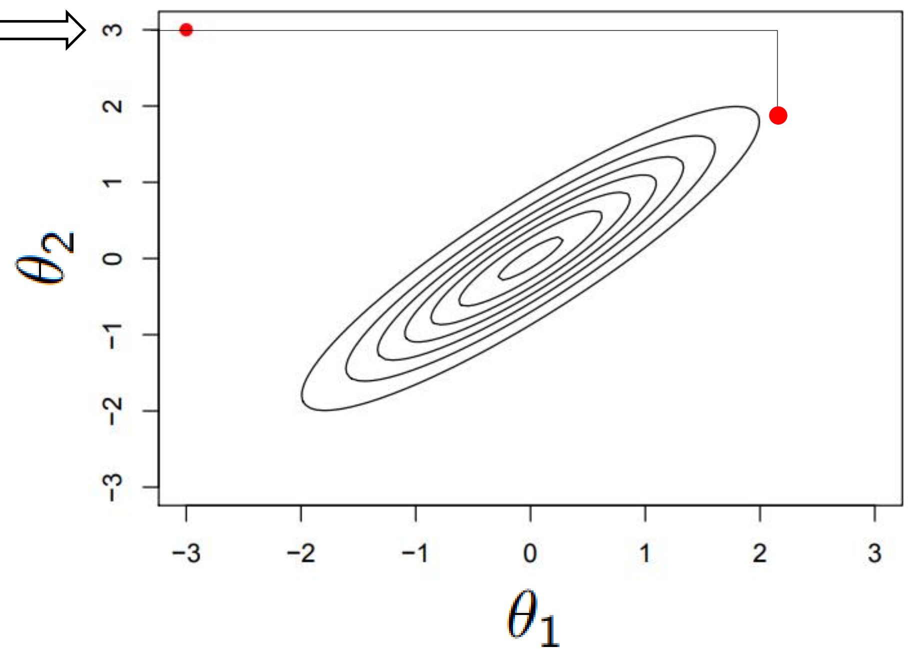
- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *<u>Algoritmo:</u>*

I) $\left(\theta_1^{(1)}, \underline{\theta_2^{(1)}}\right)$ Valores 1ª iteração;

II) Iteração:

$\theta_1^{(2)} \sim p\left(\theta_1 \mid \underline{\theta_2^{(1)}}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

Fixar

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

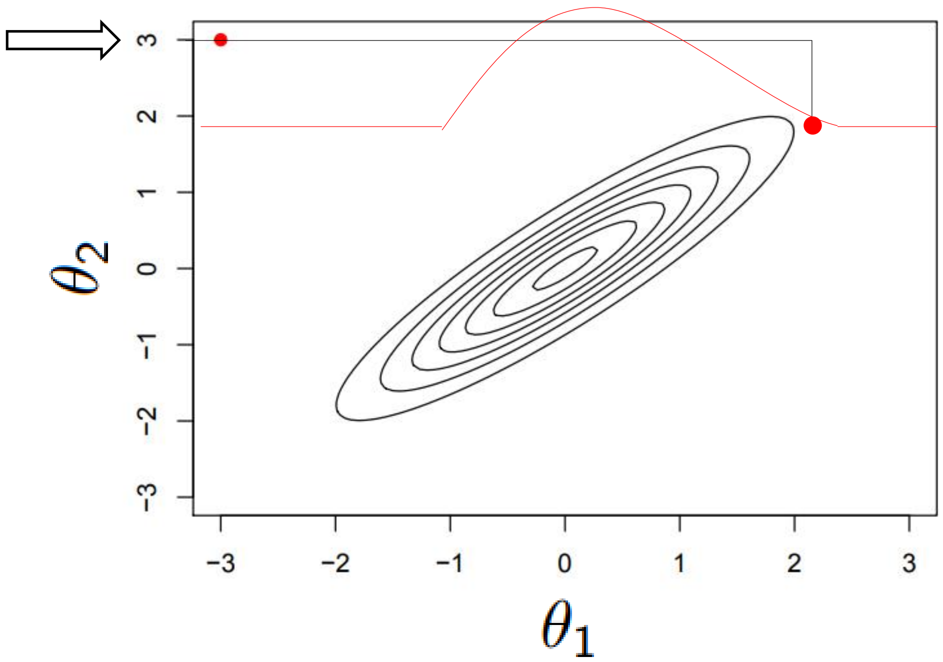
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- <u>*Algoritmo:*</u>

I) $\left(\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}\right)$ Valores 1ª iteração;

II) Iteração:

$\theta_1^{(2)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

Fixar

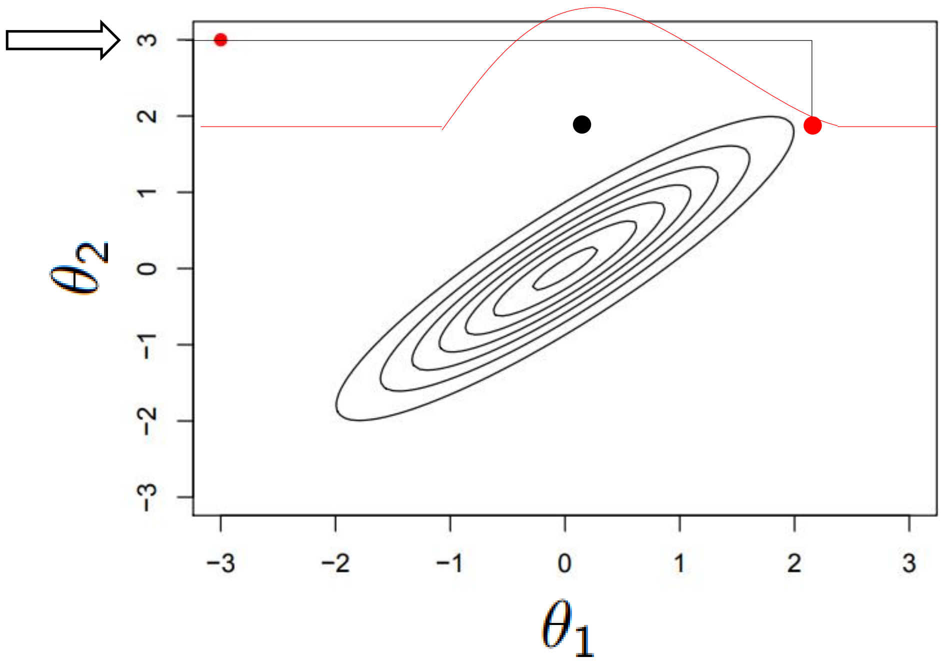
- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *<u>Algoritmo:</u>*

I) $\left(\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}\right)$ Valores 1ª iteração;

II) Iteração:

$\theta_1^{(2)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

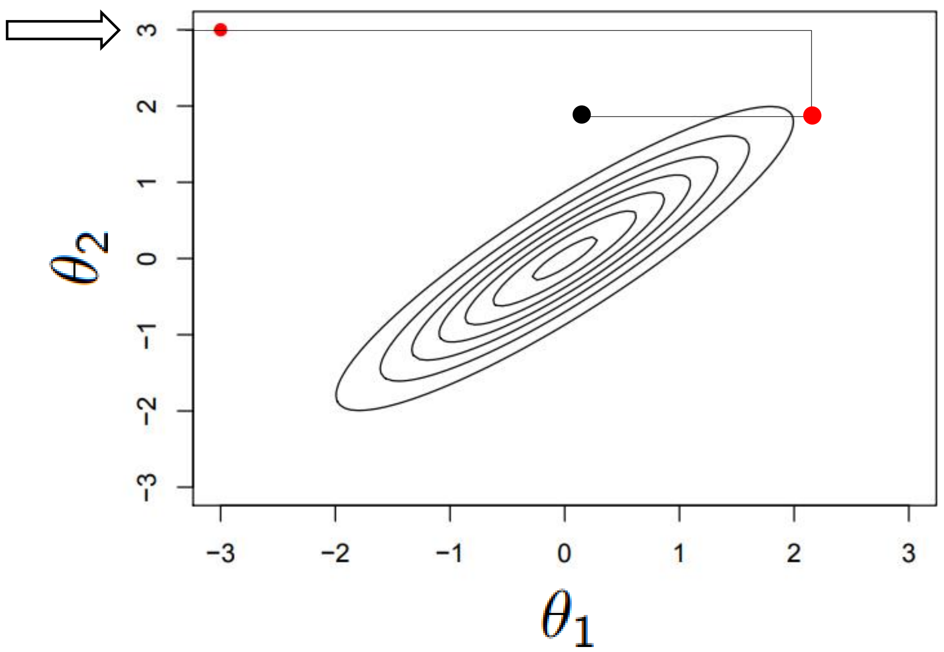
- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- Método a amostragem:
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Algoritmo:*

I) $\left(\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}\right)$ Valores 1ª iteração;

II) Iteração:

$\theta_1^{(2)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

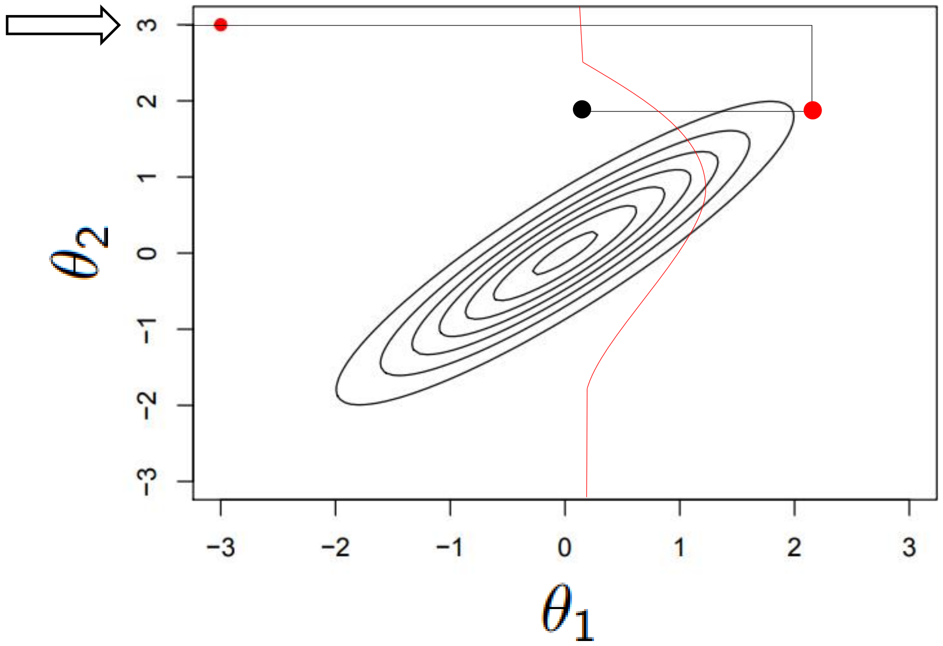
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *<u>Algoritmo:</u>*

I) $\left(\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}\right)$ Valores 1ª iteração;

II) Iteração:

$\theta_1^{(2)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(2)} \sim p\left(\theta_2 \mid \underline{\theta_1^{(2)}}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

Fixar

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

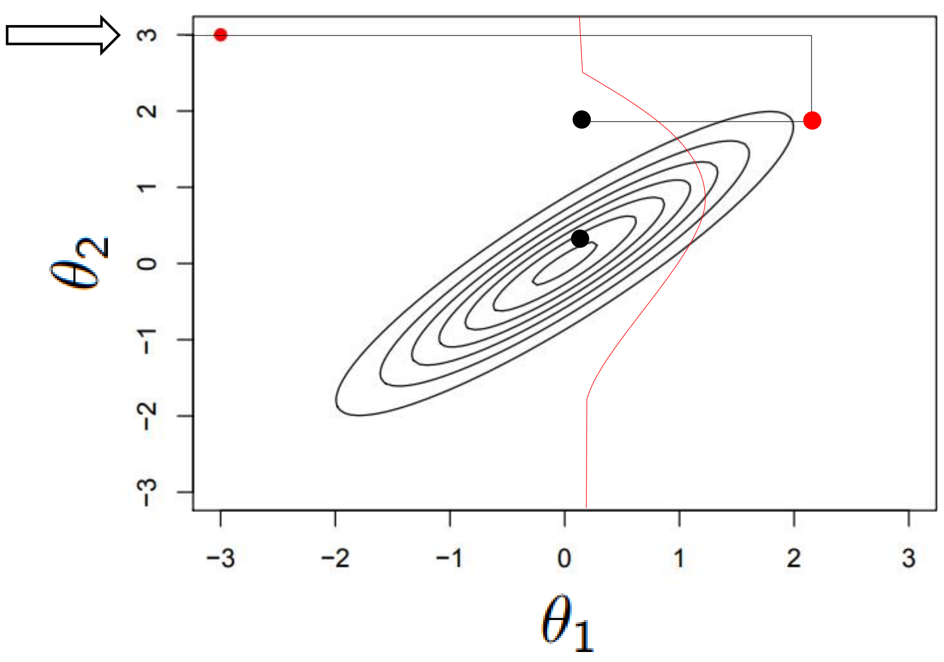
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

➢ Método a amostragem:

- Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



➢ *Algoritmo:*

I) $\left(\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}\right)$ Valores 1ª iteração;

II) Iteração:

$\theta_1^{(2)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(2)} \sim p\left(\theta_2 \mid \underline{\theta_1^{(2)}}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

Fixar

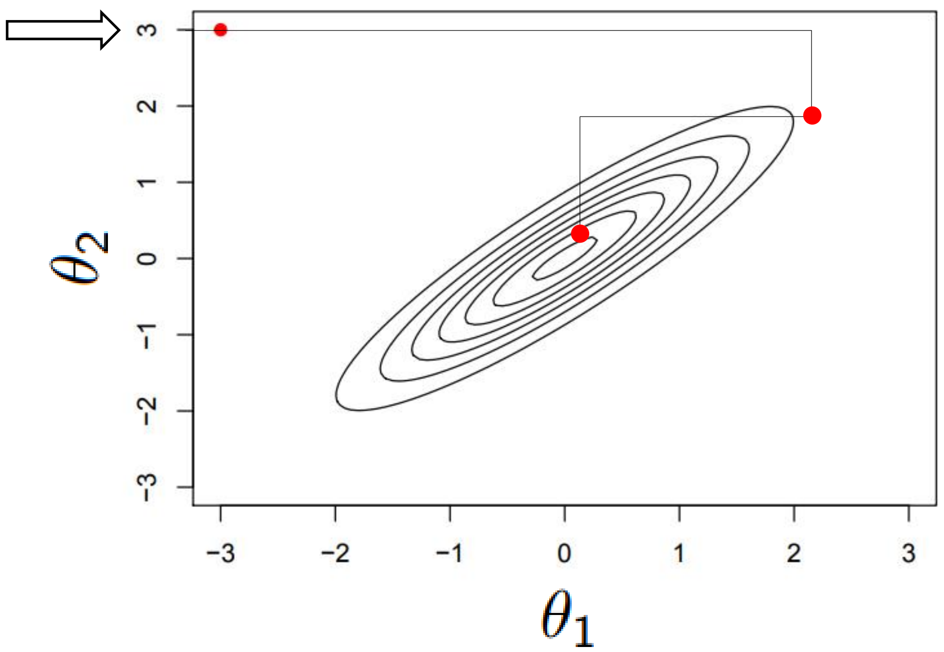
- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- Método a amostragem:
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Algoritmo:*

I) $\left(\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}\right)$ Valores 1ª iteração;

II) Iteração:

$\theta_1^{(2)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(2)} \sim p\left(\theta_2 \mid \theta_1^{(2)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

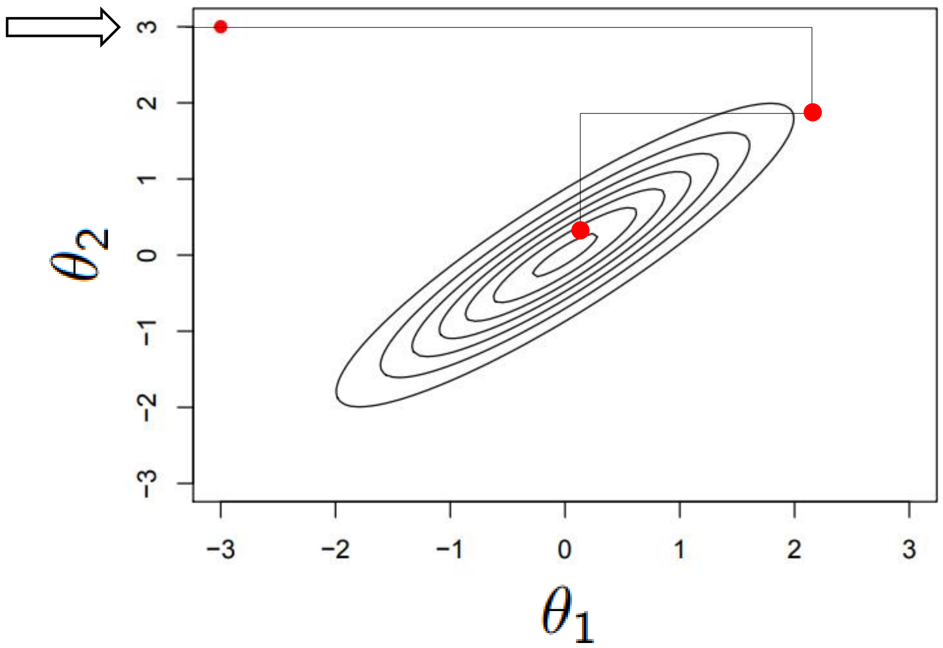
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

carloszarzar_@hotmail.com

- <u>Método a amostragem:</u>
    - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *<u>Algoritmo:</u>*

I) $\left(\theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}\right)$ Valores 1ª iteração;

II) Iteração:

$\theta_1^{(2)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(2)} \sim p\left(\theta_2 \mid \theta_1^{(2)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

$\boxed{\left(\theta_1^{(2)}, \theta_2^{(2)}\right) \text{ Valores 2ª iteração;}}$

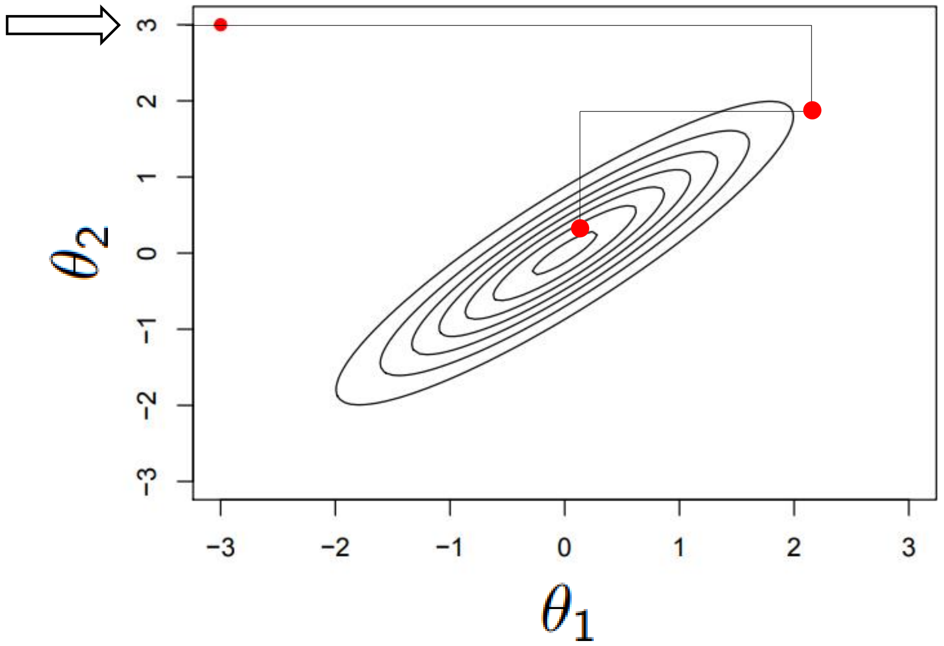
- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- Método a amostragem:
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *Algoritmo:*

I)

II) Iteração:

$\left(\theta_1^{(2)}, \theta_2^{(2)}\right)$ Valores 2ª iteração;

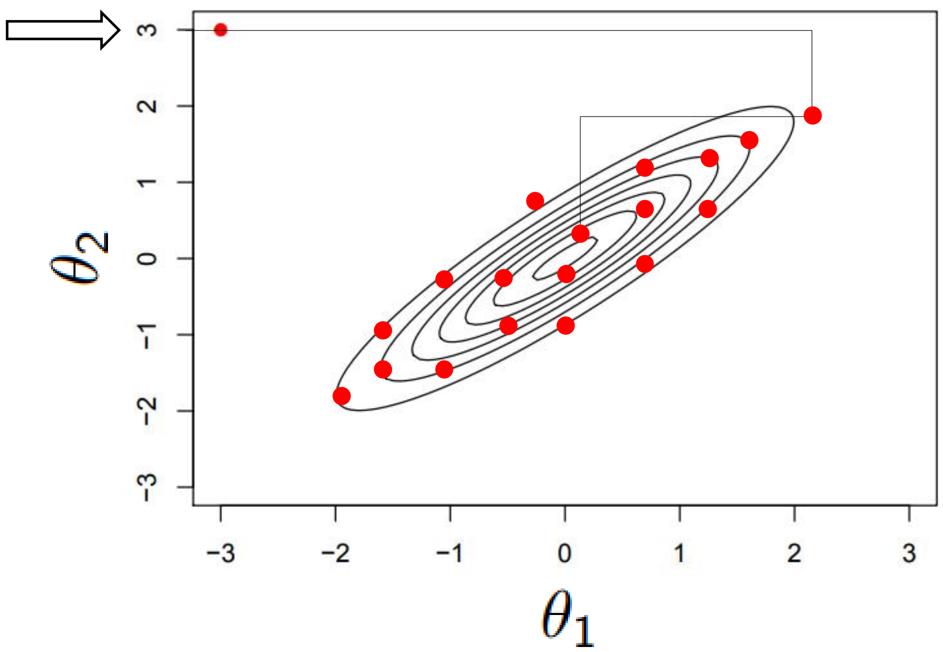
- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- <u>Método a amostragem:</u>
  - Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



- *<u>Algoritmo:</u>*

I) $\left(\theta_1^{(t-1)}, \theta_2^{(t-1)}\right)$ $t-1$ iteração (Iteração anterior)

II) Iteração:

$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 \mid \theta_1^{(t)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

$\left(\theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}\right)$ Valores t iteração;

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

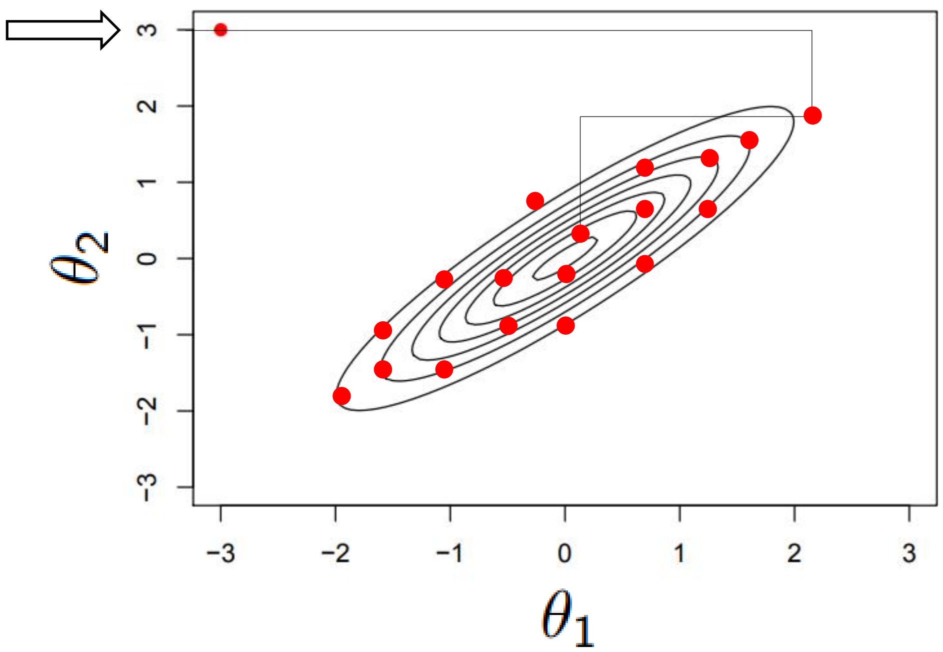
$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

➢ Método a amostragem:

- Gibbs;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



➢ *Algoritmo:*

I) $\left(\theta_1^{(t-1)}, \theta_2^{(t-1)}\right)$ $t-1$ iteração (Iteração anterior)

II) Iteração:

$\theta_1^{(t)} \sim p\left(\theta_1 \mid \theta_2^{(t-1)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 1.

$\theta_2^{(t)} \sim p\left(\theta_2 \mid \theta_1^{(t)}, \mathbf{y}\right)$ Passo 2.

$\left(\theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}\right)$ Valores t iteração;

- Amostragem *a posteriori* é marginal por parâmetro;

$$p(\theta|y) \xrightarrow{\text{com}} \theta = (\theta_1, \theta_2) \xrightarrow{\text{amostrar}} \begin{cases} p(\theta_1|\theta_2, y) \\ p(\theta_2|\theta_1, y) \end{cases}$$

Distribuição Alvo

- Lenta convergência;

(Principalmente espaços paramétricos de alta dimensão).

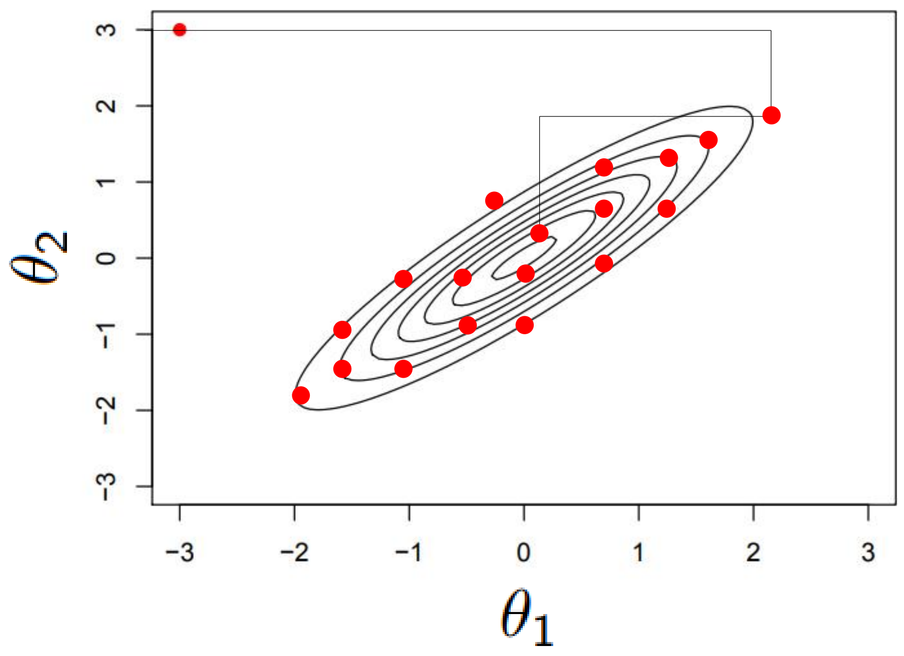
- Método a amostragem:
  - Gibbs;

- Resumo:
  - Amostragem a posteriori é marginal por parâmetro;

- Prós:
  - Reduz complexas amostragem multidimensional para sequencias unidimensionais;
  - Fácil implementação (linhas de código);

- Contras:
  - Alta correlação nas amostras;
  - Lenta convergência também (alta dimensão);
  - Não permite programação paralela;

Espaço paramétrico da distribuição *a posteriori*



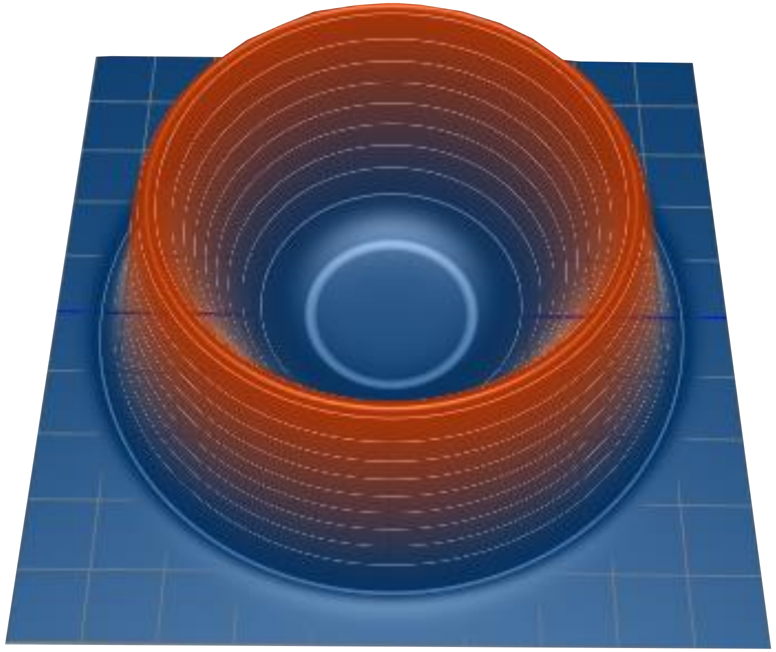
Algoritmo de amostragem

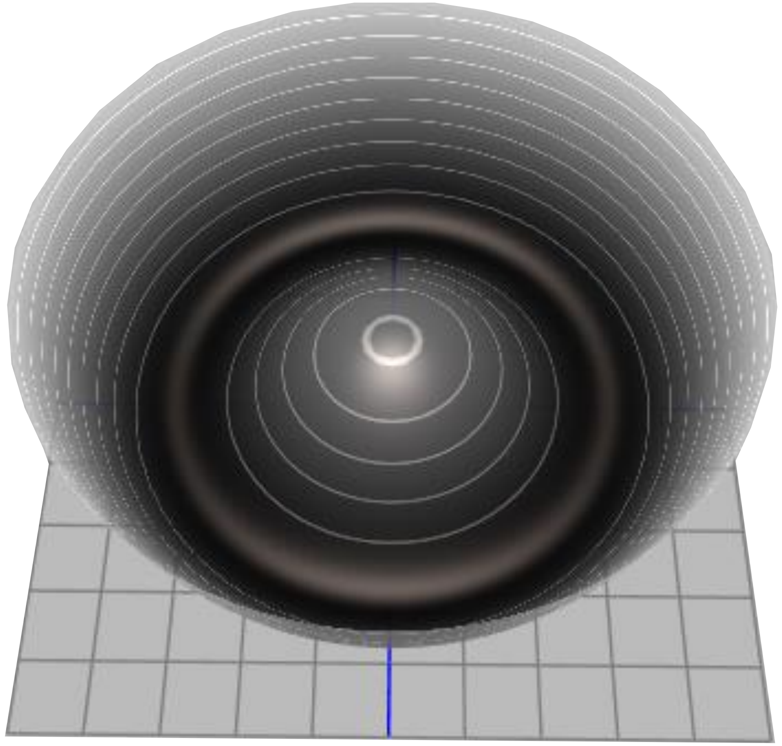
- Algoritmo de amostragem;
  - Metropolis-Hasting;
  - Gibbs;
  - **Hamiltoniano Monte Carlo;**
  - NUTS;

Algoritmo de amostragem

Radford Neal

- Algoritmo de amostragem;
  - Metropolis-Hasting;
  - Gibbs;
  - **Hamiltoniano Monte Carlo;**
  - NUTS;

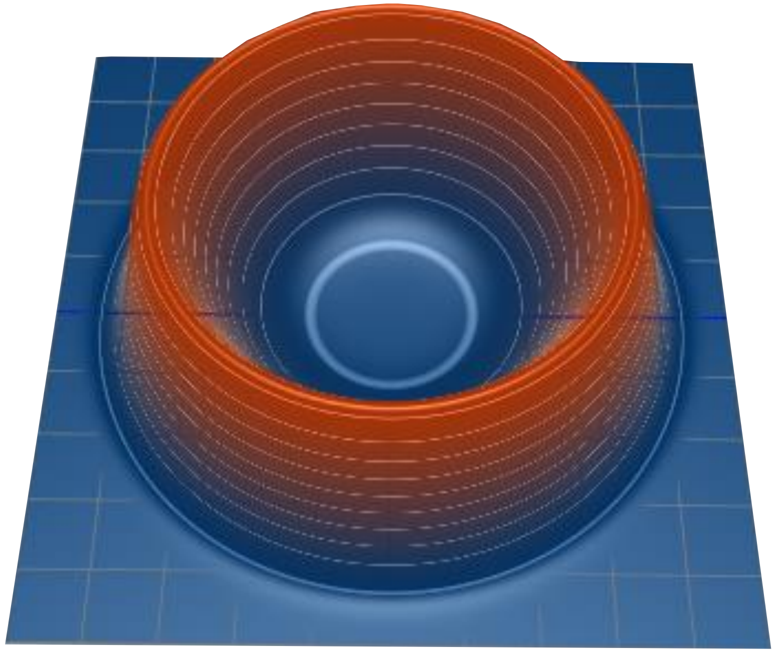


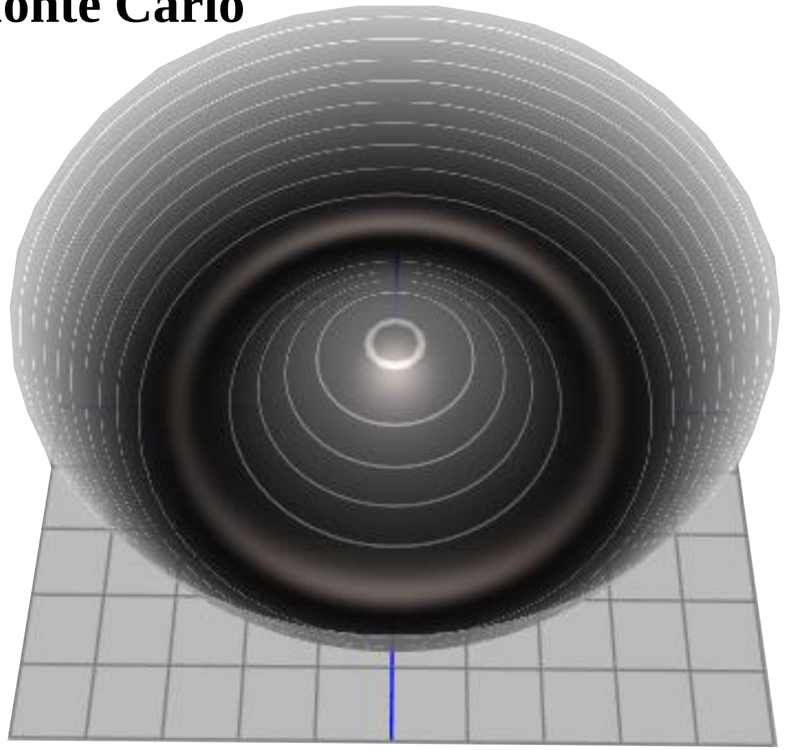


Inspiração na física → Estatística mecânica
Estatística física

- Amostrar por mais tempo regiões de interesse;
- Rápida convergência;

Método Hamiltoniano Monte Carlo





- Variável auxiliar *momento*;

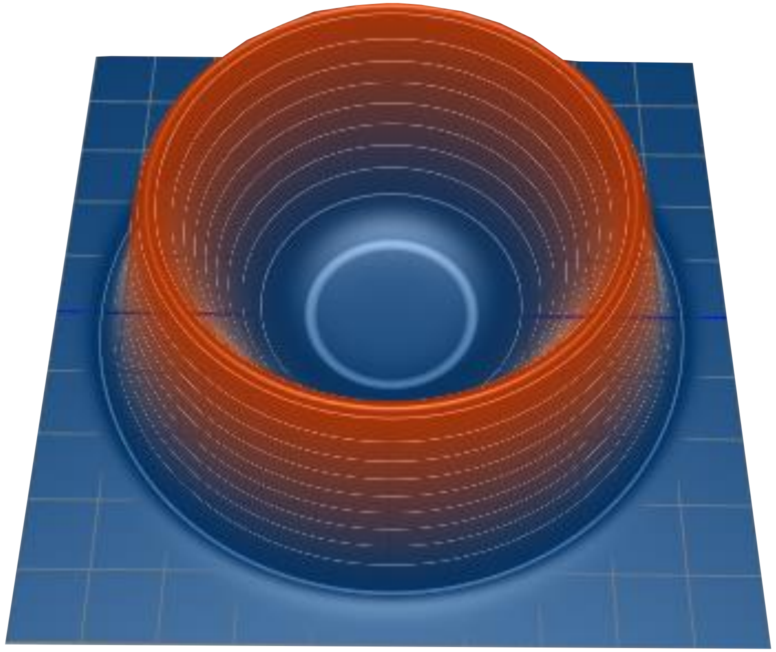
$$p(\rho, \theta) = p(\rho|\theta)p(\theta)$$

$$\rho \sim \text{MultiNormal}(0, M)$$

M = Matriz Euclidiana

M pode ser visto como uma transformação do espaço paramétrico que torna a amostragem mais eficiente.

Método Hamiltoniano Monte Carlo

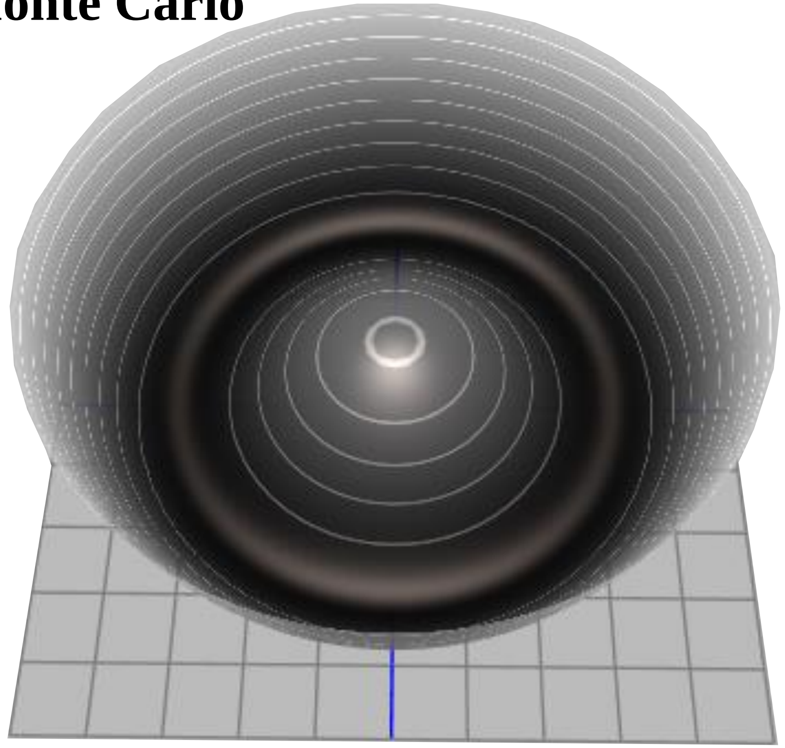


- Variável auxiliar *momento*;

$$p(\rho,\theta) = p(\rho|\theta)p(\theta)$$

$$\rho \sim \mathsf{MultiNormal}(0, M)$$

M = Matriz Euclidiana



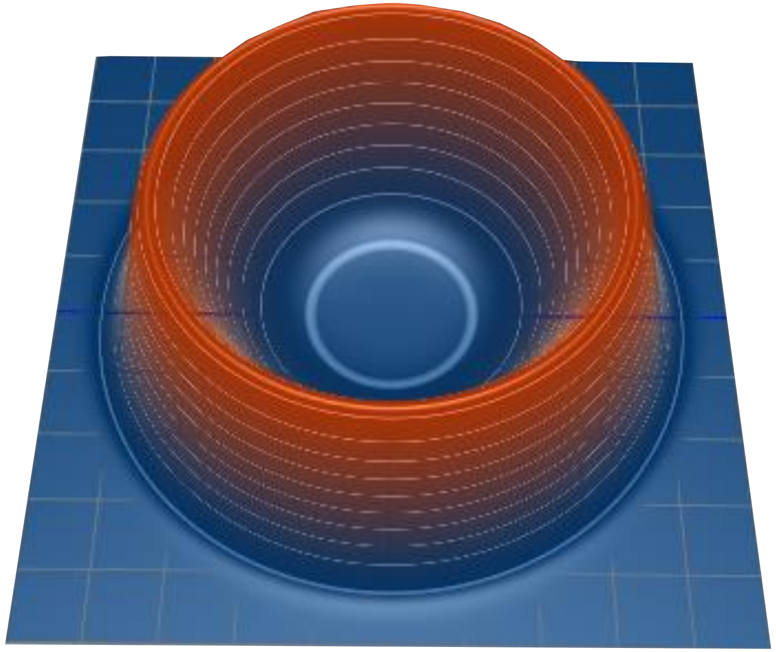
- Função Hamiltoniana;

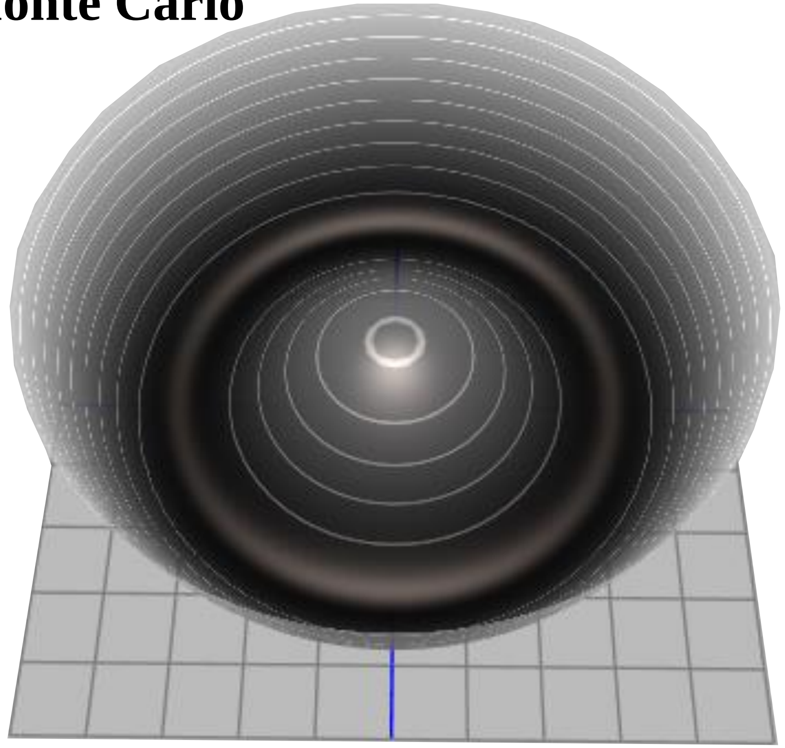
$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho,\theta)$$

$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho|\theta) - \log p(\theta)$$

$$H(\rho,\theta) = T(\rho|\theta) + V(\theta)$$

Método Hamiltoniano Monte Carlo





- Variável auxiliar *momento*;

$$p(\rho, \theta) = p(\rho|\theta)p(\theta)$$

$$\rho \sim \text{MultiNormal}(0, M)$$

M = Matriz Euclidiana

- Função Hamiltoniana;

$$H(\rho, \theta) = -\log p(\rho, \theta)$$

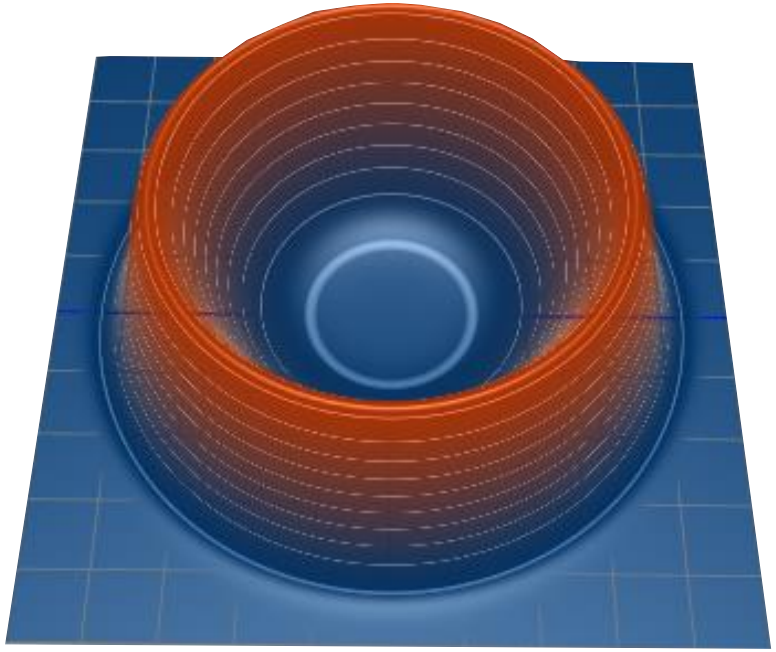
$$H(\rho, \theta) = -\log p(\rho|\theta) - \log p(\theta)$$

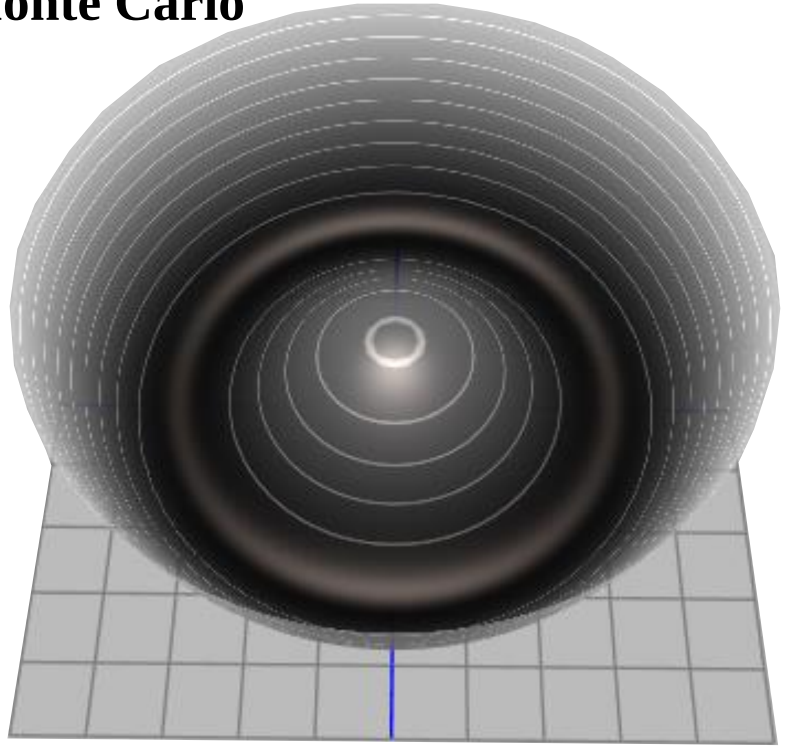
$$H(\rho, \theta) = \boxed{T(\rho|\theta)} + V(\theta)$$

Energia cinética

carloszarzar_@hotmail.com

Método Hamiltoniano Monte Carlo





- Variável auxiliar *momento*;

$$p(\rho,\theta) = p(\rho|\theta)p(\theta)$$

$$\rho \sim \text{MultiNormal}(0, M)$$

M = Matriz Euclidiana

- Função Hamiltoniana;

$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho,\theta)$$

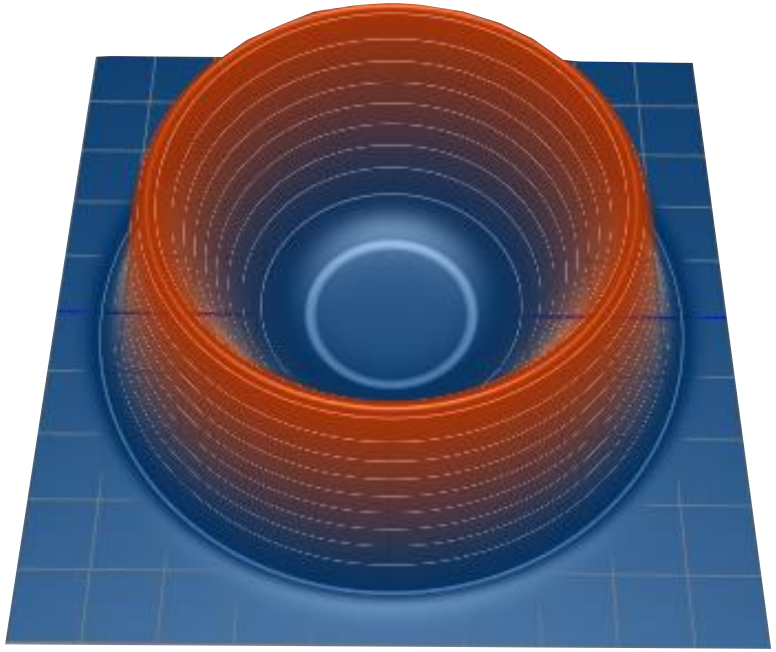
$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho|\theta) - \log p(\theta)$$

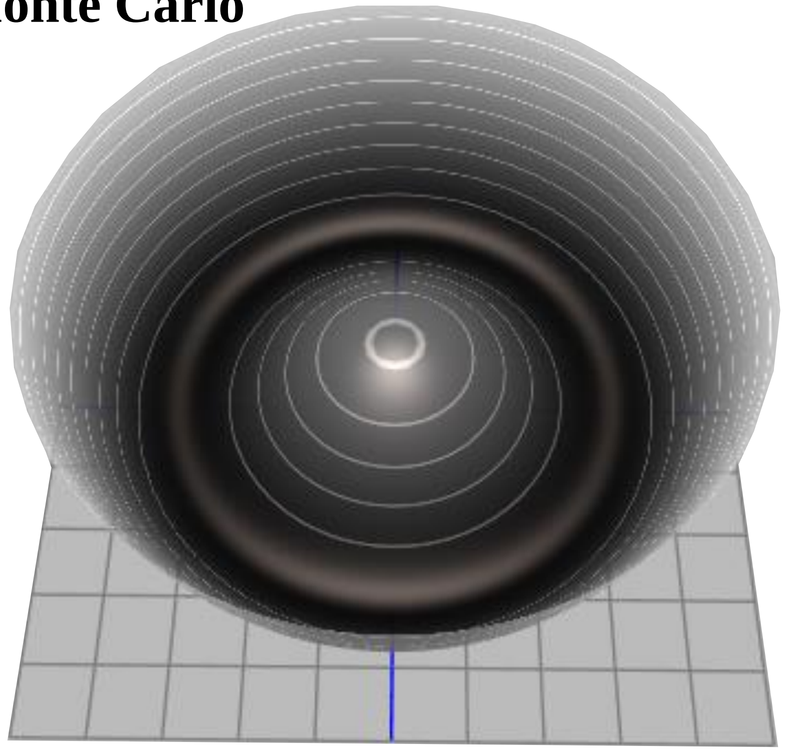
$$H(\rho,\theta) = \boxed{T(\rho|\theta)} + \boxed{V(\theta)}$$

Energia cinética

Energia Potencial

Método Hamiltoniano Monte Carlo





- Gerando transição para as Equações Hamiltoniana

1- Passo:

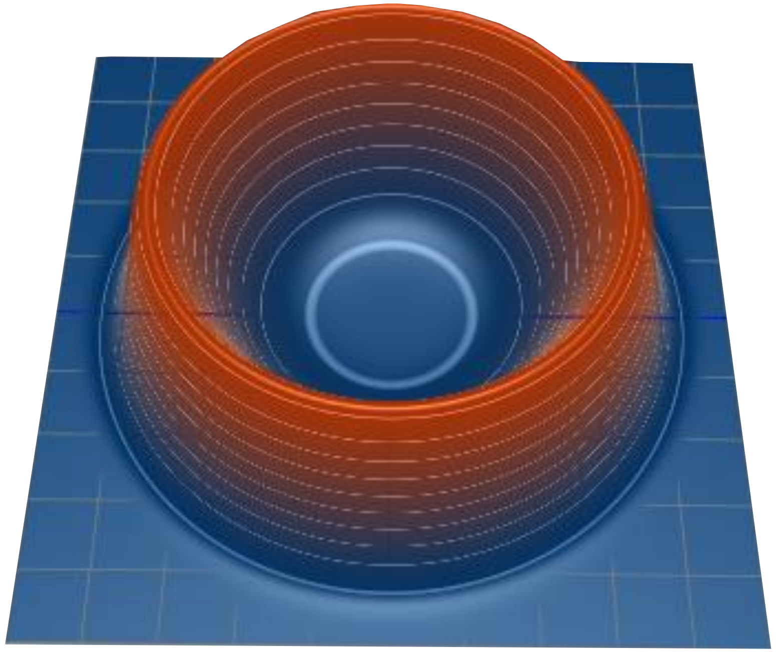
Escolhe um valor aleatório para o momento

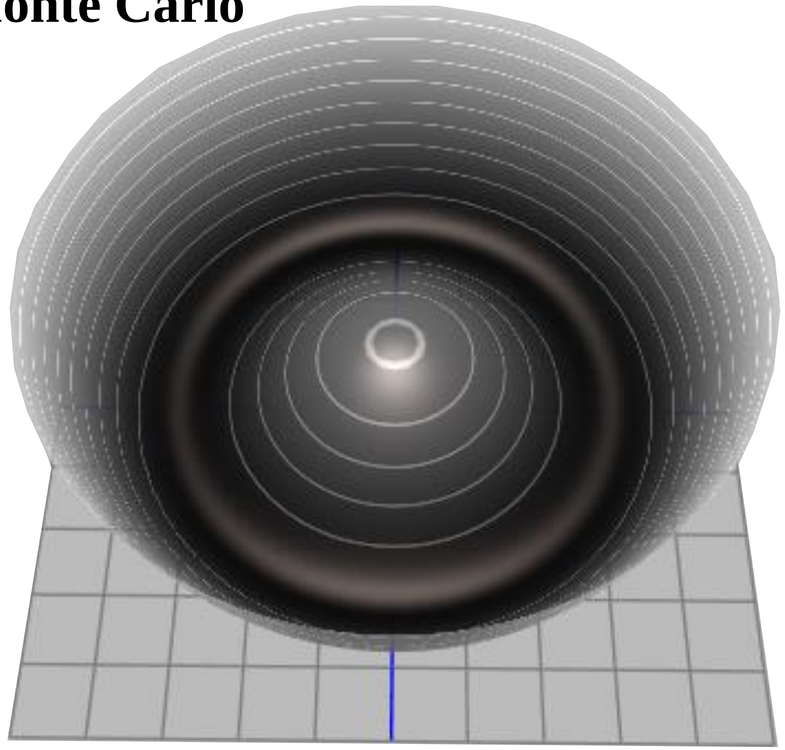
$$\rho \sim \text{MultiNormal}(0, M)$$

Integrador *Leapfrog*

$$H(\rho,\theta) = T(\rho|\theta) + V(\theta)$$

Método Hamiltoniano Monte Carlo





- Gerando transição para as Equações Hamiltoniana

1- Passo:

Escolhe um valor aleatório para o momento

$$\rho \sim \text{MultiNormal}(0, M)$$

2- Passo:

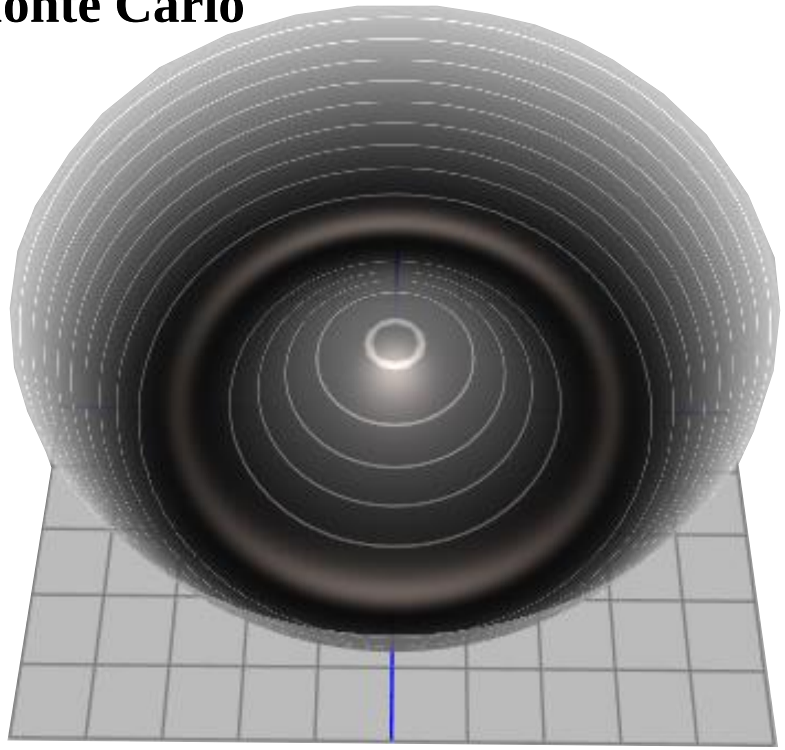
$$\frac{d\theta}{dt} = +\frac{\partial H}{\partial \rho} = +\frac{\partial T}{\partial \rho}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = -\frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{\partial V}{\partial \theta}$$

Integrador *Leapfrog*

$$H(\rho,\theta) = T(\rho|\theta) + V(\theta)$$

Método Hamiltoniano Monte Carlo



$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho,\theta)$$

$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho|\theta) - \log p(\theta)$$

$$H(\rho,\theta) = T(\rho|\theta) + V(\theta)$$

Derivada com relação (θ)

Derivada constante = 0 (zero)

- Gerando transição para as Equações Hamiltoniana

1- Passo:

Escolhe um valor aleatório para o momento

$$\rho \sim \text{MultiNormal}(0, M)$$

2- Passo:

$$\frac{d\theta}{dt} = +\frac{\partial H}{\partial \rho} = +\frac{\partial T}{\partial \rho}$$

0 (zero)

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = -\cancel{\frac{\partial T}{\partial \theta}} - \frac{\partial V}{\partial \theta}$$

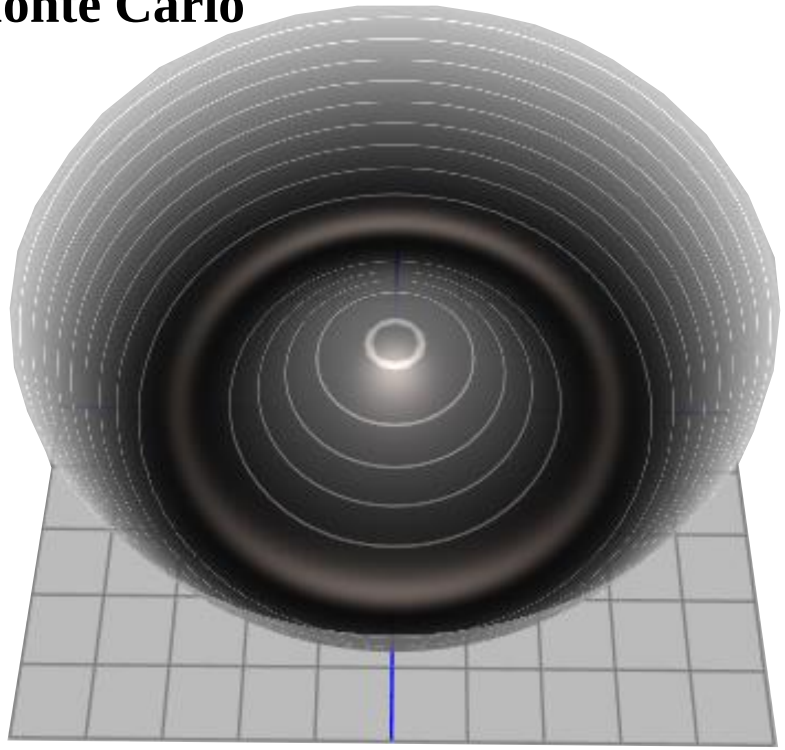
Momento independente da densidade alvo

$$\boxed{p(\rho|\theta) = p(\rho)}$$

Integrador *Leapfrog*

$$H(\rho,\theta) = T(\rho|\theta) + V(\theta)$$

Método Hamiltoniano Monte Carlo



$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho,\theta)$$
$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho|\theta) - \log p(\theta)$$
$$H(\rho,\theta) = T(\cancel{\rho}|\theta) + V(\theta)$$

Derivada com relação (θ)
Derivada constante = 0 (zero)

- Gerando transição para as Equações Hamiltoniana

1- Passo:

Escolhe um valor aleatório para o momento

$$\rho \sim \text{MultiNormal}(0, M)$$

2- Passo:

$$\frac{d\theta}{dt} = +\frac{\partial T}{\partial \rho}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial \theta}$$

Momento independente da densidade alvo

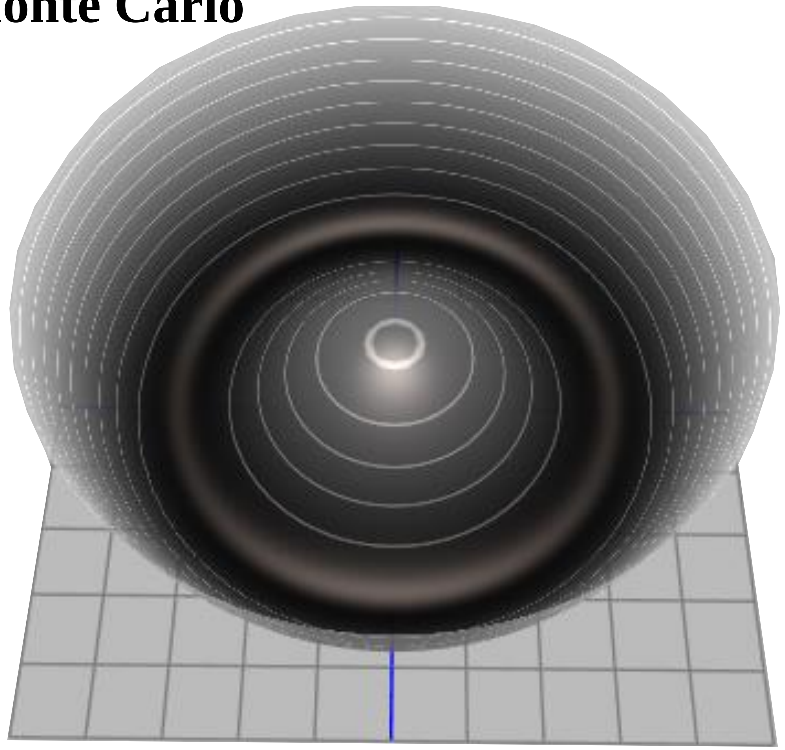
$$\boxed{p(\rho|\theta) = p(\rho)}$$

Integrador *Leapfrog*

$$H(\rho,\theta) = T(\rho|\theta) + V(\theta)$$

carloszarzar_@hotmail.com

Método Hamiltoniano Monte Carlo



$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho,\theta)$$
$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho|\theta) - \log p(\theta)$$
$$H(\rho,\theta) = T(\rho|\theta) + V(\theta)$$

- Gerando transição para as Equações Hamiltoniana

1- Passo:

Escolhe um valor aleatório para o momento

$$\rho \sim \mathrm{MultiNormal}(0, M)$$

2- Passo:

$$\frac{d\theta}{dt} = +\frac{\partial T}{\partial \rho}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial \theta}$$

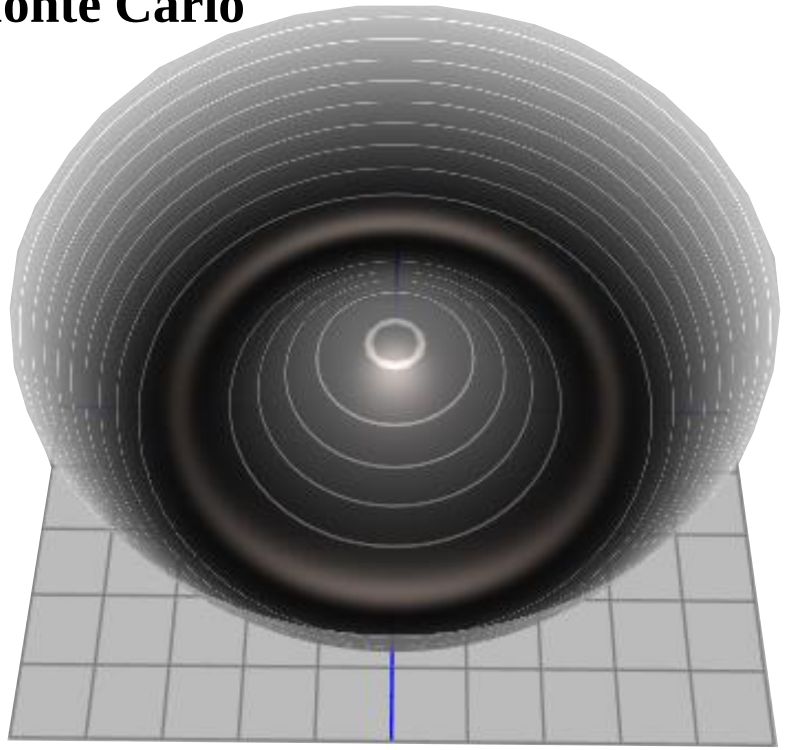
3- Passo: Intervalo de tempo discretizado ϵ

$$\left.\begin{aligned} \rho &\leftarrow \rho - \frac{\epsilon}{2}\frac{\partial V}{\partial \theta} \\ \theta &\leftarrow \theta + \epsilon M^{-1}\rho \\ \rho &\leftarrow \rho - \frac{\epsilon}{2}\frac{\partial V}{\partial \theta} \end{aligned}\right\}$$

Integrador *Leapfrog*

Método Hamiltoniano Monte Carlo

$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho,\theta)$$
$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho|\theta) - \log p(\theta)$$
$$H(\rho,\theta) = T(\rho|\theta) + V(\theta)$$



- Gerando transição para as Equações Hamiltoniana

1- Passo:

Escolhe um valor aleatório para o momento

$$\rho \sim \text{MultiNormal}(0, M)$$

2- Passo:

$$\frac{d\theta}{dt} = +\frac{\partial T}{\partial \rho}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial \theta}$$

3- Passo: Intervalo de tempo discretizado ϵ

$$\rho \leftarrow \rho - \frac{\epsilon}{2}\frac{\partial V}{\partial \theta}$$

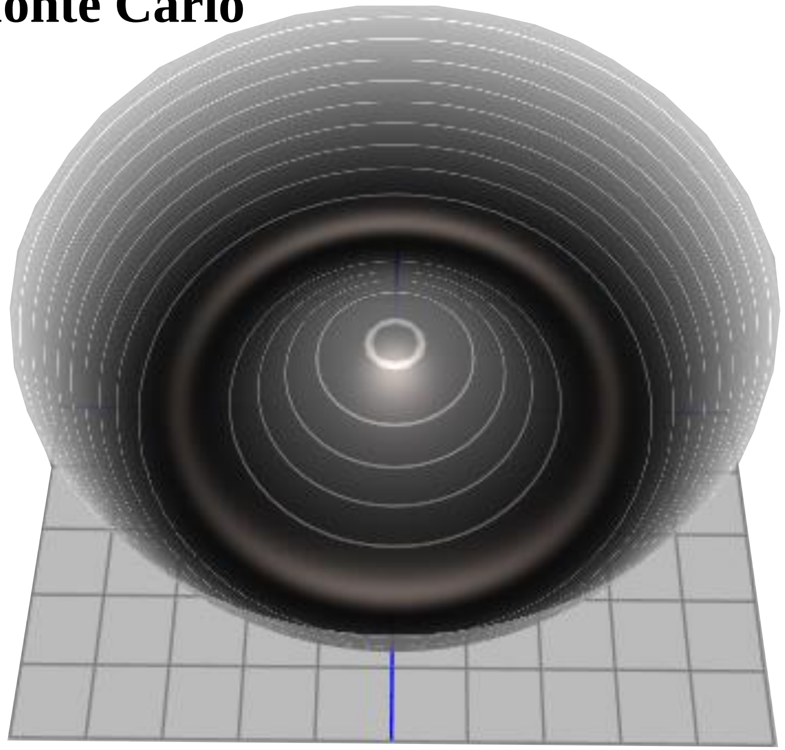
Atualiza meio passo momento;

$$\theta \leftarrow \theta + \epsilon M^{-1} \rho$$

$$\rho \leftarrow \rho - \frac{\epsilon}{2}\frac{\partial V}{\partial \theta}.$$

Método Hamiltoniano Monte Carlo

$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho,\theta)$$
$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho|\theta) - \log p(\theta)$$
$$H(\rho,\theta) = T(\rho|\theta) + V(\theta)$$



- Gerando transição para as Equações Hamiltoniana

1- Passo:

Escolhe um valor aleatório para o momento

$$\rho \sim \text{MultiNormal}(0, M)$$

2- Passo:

$$\frac{d\theta}{dt} = +\frac{\partial T}{\partial \rho}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial \theta}$$

3- Passo: Intervalo de tempo discretizado ϵ

$$\rho \leftarrow \rho - \frac{\epsilon}{2}\frac{\partial V}{\partial \theta}$$ Atualiza meio passo momento;

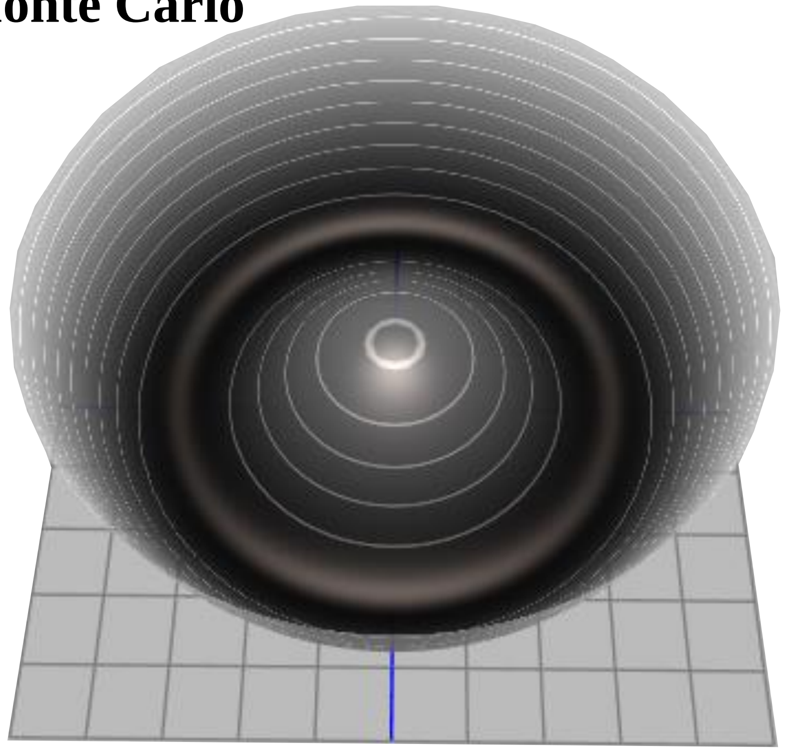
$$\theta \leftarrow \theta + \epsilon M^{-1}\rho$$ Atualiza posição;

$$\rho \leftarrow \rho - \frac{\epsilon}{2}\frac{\partial V}{\partial \theta}.$$

Integrador *Leapfrog*

Método Hamiltoniano Monte Carlo

$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho,\theta)$$
$$H(\rho,\theta) = -\log p(\rho|\theta) - \log p(\theta)$$
$$H(\rho,\theta) = T(\rho|\theta) + V(\theta)$$



- Gerando transição para as Equações Hamiltoniana

1- Passo:

Escolhe um valor aleatório para o momento

$$\rho \sim \mathrm{MultiNormal}(0, M)$$

2- Passo:

$$\frac{d\theta}{dt} = +\frac{\partial T}{\partial \rho}$$
$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial \theta}$$

3- Passo: Intervalo de tempo discretizado ϵ

$$\rho \leftarrow \rho - \frac{\epsilon}{2}\frac{\partial V}{\partial \theta}$$ Atualiza meio passo momento;

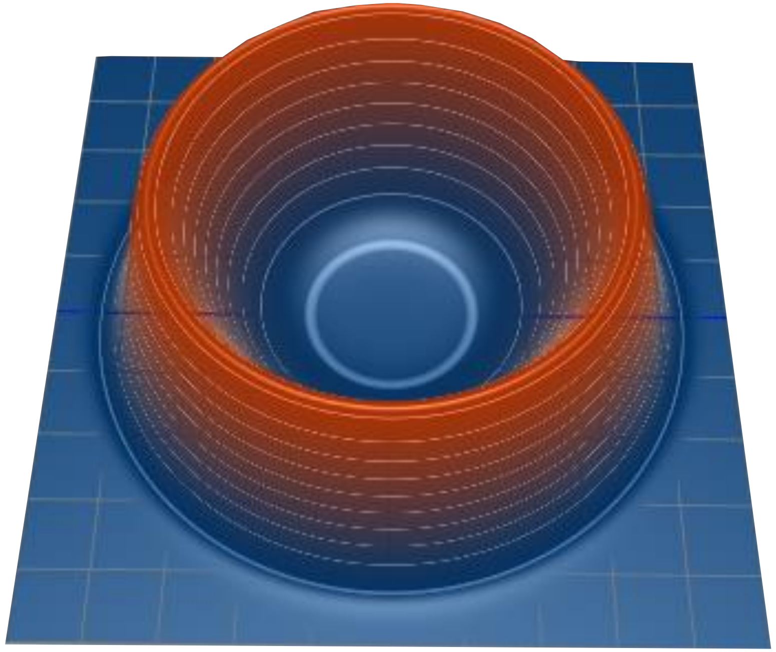
$$\theta \leftarrow \theta + \epsilon M^{-1}\rho$$ Atualiza posição;

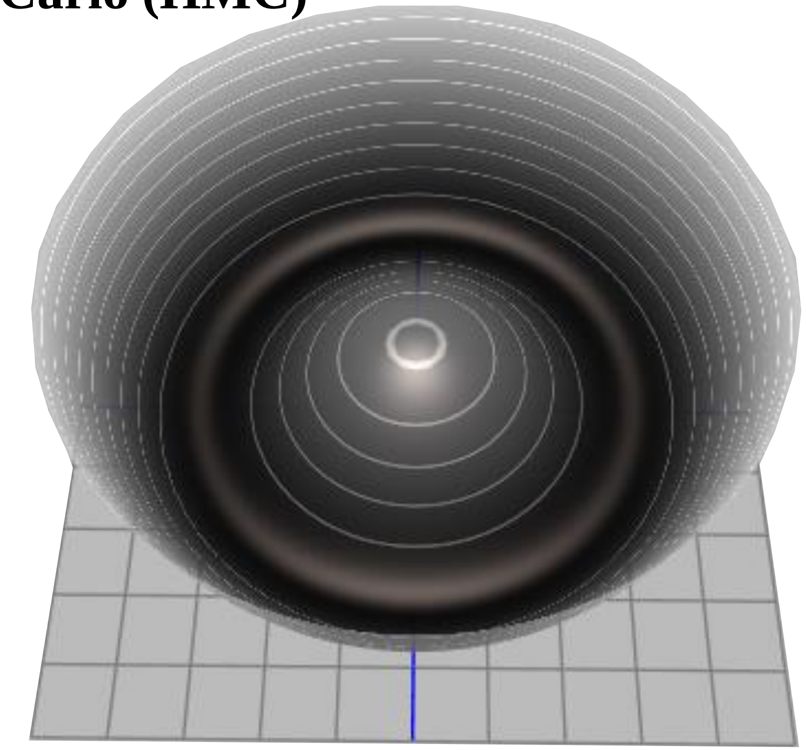
$$\rho \leftarrow \rho - \frac{\epsilon}{2}\frac{\partial V}{\partial \theta}.$$ Atualiza momento;

Repete = L vezes

Integrador *Leapfrog*

Método Hamiltoniano Monte Carlo (HMC)

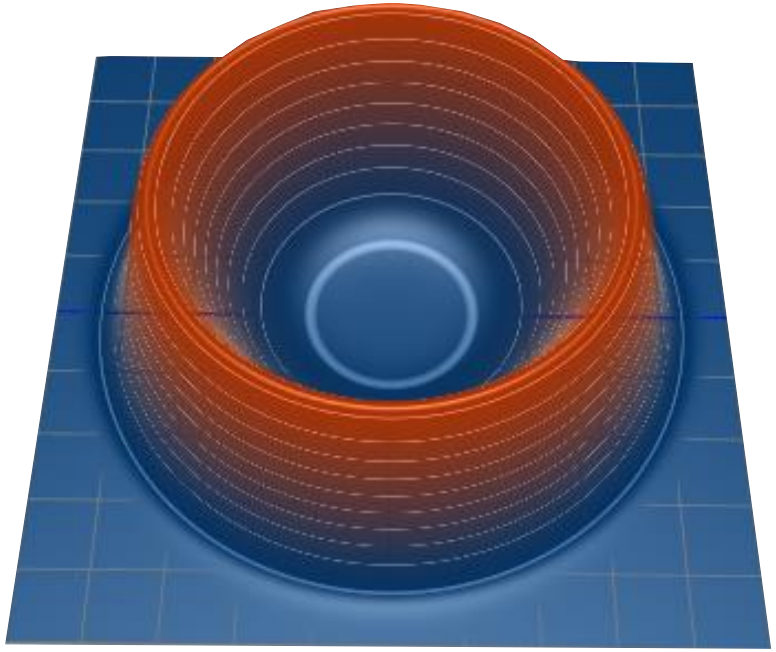


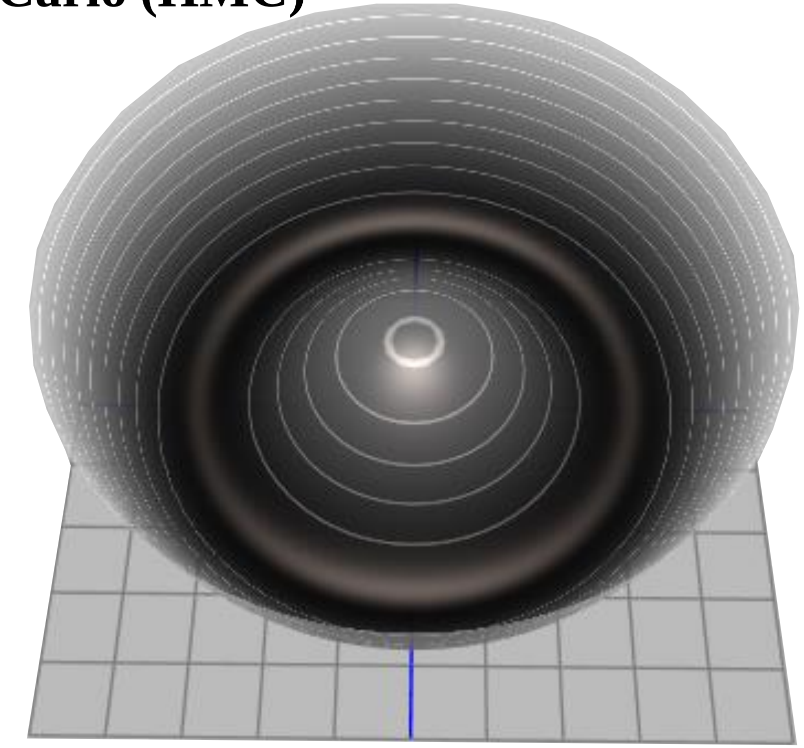


O algoritmo HMC possui três parâmetros a serem definidos:

- discretização tempo ϵ;
- métrica M;
- número de passos dados L.

Método Hamiltoniano Monte Carlo (HMC)

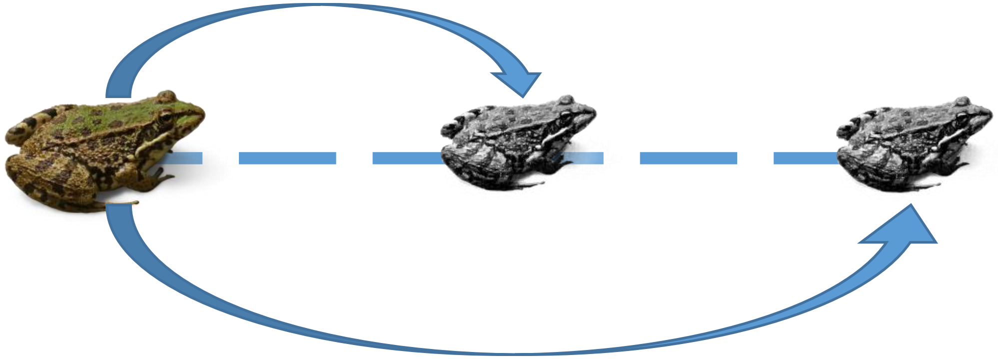




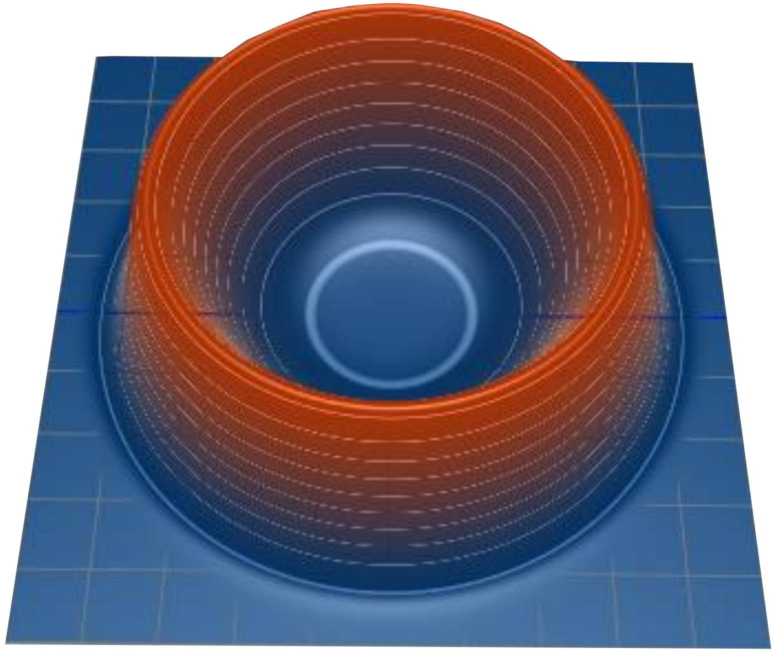
O algoritmo HMC possui três parâmetros a serem definidos:

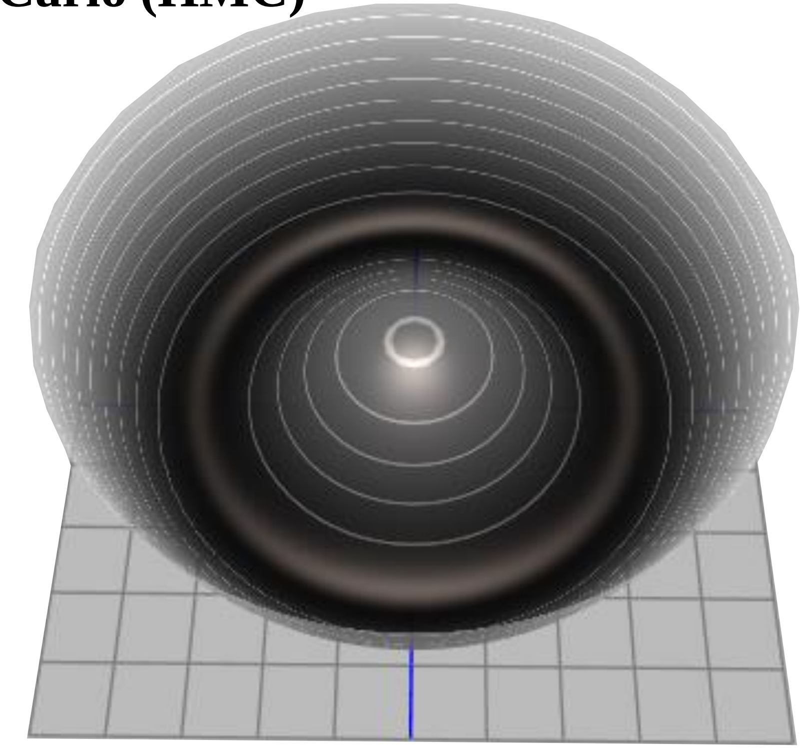
- discretização tempo ϵ; $\longrightarrow$ Tamanho do passo
- métrica M;
- número de passos dados L.

integrador *Leapfrog*



Método Hamiltoniano Monte Carlo (HMC)





O algoritmo HMC possui três parâmetros a serem definidos:

- discretização tempo ϵ;
- métrica M; $\longrightarrow$
- número de passos dados L.

- Variável auxiliar *momento*;

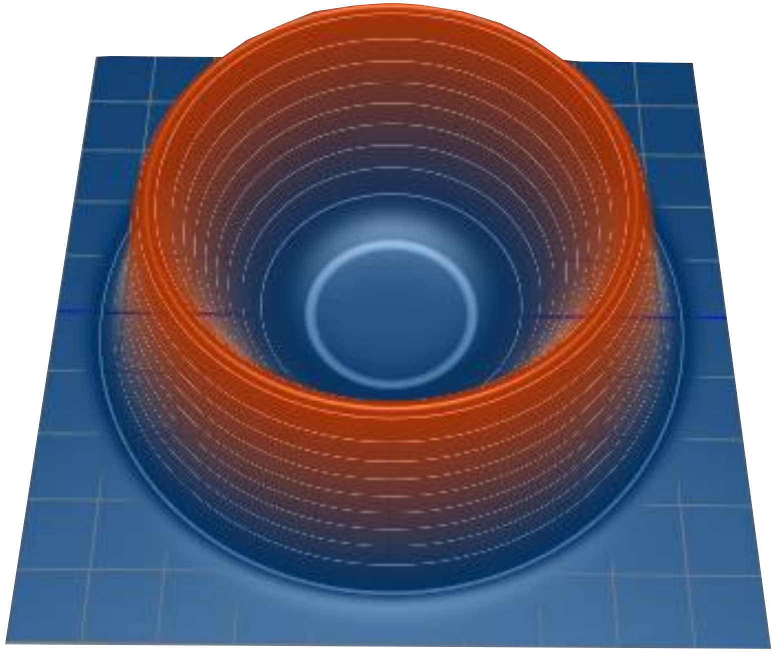
$$p(\rho, \theta) = p(\rho|\theta)p(\theta)$$

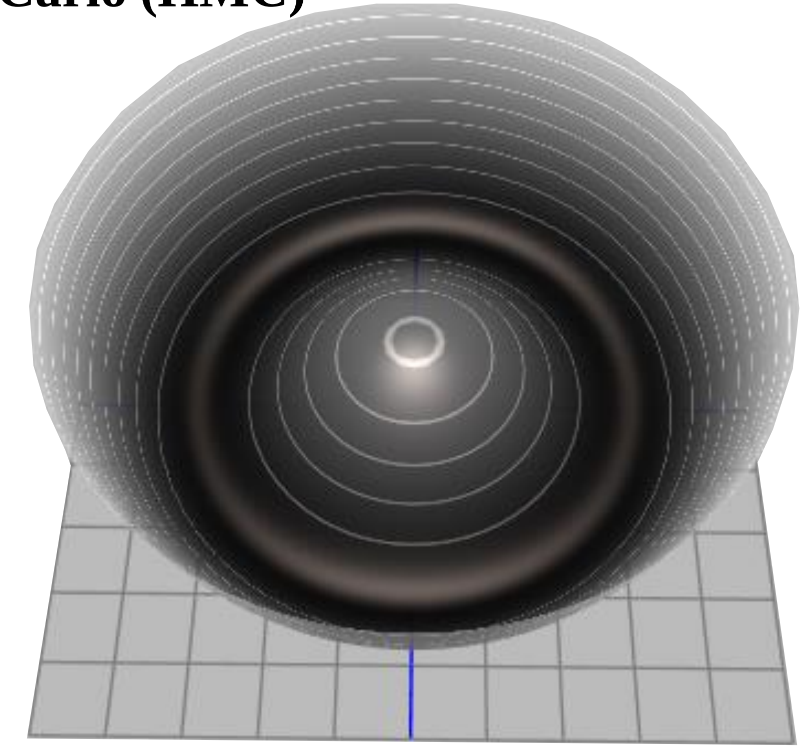
$$\rho \sim \text{MultiNormal}(0, M)$$

M = Matriz Euclidiana

M pode ser visto como uma transformação do espaço paramétrico que torna a amostragem mais eficiente.

Método Hamiltoniano Monte Carlo (HMC)

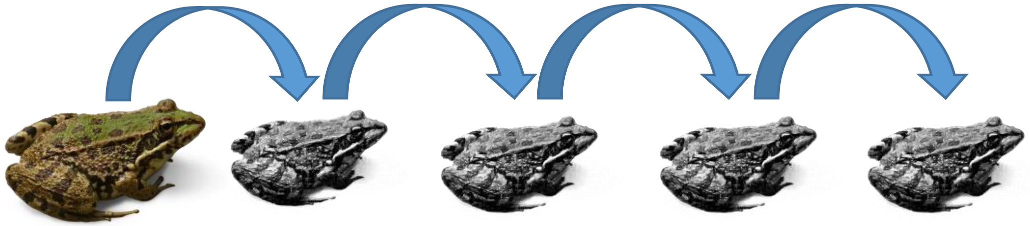




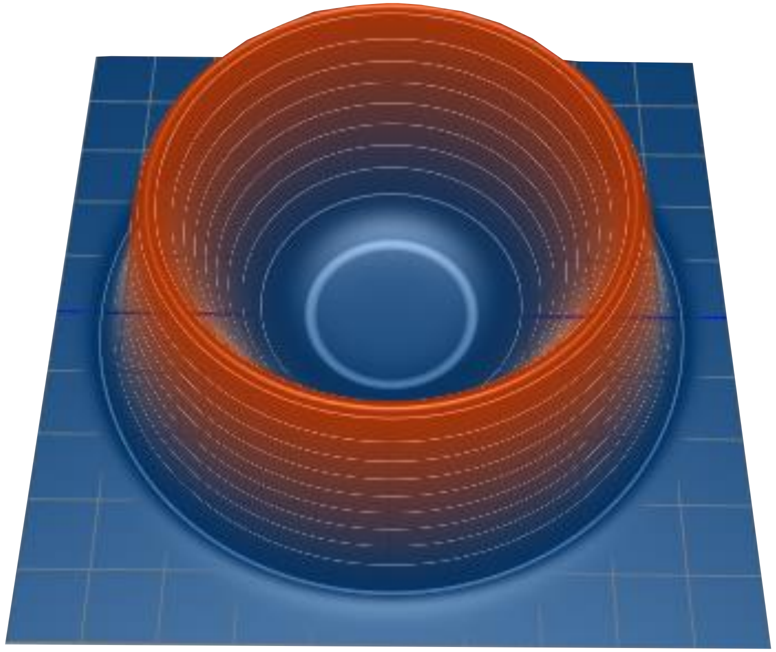
O algoritmo HMC possui três parâmetros a serem definidos:

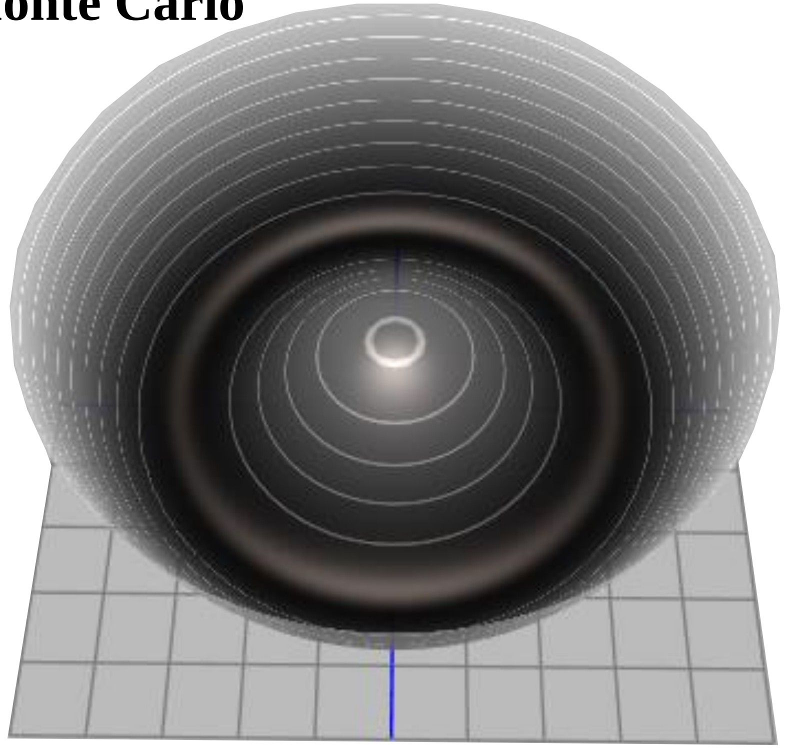
- discretização tempo ϵ;
- métrica M;
- número de passos dados L. → L número de passos

integrador *Leapfrog*



Método Hamiltoniano Monte Carlo

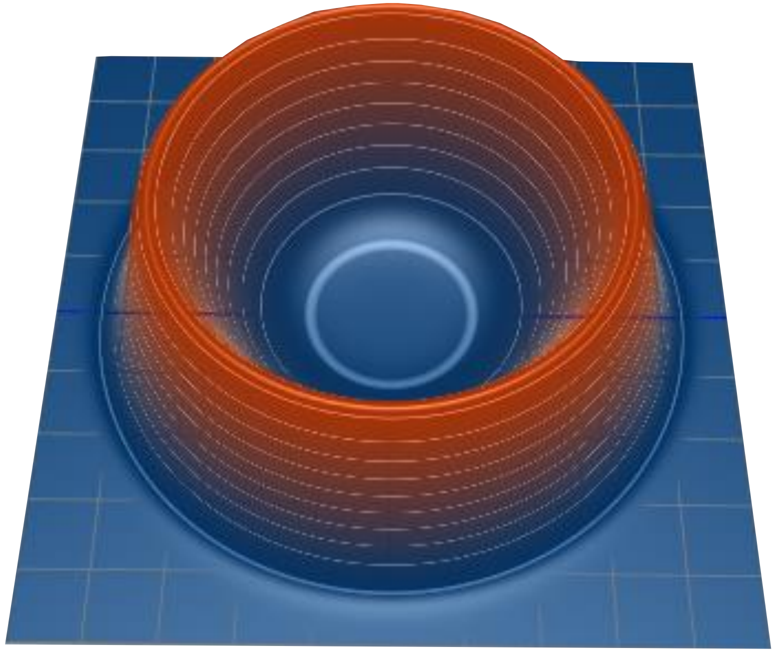


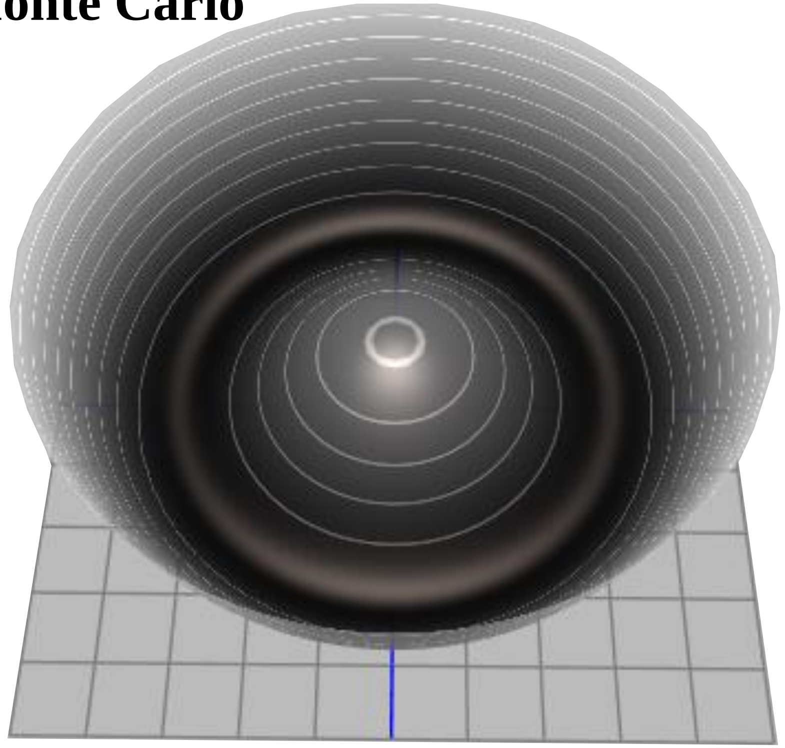


O algoritmo HMC possui três parâmetros a serem definidos:

- discretização tempo ϵ; → Intervalo de tempo (tamanho do passo) necessário para a maioria dos integradores numéricos.
- métrica M;
- número de passos dados L.

Método Hamiltoniano Monte Carlo

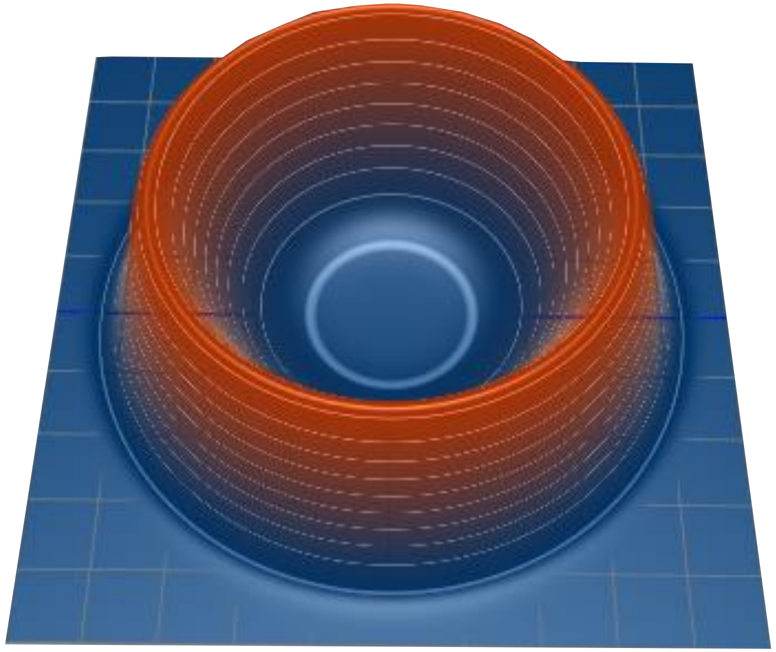


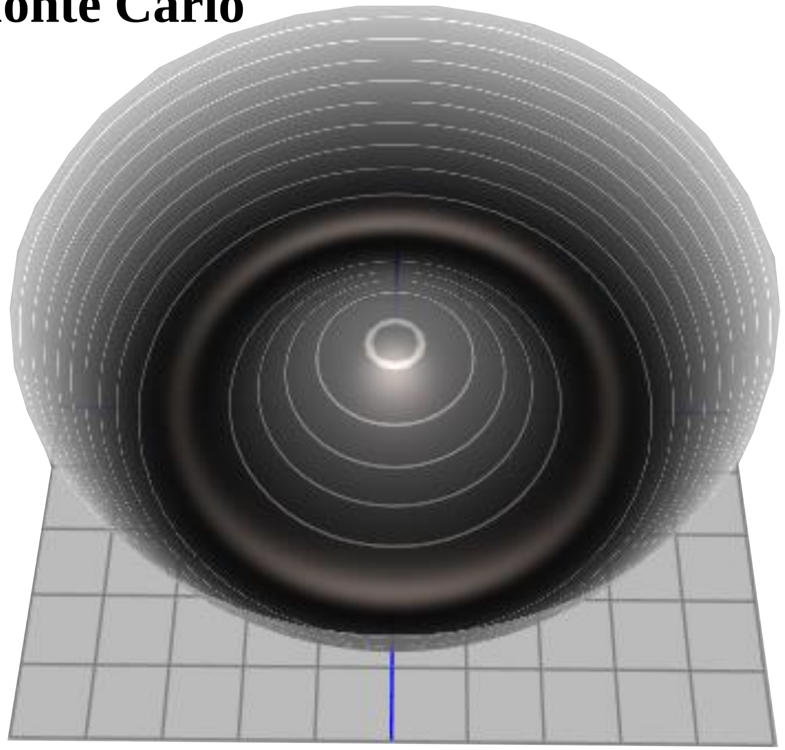


O algoritmo HMC possui três parâmetros a serem definidos:

- discretização tempo ϵ;
- métrica M; ⟶ M pode ser visto como uma transformação do espaço paramétrico que torna a amostragem mais eficiente.
- número de passos dados L.

Método Hamiltoniano Monte Carlo





O algoritmo HMC possui três parâmetros a serem definidos:

- discretização tempo ϵ;
- métrica M;
- número de passos dados L. → L número de passos dados no integrador *Leapfrog*.

Total de simulação:

$$L \times \epsilon$$

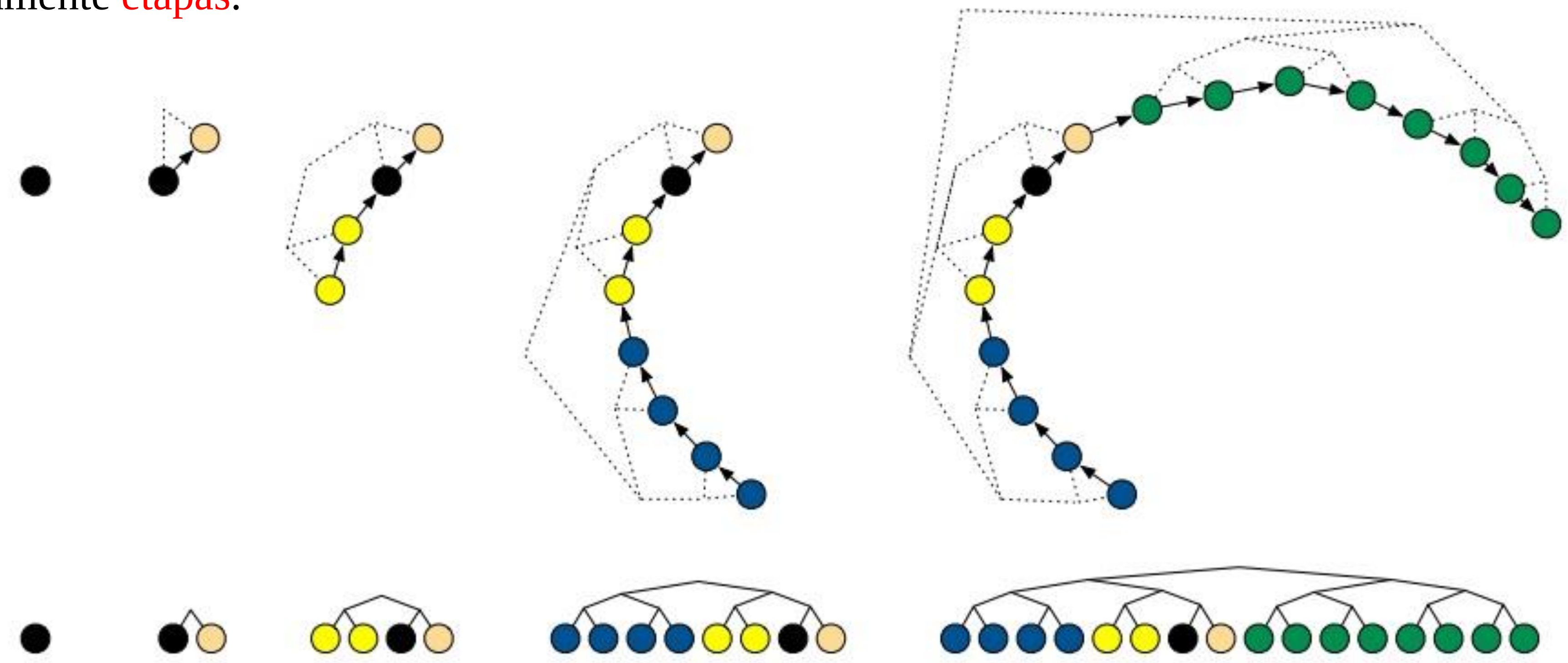
Número de passos x intervalo tempo discretizado (saltos).

Algoritmo de amostragem

- Algoritmo de amostragem;
  - Metropolis-Hasting;
  - Gibbs;
  - Hamiltoniano Monte Carlo;
  - **NUTS;**

No-U-Turn (NUTS) HMC

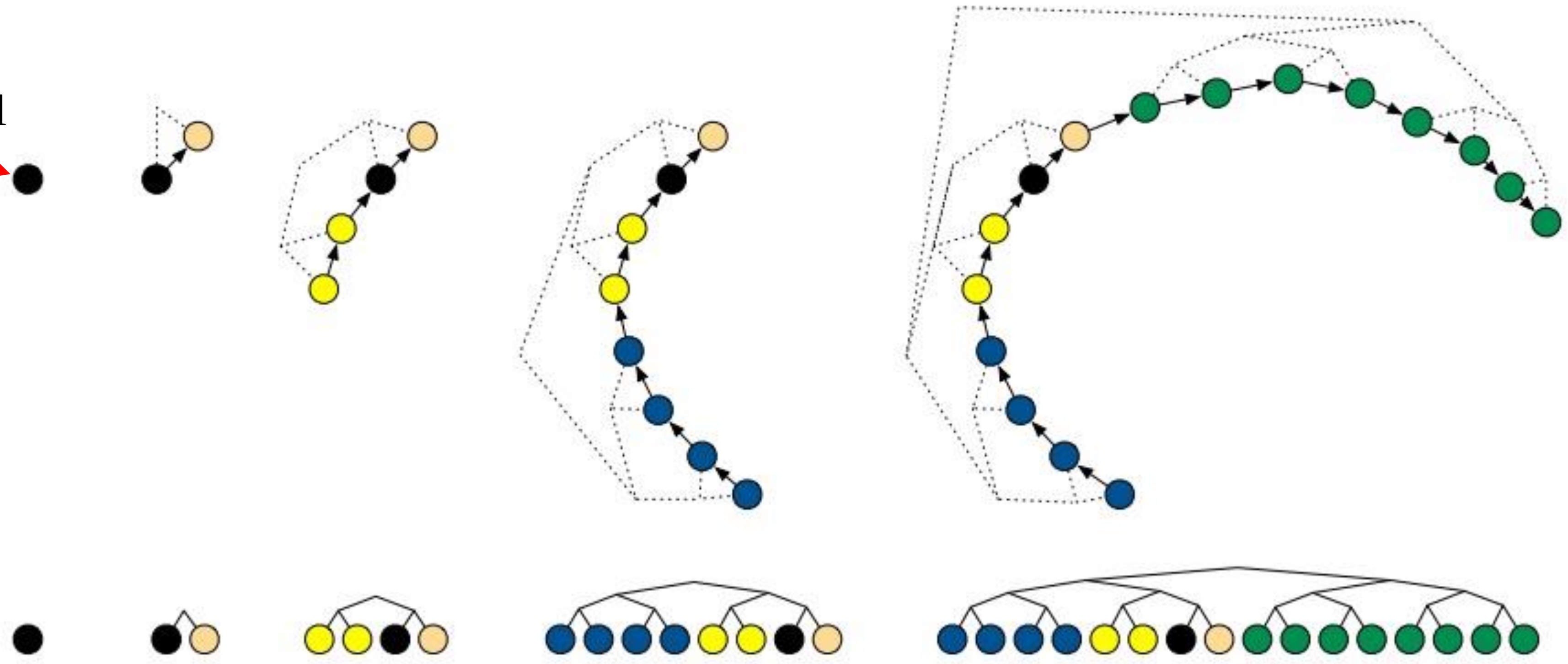
Uma única trajetória NUTS é construída acumulando iterativamente etapas.



Desenha esquemático ilustrando o algoritmo NUTS HMC. Retirado do artigo Hoffman, M. D., & Gelman, A. (2014). The No-U-Turn sampler: adaptively setting path lengths in Hamiltonian Monte Carlo. J. Mach. Learn. Res., 15(1), 1593-1623.

No-U-Turn (NUTS) HMC

Posição inicial

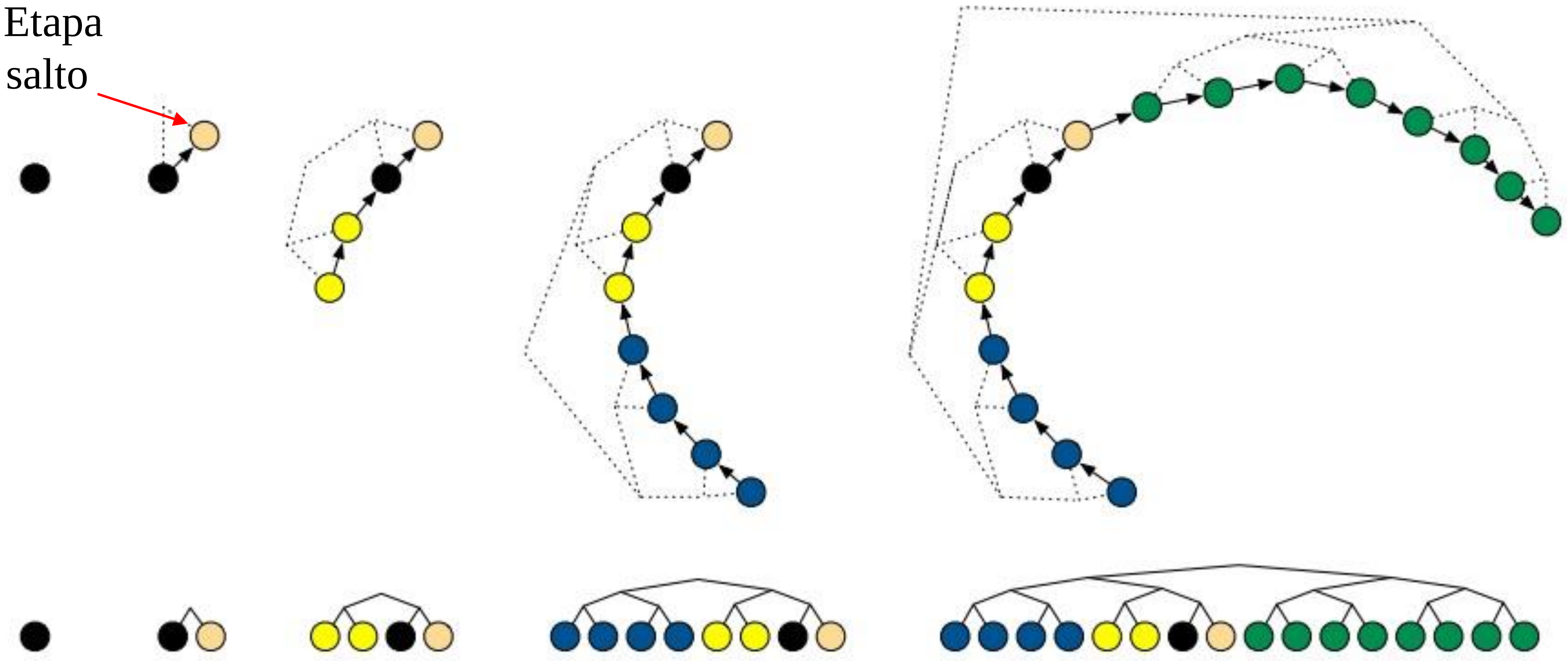


Desenha esquemático ilustrando o algoritmo NUTS HMC. Retirado do artigo Hoffman, M. D., & Gelman, A. (2014). The No-U-Turn sampler: adaptively setting path lengths in Hamiltonian Monte Carlo. J. Mach. Learn. Res., 15(1), 1593-1623.

carloszarzar_@hotmail.com

No-U-Turn (NUTS) HMC

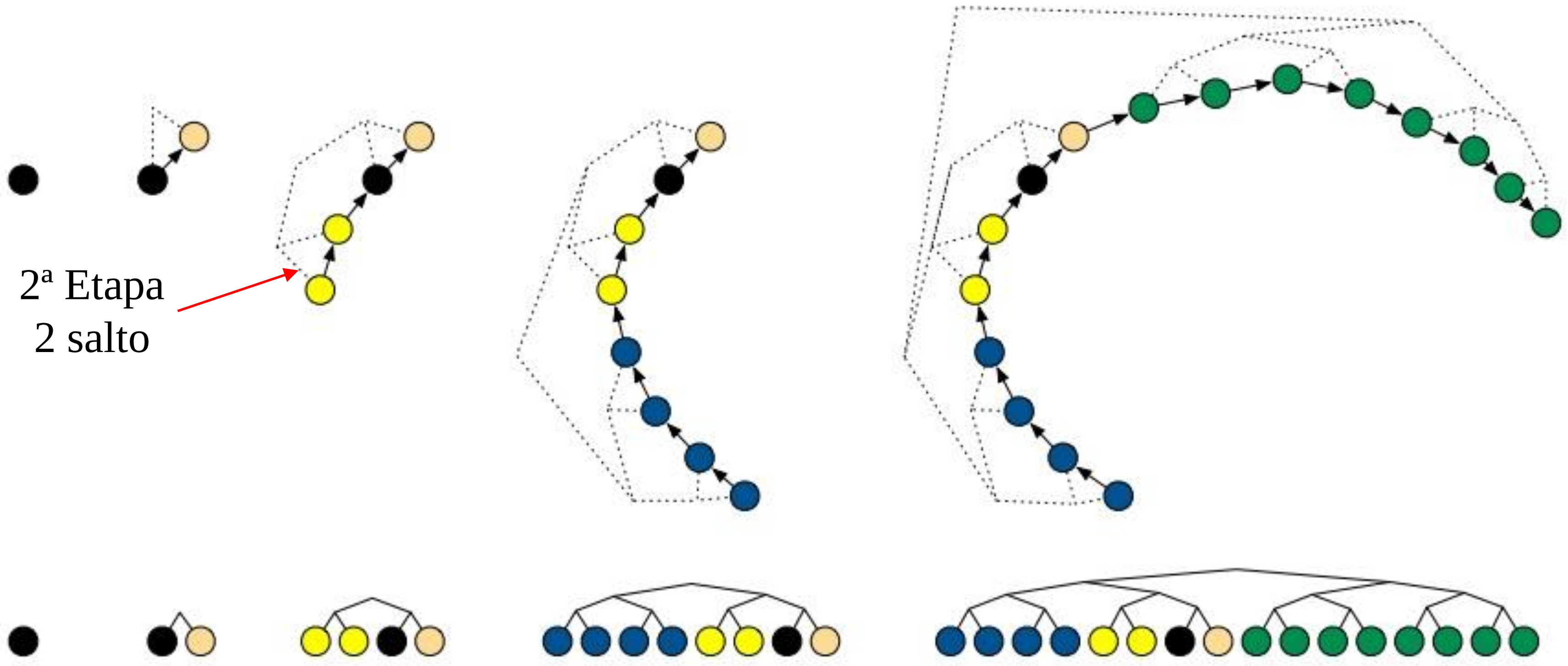
1ª Etapa
1 salto



Desenha esquemático ilustrando o algoritmo NUTS HMC. Retirado do artigo Hoffman, M. D., & Gelman, A. (2014). The No-U-Turn sampler: adaptively setting path lengths in Hamiltonian Monte Carlo. J. Mach. Learn. Res., 15(1), 1593-1623.

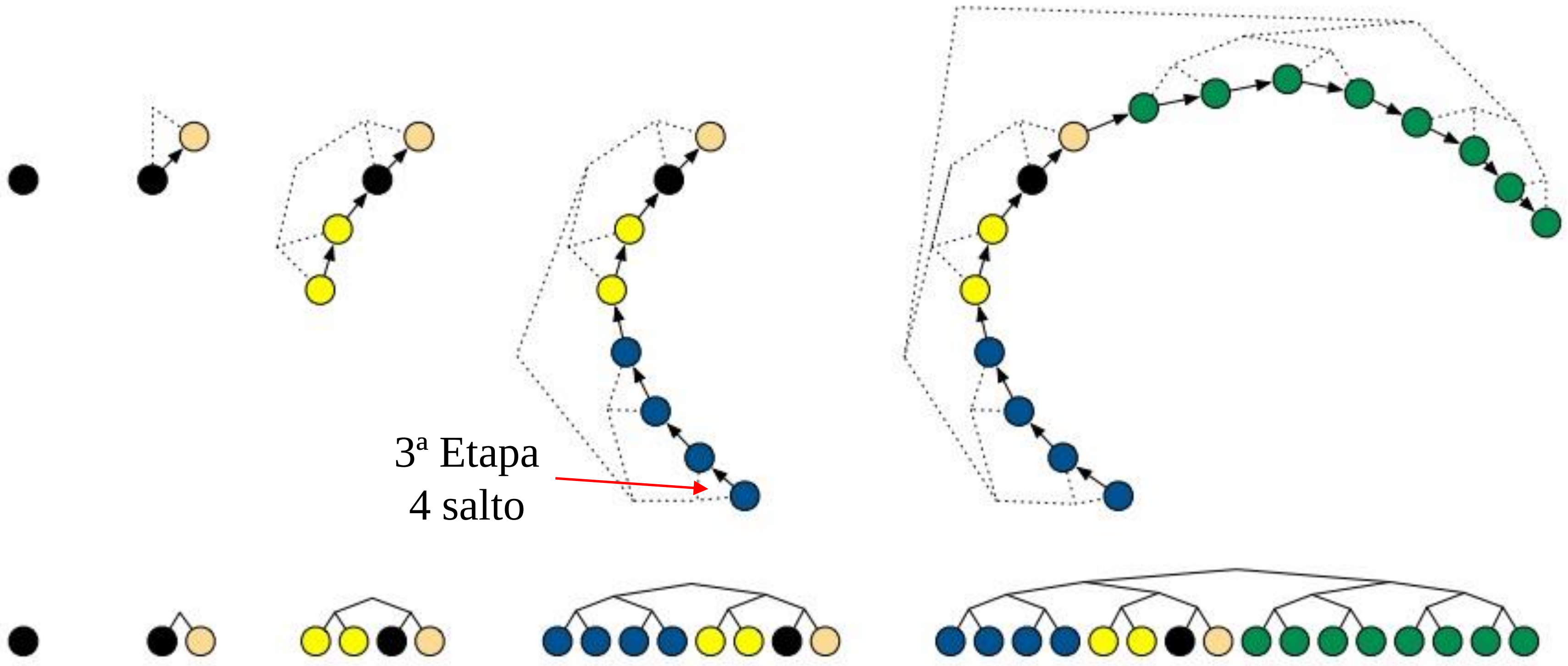
No-U-Turn (NUTS) HMC

2ª Etapa
2 salto



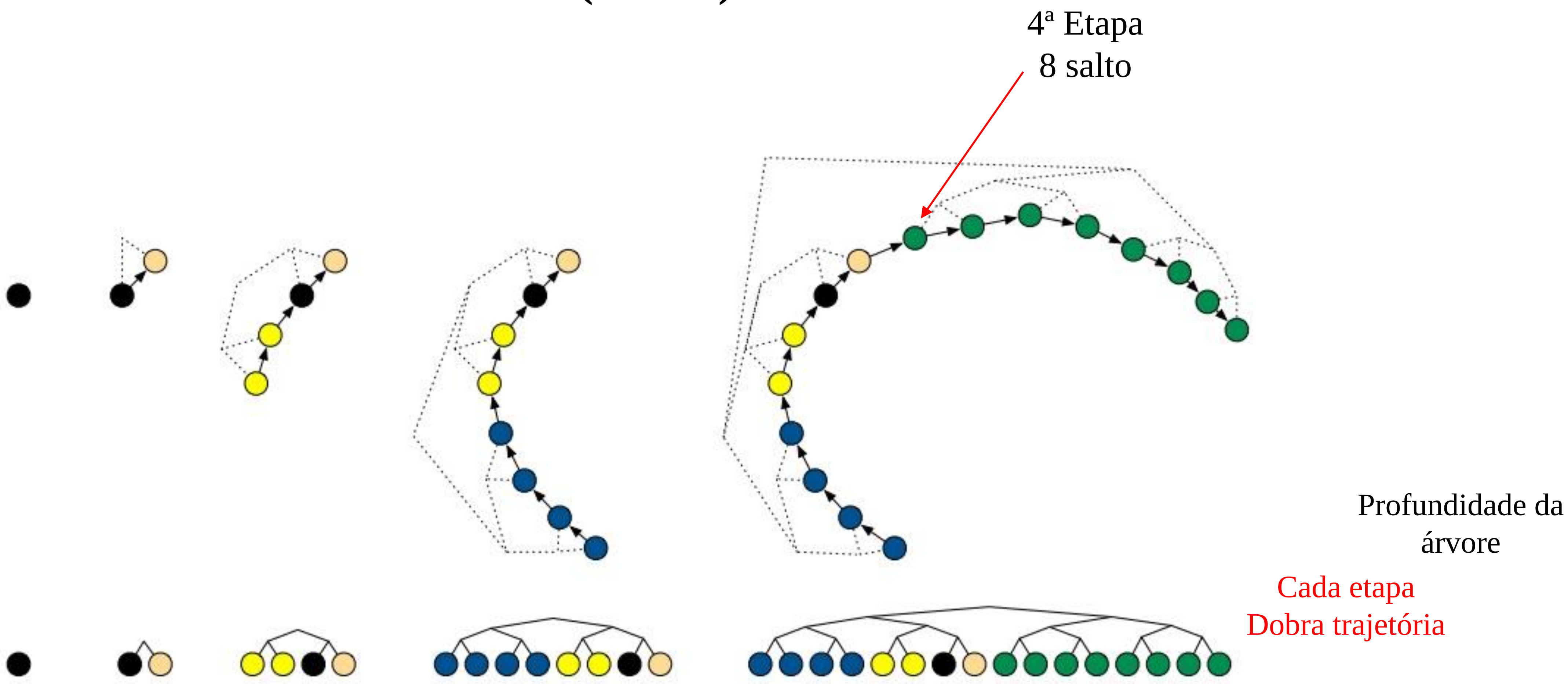
Desenha esquemático ilustrando o algoritmo NUTS HMC. Retirado do artigo Hoffman, M. D., & Gelman, A. (2014). The No-U-Turn sampler: adaptively setting path lengths in Hamiltonian Monte Carlo. J. Mach. Learn. Res., 15(1), 1593-1623.

No-U-Turn (NUTS) HMC



Desenha esquemático ilustrando o algoritmo NUTS HMC. Retirado do artigo Hoffman, M. D., & Gelman, A. (2014). The No-U-Turn sampler: adaptively setting path lengths in Hamiltonian Monte Carlo. J. Mach. Learn. Res., 15(1), 1593-1623.

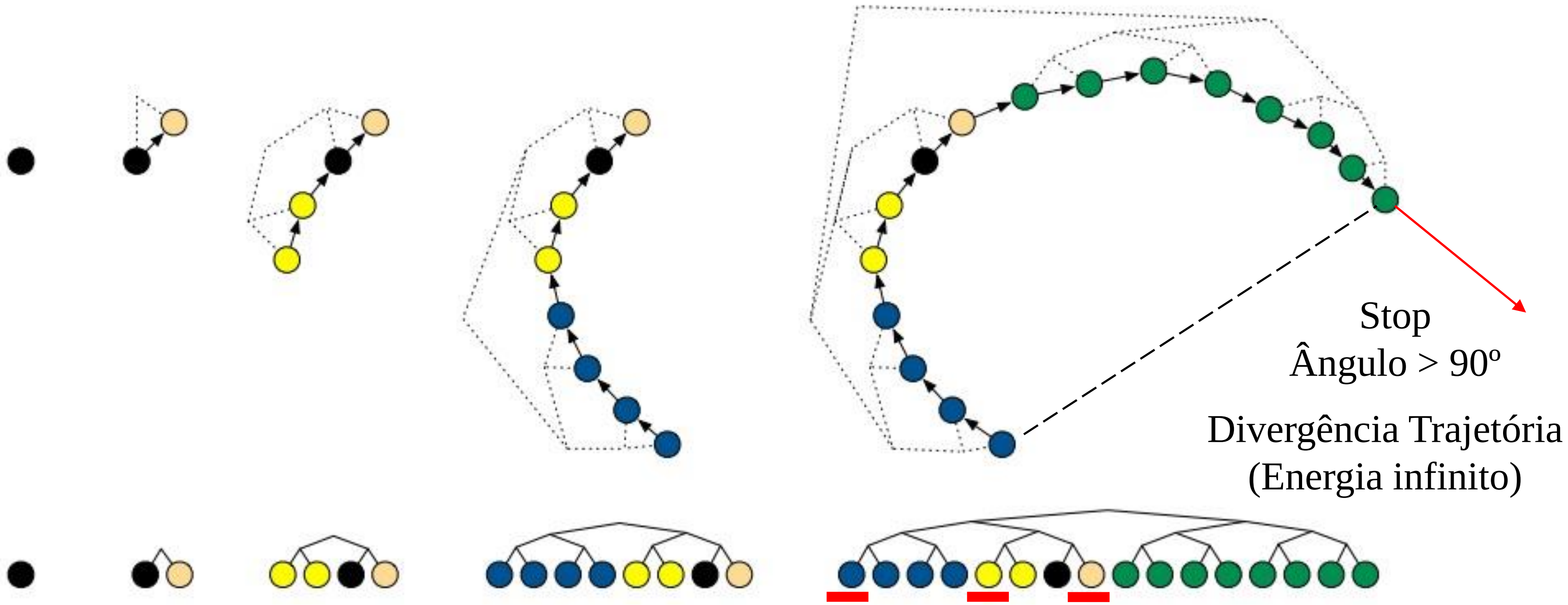
No-U-Turn (NUTS) HMC



Desenha esquemático ilustrando o algoritmo NUTS HMC. Retirado do artigo Hoffman, M. D., & Gelman, A. (2014). The No-U-Turn sampler: adaptively setting path lengths in Hamiltonian Monte Carlo. J. Mach. Learn. Res., 15(1), 1593-1623.

carloszarzar_@hotmail.com

No-U-Turn (NUTS) HMC



Desenha esquemático ilustrando o algoritmo NUTS HMC. Retirado do artigo Hoffman, M. D., & Gelman, A. (2014). The No-U-Turn sampler: adaptively setting path lengths in Hamiltonian Monte Carlo. J. Mach. Learn. Res., 15(1), 1593-1623.

Introdução a linguagem Stan (*rstan*), um software para modelos bayesianos.

Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA)
Campus de Monte Alegre – Engenharia de Aquicultura

AGRADECIMENTO E COLABORADORES:

Obrigado !!!

Professor: Carlos Antônio Zarzar
E-mail: carloszarzar_@hotmail.com
carlos.zarzar@ufopa.edu.br

Data: 09/03/2022