

# This is a Very Important Title!

Person McSomething  
(Dated: October 25, 2021)

This abstract is abstract.

If you want to learn more about using L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, you should check UiO's official tutorials: <https://www.mn.uio.no/ifi/tjenester/it/hjelp/latex/>

If you are familiar with L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X and you want to learn more about the REVTeX4-1 document class, check: [http://www.physics.csbsju.edu/370/papers/Journal\\_Style\\_Manuals/auguide4-1.pdf](http://www.physics.csbsju.edu/370/papers/Journal_Style_Manuals/auguide4-1.pdf)

## I. INTRODUKSON

## II. TEORI

Legger vi til flere partikler i systemet som kan påvirke hverandre med Coloumb krefter, så får vi en bevegelse som ser slik ut:

$$\ddot{x}_i - \omega_{0,i} \ddot{y}_i - \frac{1}{2} \omega_{z,i}^2 x_i - k_e \frac{q_e}{m_i} \sum_{j \neq i} q_j \frac{x_i - x_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} = 0$$

$$\ddot{y}_i - \omega_{0,i} \ddot{x}_i - \frac{1}{2} \omega_{z,i}^2 y_i - k_e \frac{q_e}{m_i} \sum_{j \neq i} q_j \frac{y_i - y_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} = 0$$

$$\ddot{z}_i + w_{z,i}^2 z_i - k_e \frac{q_e}{m_i} \sum_{j \neq i} q_j \frac{z_i - z_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} = 0$$

Som det vil bli forklart dypere hvordan i Metode-delen skal vi bruke to numeriske metoder for å simulere banen. Den ene er Eulers meotde og den andre er Runge Kutta 4. For Euler-Cromer vil vi ha en feilorden av orden  $O(h)$

## III. METODE

### Enpartikkelsystemet

Vi starter først med et enpartikkelsystem. Vi setter partikkelen i samme posisjon som i den analytiske delen, altså

$$\vec{r}(0) = \begin{bmatrix} x_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

og

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

hvor vi setter  $x_0 = 1\mu m$  og  $v_0 = 1\frac{\mu m}{\mu s}$  for enkelhetsskyld. Vi bruker så at det elektriske feltet kan skrives som

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} V_0 \frac{x}{d^2} \\ V_0 \frac{y}{d^2} \\ -2V_0 \frac{z}{d^2} \end{pmatrix}$$

og det magnetiske feltet er  $\vec{B} = (0, 0, B_0)$ . Vi vet også at den eksterne kraften er gitt som

$$\vec{F}_{eks} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

og slik kan vi regne ut den eksterne kraften. Så skal vi bruke dette som kraften når vi bruker de numeriske metodene. Vi starter med Eulers metode som er ganske rett fram:

---

---

Some maths, e.g  $f(x) = x^2$ .  
**for**  $i = 0, 1, \dots, N-1$  **do**

$$r_{i+1} \leftarrow r_i + v_i \cdot h$$

$$v_{i+1} \leftarrow v_i + \frac{F(r_i, v_i)}{m} \cdot h$$

---

Runge Kutta 4 er litt mer komplisert:

---

Some maths, e.g  $f(x) = x^2$ .  
**for**  $i = 0, 1, \dots, N - 1$  **do**

```

     $R \leftarrow r_i$ 
     $V \leftarrow v_i$ 
     $vk_1 \leftarrow h \cdot F(r_i, v_i)$ 
     $rk_1 \leftarrow h \cdot v_i$ 
     $v_{i+1} \leftarrow V + vk_1/2.0$ 
     $r_{i+1} \leftarrow R + rk_1/2.0$ 
     $vk_2 \leftarrow h \cdot \frac{F(r_{i+1}, v_{i+1})}{m}$ 
     $rk_2 \leftarrow h \cdot v_{i+1}$ 
     $v_{i+1} \leftarrow V + vk_2/2$ 
     $r_{i+1} = R + rk_2/2$ 
     $vk_3 \leftarrow h \cdot F(r_{i+1}, v_{i+1})/m$ 
     $rk_3 \leftarrow h \cdot v_{i+1}$ 
     $v_{i+1} \leftarrow V + vk_3$ 
     $r_{i+1} \leftarrow R + rk_3$ 
     $vk_4 \leftarrow h \cdot F(r_{i+1}, v_{i+1})/m$ 
     $rk_4 \leftarrow h \cdot v_{i+1}$ 
     $v_{i+1} = V + (vk_1 + 2vk_2 + 2vk_3 + vk_4)/6$ 
     $r_{i+1} = R + (rk_1 + 2rk_2 + 2rk_3 + rk_4)/6;$ 

```

---

### Topartikkelsystemet

I simulasjonene for topartikkelsystemet vil vi kun bruke Runge Kutta 4. Vi setter en ny partikkel i posisjonen  $\vec{r}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  og hastigheten  $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

## IV. RESULTATER

### Énpartikkelsystemet

Vi fikk at i énpartikkelsystemet så ble posisjonene som gitt i figur IV. Av den analytiske løsningen var  $\omega_z = \frac{2qV_0}{md^2}$  som med våre verdier gir  $\omega_z = 0,982\text{Hz}$ . Hastigheten fra den numeriske løsningen ble som i figur IV. De relative feilene for Eulers metode over tiden ble seende ut som i figur IV, mens de relative feilene for Runge-Kutta 4 er gitt i figur IV

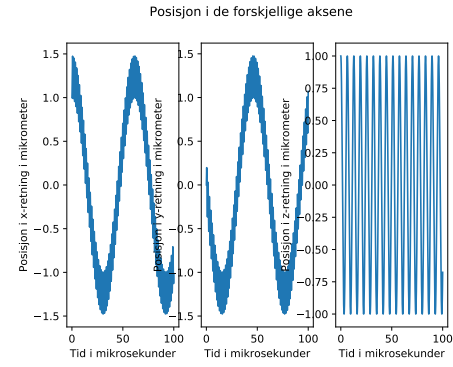


Figure 1. Posisjonene fordelt i x,y og z-retning for en partikkel alene i systemet.

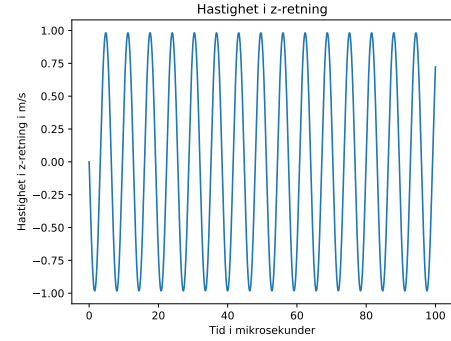


Figure 2. Hastigheten i z-retning for en partikkel alene i fella.

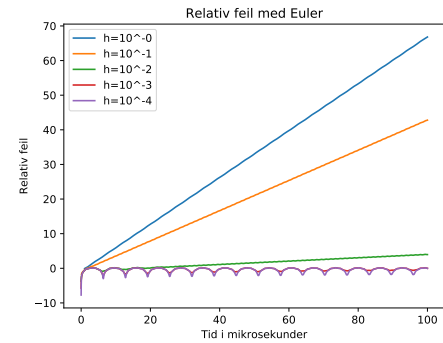


Figure 3. De relative feilene over tiden for ulike tidssteg ved bruke av Eulers metode

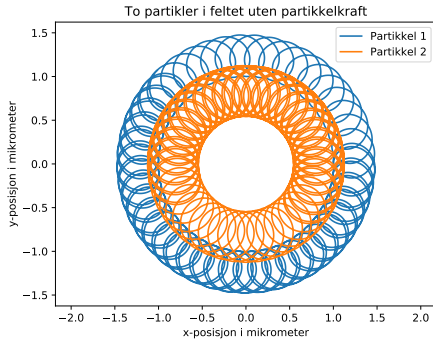


Figure 5. To partikler som ikke gir forveksler kraft med hverandre i feltet

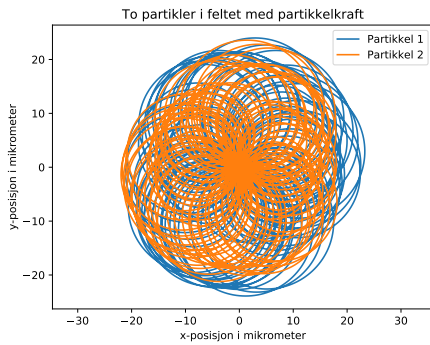


Figure 6. To partikler i feltet som også kan virke på hverandre.

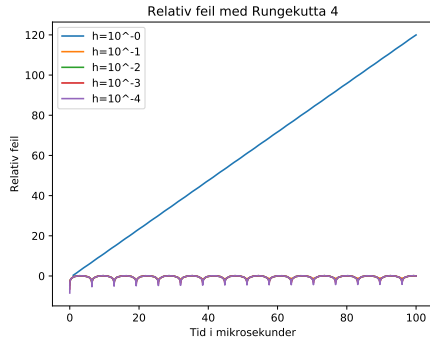


Figure 4. De relative feilene over tiden for ulike tidssteg ved å bruke Runge Kutta 4

### To-partikkelsystemet

Partiklene uten interaksjon vil se ut som i figur IV i xy-planet. Partiklene med interaksjon ble derimot seende ut som på figur IV i xy-planet I tre dimensjoner vil banene se ut som i figur IV uten partikkelinteraksjon, mens banene med partikkelinteraksjon vil se ut som de i figur IV.

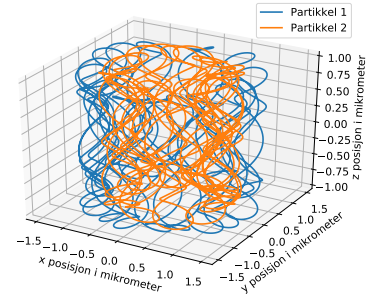


Figure 7. Partiklenes baner i 3 dimensjoner uten partikkelinteraksjon.

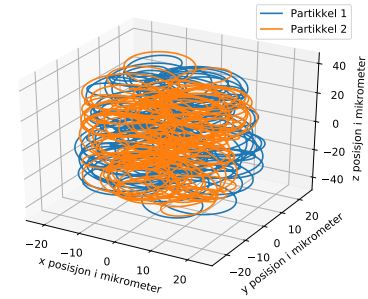


Figure 8. Partiklenes baner i 3 dimensjoner med partikkelinteraksjon.

## V. DISKUSJON

### Énpartikkelsystemet

Vi ser at når for små tidssteg som  $h = 10^{-3}$  og  $h = 10^{-4}$ , så fungerer både Eulers metode og Runge Kutta 4 ganske bra. Når vi derimot beveger oss fra  $h = 10^{-2}$  og oppover blir Euler mer og mer unøyaktig og feilen stiger lineært med tiden. Dette er fordi Euler ikke er god på å rette seg i oscillerende systemer.

Runge-Kutta 4 derimot er holder seg ganske nærme null for alle testene av tidssteg utenom  $h = 1$ , som gir mening siden  $h$  burde være mindre enn 1 for at det skal konvergere.

### To-partikkelsystemet

Vi ser at når partikkelene ikke påvirker hverandre følger de baner som likner énpartikkelsystemet, som kan tyde på at denne simuleringen fungerer. Man kan tross alt se på de to partiklene som to uavhengige énpartikkelsystemer. Når vi skrur på interaksjonen derimot, så ser vi noe ganske annet. Vi kan fortsatt se noen tendenser til et liknende mønster, for eksempel at

det fortsatt er sirkelbevegelse inni en større sirkelbevegelse, men vi ser også at partiklene har mye større baner enn før. Dette kan være fordi partiklene startet kun noen mikrometer nærme hverandre og partikkelkraften mellom dem har derfor blitt veldig sterk og skutt dem ut i større baner. Her har de kanskje blitt langt fra hverandre og kreftene mellom dem har blitt mindre. Da vil de eksterne kreftene ha mer å si igjen og de begynner å likne mer på énpartikkelsystemer igjen. Da vil de også gå i baner igjen, men større baner enn før, som stemmer med figuren siden vi gikk fra en bane med radius på rundt  $1\mu m$  til en bane med radius rundt  $10\mu m$ .

## VI. KONKLUSJON

## ACKNOWLEDGMENTS

I would like thank myself for writing this beautiful document.

## REFERENCES

- Reference 1
- Reference 2

## Appendix A: Name of appendix

This will be the body of the appendix.

## Appendix B: This is another appendix

Tada.

Note that this document is written in the two-column format. If you want to display a large equation, a large

figure, or whatever, in one-column format, you can do this like so:

This text and this equation are both in one-column format.

[? ]

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + V\Psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi \quad (\text{B1})$$

Note that the equation numbering (this: B1) follows the appendix as this text is technically inside Appendix B. If you want a detailed listing of (almost) every available math command, check: <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Mathematics>.

And now we're back to two-column format. It's really easy to switch between the two. It's recommended to keep the two-column format, because it is easier to read, it's not very cluttered, etc. Pro Tip: You should also get used to working with REVTeX because it is really helpful in FYS2150.

One last thing, this is a code listing:

```
This will be displayed with a cool programming font!
```

You can add extra arguments using optional parameters:

```
This will be displayed with a cool programming font!
```

You can also list code from a file using `\lstinputlisting`. If you're interested, check [https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Source\\_Code\\_Listings](https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Source_Code_Listings).

This is a basic table:

Table I. This is a nice table

Hey	Hey	Hey
Hello	Hello	Hello
Bye	Bye	Bye

You can a detailed description of tables here: <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Tables>.

I'm not going to delve into Tikz in any level detail, but here's a quick picture:

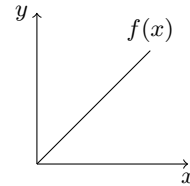


Figure 9. This is great caption

If you want to know more, check: <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/PGF/TikZ>.