Universidad Intercontinental de la Empresa

Monty Hall Cuántico

Carlota Fernández del Riego

Hugo Iglesias Pombo

Contenido

1 Introducción

1.1 Descripción

El problema de Monty Hall constituye un experimento clásico basado en probabilidad condicional y toma de decisiones con información incompleta. El planteamiento habitual consiste en tres puertas, una de ellas con premio y dos sin él. El jugador elige inicialmente una puerta y, posterior a ello, el presentador revela una puerta distinta que no contiene el premio. La decisión final consiste en mantener la puerta elegida o cambiar a la restante.

Aunque inicialmente pareciera razonable mantener la puerta original, el análisis matemático demuestra que la probabilidad de éxito asciende a 2/3 si se cambia de puerta, frente a 1/3 si se mantiene. Esta diferencia de resultados respecto a la intuición inicial se conoce como la paradoja de Monty Hall.

Este trabajo formula e implementa una versión cuántica del problema, modelando tanto la ubicación del premio como la decisión del jugador mediante registros cuánticos. El objetivo es estudiar cómo la superposición y el momento de la medición influyen en la estrategia óptima, contrastando empíricamente los resultados cuánticos obtenidos con las frecuencias clásicas.

1.2 Planteamiento

Se codifican las tres puertas mediante un registro de dos qubits, asignando:

- $|00\rangle|00\rangle$: Puerta 0
- $|01\rangle|01\rangle$: Puerta 1
- $|10\rangle|10\rangle$: Puerta 2

El premio se inicializa en estado superpuesto uniforme:

$$| P\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(| 00\rangle + | 01\rangle + | 10\rangle)$$

De este modo, la ubicación no está definida físicamente hasta que se realice una medición. La elección del jugador se modela inicialmente como un estado clásico $|00\rangle|00\rangle$, para facilitar la interpretación de la evolución posterior. Se estudian dos escenarios:

1. **Presentador con medición intermedia**

Se realiza una medición del registro del premio antes de revelar una puerta. Esto colapsa la superposición y transforma el problema en probabilístico clásico.

2. **Presentador sin medición intermedia**

La revelación se modela sin colapso del sistema, preservando coherencia cuántica y evitando la transferencia de información directa al jugador.

Sobre ambos escenarios se evaluaron las estrategias:

- **Mantener**: No se altera el registro del jugador
- **Cambiar**: Se actualiza el estado del jugador a la puerta restante posible

1.3 Diferenciación

En la formulación clásica, el sistema tiene estado definido desde el inicio, aunque el jugador no lo conozca. El recorrido del presentador no altera el sistema físico, simplemente revela información existente.

En la formulación cuántica:

- La ubicación del premio no existe de forma determinada hasta la medición.
- La acción de revelar información implica colapso del estado, no simple observación.
- La estrategia óptima depende de la secuencia de mediciones y no sólo del razonamiento estadístico.

El proyecto incluye simulación clásica y simulación cuántica, lo cual permite contrastar empíricamente ambos comportamientos, confirmando resultados teóricos en ambos dominios.

2 Implementación

2.1 Modificaciones

Durante el desarrollo se realizaron las siguientes decisiones de diseño:

- La elección inicial del jugador se fijó en $|00\rangle$, de modo que la dinámica observada depende exclusivamente de la coherencia cuántica o del colapso inducido por medición.
- La simulación sin medición no emplea puertas unitarias específicas para la revelación, sino la evolución directa del estado compuesto (premio-jugador).
- La simulación con medición intermedia colapsa explícitamente el estado superpuesto, reproduciendo el comportamiento clásico.
- Se repitieron simulaciones múltiples para garantizar convergencia estadística.

Operador de Cambio

Dado que existen tres puertas {0,1,2}, el operador de cambio debe mapear:

- Si la elección inicial es 0 → cambiar resulta en {1,2}
- Si la elección inicial es 1 → cambiar resulta en {0,2}
- Si la elección inicial es 2 → cambiar resulta en {0,1}

Para modelarlo como unidad cuántica controlada, asumimos que el host revela una puerta segura distinta. Por lo tanto, el operador resultante se puede definir en el subespacio como:

$$U_{\text{swap}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

y que actúa sobre el registro del jugador, condicionada a la puerta revelada. Formalmente se define como:

$$U = \sum_{p,j \in \{0,1,2\}} |\, p\rangle\langle p\, | \otimes U_{j \to f(p,j)}$$

2.2 Resultados

Los resultados obtenidos permiten distinguir con claridad ambos modelos:

a. Modelo clásico: referencia empírica

Simulaciones clásicas mediante generación pseudoaleatoria arrojaron:

Estrategia	Probabilidad de éxito aproximada
Mantener	0.3379
Cambiar	0.6654

Estos valores coinciden con la distribución teórica establecida (1/3,2/3).

b. Modelo cuántico sin medición intermedia

Al mantener el sistema íntegramente en superposición:

- La probabilidad de que el jugador acierte manteniendo fue **0.3333**
- La probabilidad de acertar cambiando fue **0.3333**

Esto demuestra que, al no existir revelación parcial de información, las estrategias se vuelven estadísticamente equivalentes, es decir, la ventaja clásica desaparece completamente.

c. Modelo cuántico con colapso intermedio

Cuando se fuerza una medición del registro del premio antes de la decisión final:

- Probabilidad de éxito manteniendo: **0.3246**
- Probabilidad de éxito cambiando: **0.6617**

Estos valores reproducen casi exactamente los del experimento clásico (1/3 - 2/3), y el colapso de la superposición trae de vuelta la asimetría entre estrategias.

Comparativa global de estrategias

Modelo	Mantener	Cambiar
Enfoque clásico	≈0,3379	≈0,6654
Cuántico sin medición	≈0,3333	≈0,3333
Cuántico con medición	≈0,3246	≈0,6617

Se observa que la ventaja de cambiar sólo reaparece cuando existe medición explícita, ya que, sin medición, la simetría del estado evita que el jugador obtenga ventaja estratégica. Estos resultados confirman experimentalmente que la ventaja clásica surge exclusivamente cuando la información es revelada explícitamente antes de la decisión, y no es consecuencia inherente a la estructura del problema.

3 Conclusión

La reformulación cuántica del problema de Monty Hall muestra que la estrategia óptima depende directamente del momento en el que se obtiene información sobre el sistema. Cuando el estado cuántico se mantiene coherente, el premio permanece simultáneamente distribuido entre las tres puertas y la decisión de cambiar o mantener la puerta inicial resulta indistinguible en términos de probabilidad de acierto (≈0,33).

Sin embargo, si se mide la ubicación del premio antes de la decisión, lo que produce el correspondiente colapso del estado, provoca nuevamente la aparición de la diferenciación clásica. Es decir, la estrategia de cambiar ofrece aproximadamente el doble de probabilidad de éxito (≈0,66) frente a mantener (≈0,33).

Esto demuestra que el fenómeno no es puramente probabilístico, sino físico ya que la observación y la medición alteran el estado del sistema de forma irreversible. Abrir una puerta deja de ser un acto pasivo y se convierte en una operación cuántica que modifica el estado global del sistema.

Así, el experimento no solo recupera el resultado clásico bajo condiciones de medición, sino que muestra que, en ausencia de observación, dichos resultados dejan de tener sentido. Se obtiene una visión más profunda de la relación entre información, medición y decisión óptima, aportando evidencia clara de cómo el formalismo cuántico modifica estrategias óptimas conocidas.

Referencias bibliográficas

Flitney, A. P., & Abbott, D. (2002). Quantum version of the Monty Hall problem. Physical Review A, 65(6), 062318.

Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2011). Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge University Press.

Rigetti Computing. PyQuil Documentation - https://pyquil-docs.rigetti.com/

IBM Research. Qiskit Textbook: Measurements in Quantum Systems - https://qiskit.org/textbook