

This is a Very Important Title!

Person McSomething
(Dated: October 25, 2021)

This abstract is abstract.

If you want to learn more about using L^AT_EX, you should check UiO's official tutorials: <https://www.mn.uio.no/ifi/tjenester/it/hjelp/latex/>

If you are familiar with L^AT_EX and you want to learn more about the REVTeX4-1 document class, check: http://www.physics.csbsju.edu/370/papers/Journal_Style_Manuals/auguide4-1.pdf

I. INTRODUKSON

II. TEORI

Legger vi til flere partikler i systemet som kan påvirke hverandre med Coloumb krefter, så får vi en bevegelse som ser slik ut:

$$\ddot{x}_i - \omega_{0,i} \ddot{y}_i - \frac{1}{2} \omega_{z,i}^2 x_i - k_e \frac{q_e}{m_i} \sum_{j \neq i} q_j \frac{x_i - x_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} = 0$$

$$\ddot{y}_i - \omega_{0,i} \ddot{x}_i - \frac{1}{2} \omega_{z,i}^2 y_i - k_e \frac{q_e}{m_i} \sum_{j \neq i} q_j \frac{y_i - y_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} = 0$$

$$\ddot{z}_i + w_{z,i}^2 z_i - k_e \frac{q_e}{m_i} \sum_{j \neq i} q_j \frac{z_i - z_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} = 0$$

Som det vil bli forklart dypere hvordan i Metode-delen skal vi bruke to numeriske metoder for å simulere banen. Den ene er Eulers meotde og den andre er Runge Kutta 4. For Euler-Cromer vil vi ha en feilorden av orden $O(h)$

III. METODE

Enpartikkelsystemet

Vi starter først med et enpartikkelsystem. Vi setter partikkelen i samme posisjon som i den analytiske delen, altså

$$\vec{r}(0) = \begin{bmatrix} x_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

og

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

hvor vi setter $x_0 = 1 \mu m$ og $v_0 = 1 \frac{\mu m}{\mu s}$ for enkelhetsskyld. Vi bruker så at det elektriske feltet kan skrives som

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} V_0 \frac{x}{d^2} \\ V_0 \frac{y}{d^2} \\ -2V_0 \frac{z}{d^2} \end{bmatrix}$$

og det magnetiske feltet er $\vec{B} = (0, 0, B_0)$. Vi vet også at den eksterne kraften er gitt som

$$\vec{F}_{eks} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

og slik kan vi regne ut den eksterne kraften. Så skal vi bruke dette som kraften når vi bruker de numeriske metodene. Vi starter med Eulers metode som er ganske rett fram:

Some maths, e.g $f(x) = x^2$.
for $i = 0, 1, \dots, N-1$ **do**

$$r_{i+1} \leftarrow r_i + v_i \cdot h$$

$$v_{i+1} \leftarrow v_i + \frac{F(r_i, v_i)}{m} \cdot h$$

Runge Kutta 4 er litt mer komplisert:

Some maths, e.g $f(x) = x^2$.
for $i = 0, 1, \dots, N - 1$ **do**

```

     $R \leftarrow r_i$ 
     $V \leftarrow v_i$ 
     $vk_1 \leftarrow h \cdot F(r_i, v_i)$ 
     $rk_1 \leftarrow h \cdot v_i$ 
     $v_{i+1} \leftarrow V + vk_1/2.0$ 
     $r_{i+1} \leftarrow R + rk_1/2.0$ 
     $vk_2 \leftarrow h \cdot \frac{F(r_{i+1}, v_{i+1})}{m}$ 
     $rk_2 \leftarrow h \cdot v_{i+1}$ 
     $v_{i+1} \leftarrow V + vk_2/2$ 
     $r_{i+1} \leftarrow R + rk_2/2$ 
     $vk_3 \leftarrow h \cdot F(r_{i+1}, v_{i+1})/m$ 
     $rk_3 \leftarrow h \cdot v_{i+1}$ 
     $v_{i+1} \leftarrow V + vk_3$ 
     $r_{i+1} \leftarrow R + rk_3$ 
     $vk_4 \leftarrow h \cdot F(r_{i+1}, v_{i+1})/m$ 
     $rk_4 \leftarrow h \cdot v_{i+1}$ 
     $v_{i+1} \leftarrow V + (vk_1 + 2vk_2 + 2vk_3 + vk_4)/6$ 
     $r_{i+1} \leftarrow R + (rk_1 + 2rk_2 + 2rk_3 + rk_4)/6;$ 

```

Vi vil så teste om $\omega_z = \frac{2qV_0}{md^2}$ er den samme i den numeriske som den analytiske. Vi tester dette ved å vite at ω_z er vinkelhastigheten til hastigheten i z -retning som gir oss $\omega_z = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ hvor f er frekvensen. Så da regner vi ut $f = \frac{\omega_z}{2\pi}$ og ganger dette med $100\mu s$ for å finne antall perioder den analytiske løsningen har over tidsrommet. Så plotter vi hastigheten i z -retningen og teller antall perioder og sammenlikner. Vi finner så hva som blir feilen i systemet vårt. Vi kan regne analytiske målingen av systemet vårt $r\vec{r}_a$ som forklart tidligere. Så har vi vår numeriske løsning \vec{r}_n regnet ut som over. Vi har så den absolutte feilen gitt ved

$$err_{abs} = |\vec{r}_a - \vec{r}_n|$$

og den relative feilen er da

$$err_{re} = \frac{err_{abs}}{|\vec{r}|}$$

Så gjør vi dette for hvert tidssteg slik at

$$err_{re_i} = \frac{|\vec{r}_{a_i} - \vec{r}_{n_i}|}{|\vec{r}_{a_i}|}$$

Vi gjør dette med $h = 10^{-i}$ hvor $i = 0, 1, 2, 3, 4$ og finner ulike grafer for feilene med både Euler og Runge Kutta 4.

Topartikkelsystemet

I simulasjonene for topartikkelsystemet vil vi kun bruke Runge Kutta 4. Vi setter en ny partikkel i posisjonen $\vec{r}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ og hastigheten $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ Så bruker vi samme metode som i ènpartikkelsystemet med Runge Kutta 4 på de to partiklene. Så skal vi legge til en partikkelkraft mellom partiklene. Kraften på partikkel j fra alle andre partiler i er gitt ved

$$\vec{F}_{p_{ji}} = k_e q_j \sum_{i \neq j} q_i \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3}$$

som vi da legger til i kraften for hver partikkel, slik at totalkraften på en partikkel blir

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{Eks_i} + \vec{F}_{p_i}$$

Så bruker vi Runge Kutta 4 med denne nye kraften.

IV. RESULTATER

Ènpartikkelsystemet

Vi fikk at i ènpartikkelsystemet så ble posisjonene som gitt i figurene IV, IV og IV.

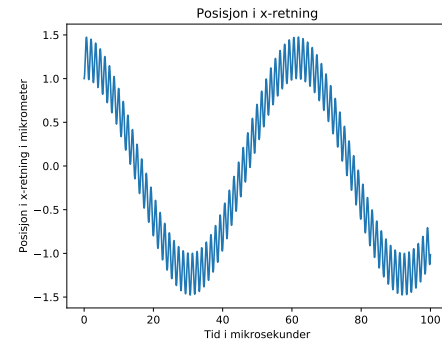


Figure 1. Posisjonen i x-retning for en partikkel alene i systemet.

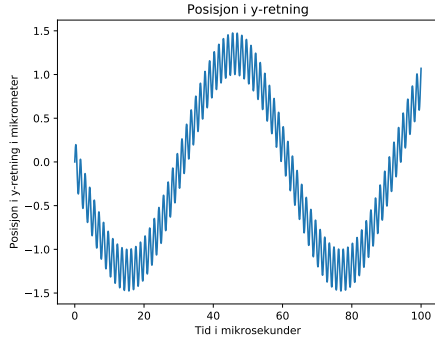


Figure 2. Posisjonen i y-retning for en partikkel alene i systemet.

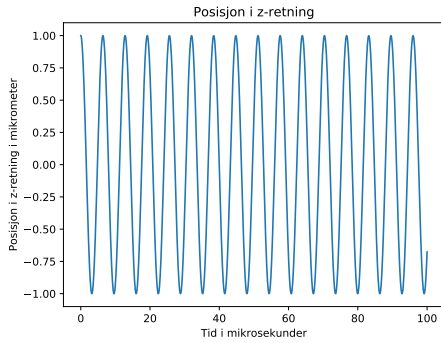


Figure 3. Posisjonen i z-retning for en partikkel alene i systemet.

Av den analytiske løsningen var $\omega_z = \frac{2qV_0}{md^2}$ som med våre verdier gir $\omega_z = 0,982Hz$. Da får vi at antall perioder over $100\mu s$ blir litt over rundt femten og en halv. Vi ser på grafen og teller og får sånn ca. femten og en halv der også. Hastigheten fra den numeriske løsningen ble som i figur IV.

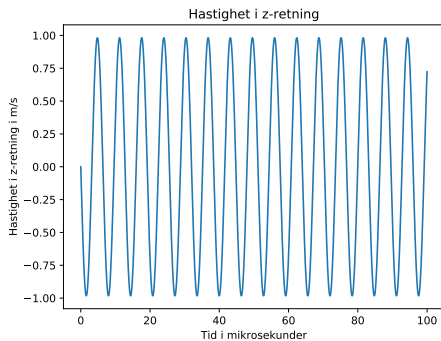


Figure 4. Hastigheten i z-retning for en partikkel alene i fella.

De relative feilene for Eulers metode over tiden ble seende ut som i figur IV, mens de relative feilene for Runge-Kutta 4 er gitt i figur IV

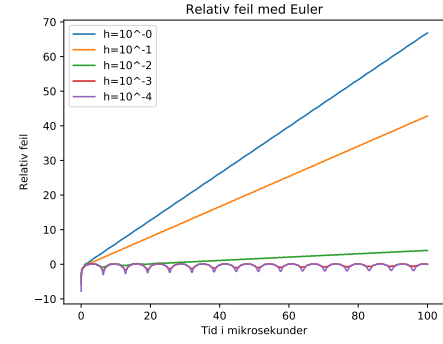


Figure 5. De relative feilene over tiden for ulike tidssteg ved bruke av Eulers metode

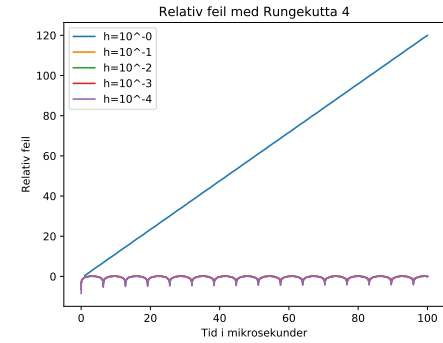


Figure 6. De relative feilene over tiden for ulike tidssteg ved å bruke Runge Kutta 4

For Eulers metode fikk vi at konvergesraten ble $err_{Rate_{Eu}} = 66,658$, mens for Runge Kutta 4 fikk $err_{Rate_{RK4}} = 13,009$.

To-partikkelsystemet

Partiklene uten interaksjon vil se ut som i figur IV i xy-planen.

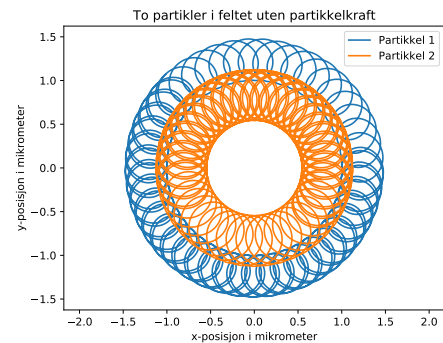


Figure 7. To partikler som ikke gir forveksler kraft med hverandre i feltet

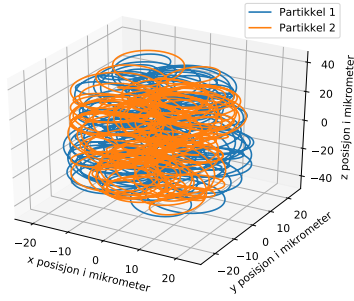


Figure 10. Partiklenes baner i 3 dimensjoner med partikkelinteraksjon.

Partiklene med interaksjon ble derimot seende ut som på figur IV i xy-planet

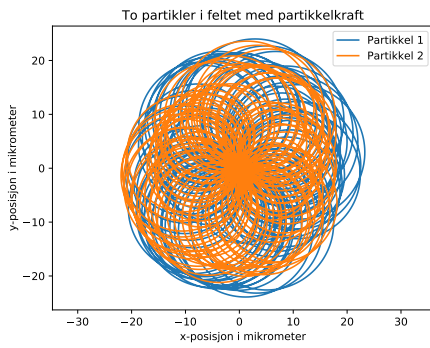


Figure 8. To partikler i feltet som også kan virke på hverandre.

I tre dimensjoner vil banene se ut som i figur IV uten partikkelinteraksjon, mens banene med partikkelinteraksjon vil se ut som de i figur IV.

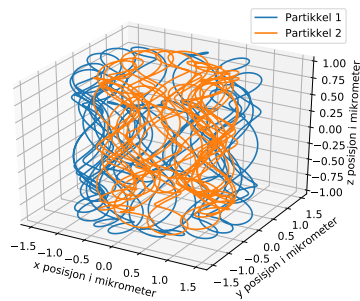


Figure 9. Partiklenes baner i 3 dimensjoner uten partikkelinteraksjon.

[H] Fasediagrammene til partiklene uten påvirkning ble seende ut som figur IV for den første partikkelen og figur

IV for den andre partikkelen. Fasediagrammene til partiklene med påvirkning fra den andre partikkelen ble som i figur IV for den første partikkelen og IV for den andre.

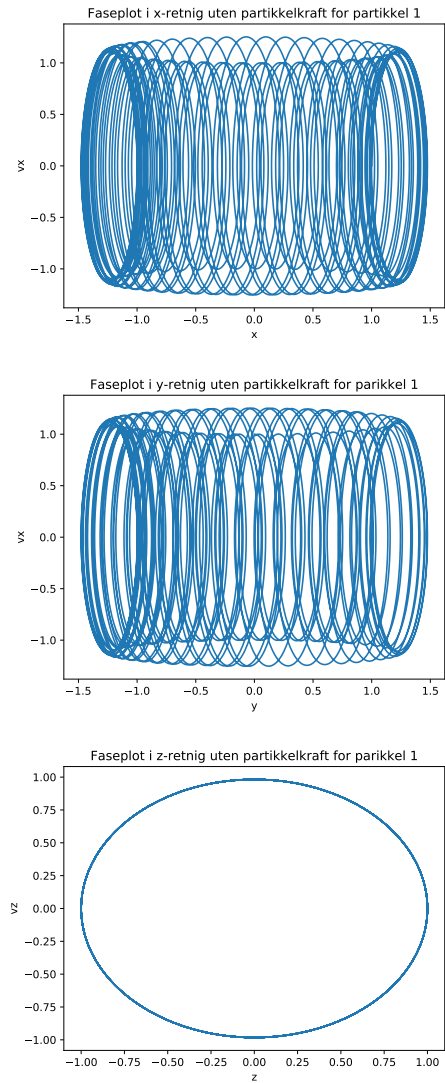


Figure 11. Fasediagrammene for partikkel 1 i x, y og z-retning uten partikkelkrefter. Verdiene er skalert i mikrometer og mikrometer per mikrosekund

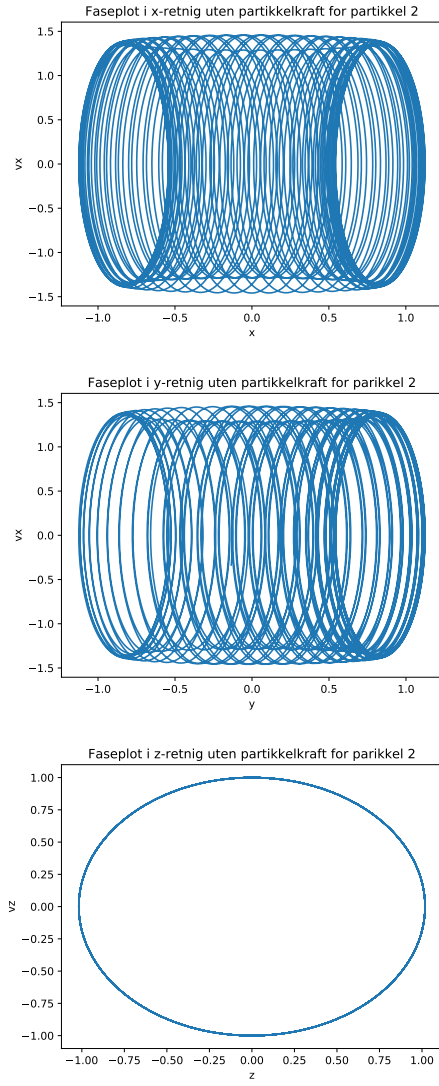


Figure 12. Fasediagrammene for partikkel 2 i x, y og z-retning uten partikkelkrefter. Verdiene er skalert i mikrometer og mikrometer per mikrosekund

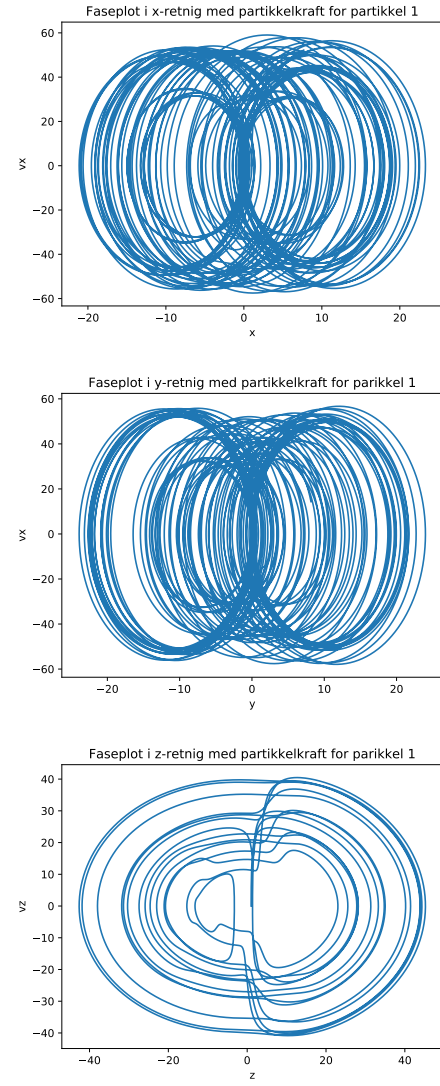


Figure 13. Fasediagrammene for partikkel 1 i x, y og z-retning med partikkelkraft. Verdiene er skalert i mikrometer og mikrometer per mikrosekund

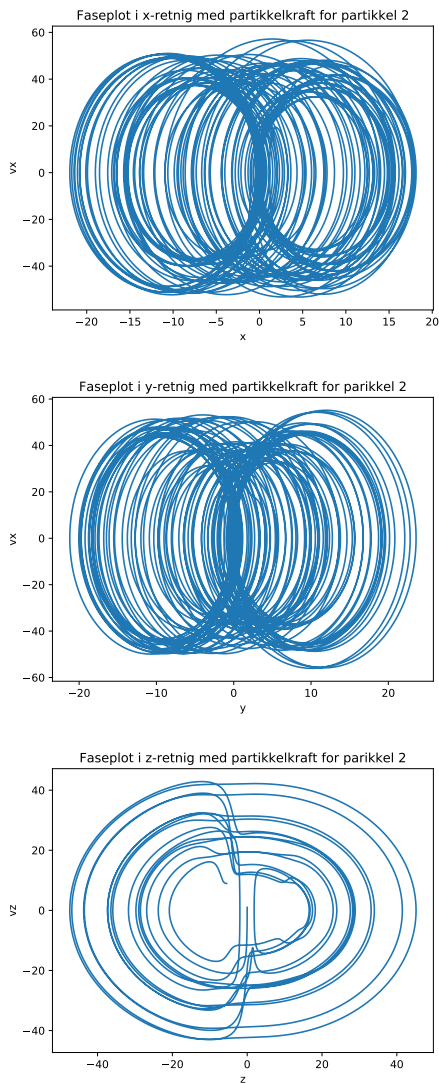


Figure 14. Fasediagrammene for partikkel 2 i x, y og z-retning med partikkelkraft. Veridene er skalert i mikrometer og mikrosekund

V. DISKUSJON

Énpartikkelsystemet

Vi ser at ω_z for den numeriske løsningen er ved øymål lik den analytiske ω_z som forsterker troen på at simuleringen vår er en god tilnærming. Vi ser at når for små tidssteg som $h = 10^{-3}$ og $h = 10^{-4}$, så fungerer både Eulers metode og Runge Kutta 4 ganske bra. Når vi derimot beveger oss fra $h = 10^{-2}$ og oppover blir Euler mer og mer unøyaktig og feilen stiger lineært med tiden. Dette er fordi Euler ikke er god på å rette seg i oscillerende systemer.

Runge-Kutta 4 derimot er holder seg ganske nærme null for alle testene av tidssteg utenom $h = 1$, som gir mening

siden h burde være mindre enn 1 for at det skal konvergere.

Topartikkelsystemet

Vi ser at når partikkelene ikke påvirker hverandre følger de baner som likner enpartikkelsystemet, som kan tyde på at denne simuleringen fungerer. Man kan tross alt se på de to partiklene som to uavhengige énpartikkelsystemer. Når vi skrur på interaksjonen derimot, så ser vi noe ganske annet. Vi kan fortsatt se noen tendenser til et liknende mønster, for eksempel at det fortsatt er sirkelbevegelse inni en større sirkelbevegelse, men vi ser også at partiklene har mye større baner enn før. Dette kan være fordi partiklene startet kun noen mikrometer nærme hverandre og partikkelkraften mellom dem har derfor blitt veldig sterk og skutt dem ut i større baner. Her har de kanskje blitt langt fra hverandre og kreftene mellom dem har blitt mindre. Da vil de eksterne kreftene ha mer å si igjen og de begynner å likne mer på énpartikkelsystemer igjen. Da vil de også gå i baner igjen, men større baner enn før, som stemmer med figuren siden vi gikk fra en bane med radius på rundt $1\mu m$ til en bane med radius rundt $10\mu m$.

Vi ser av fasediagrammet at i et systemet uten interaksjon mellom partiklene så er ser det ut til å være et system av sirkler. Det gir mening siden også partikkelen danner sirkler over xy -planet. I z -retning er den mer sirkulær som gir mening siden denne kun er en cosinus funksjon. Når vi legger på partikkelinteraksjon får vi derimot mindre regelrette diagrammer. Hastigheten og posisjonen går også fra $1.5m/s$ og $1\mu m$ til $60m/s$ og $20\mu m$. Dette samstemmer med hva vi så i xy -planet hvor partiklen gikk fort langt ut fordi de var veldig nærme hverandre i starten og hadde stor påvirkning på hverandre.

VI. KONKLUSJON

ACKNOWLEDGMENTS

I would like thank myself for writing this beautiful document.

REFERENCES

- Reference 1
- Reference 2

Appendix A: Name of appendix

This will be the body of the appendix.

Appendix B: This is another appendix

Tada.

Note that this document is written in the two-column format. If you want to display a large equation, a large

figure, or whatever, in one-column format, you can do this like so:

This text and this equation are both in one-column format.

[?]

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + V\Psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi \quad (\text{B1})$$

Note that the equation numbering (this: B1) follows the appendix as this text is technically inside Appendix B. If you want a detailed listing of (almost) every available math command, check: <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Mathematics>.

And now we're back to two-column format. It's really easy to switch between the two. It's recommended to keep the two-column format, because it is easier to read, it's not very cluttered, etc. Pro Tip: You should also get used to working with REVTeX because it is really helpful in FYS2150.

One last thing, this is a code listing:

```
This will be displayed with a cool programming font!
```

You can add extra arguments using optional parameters:

```
This will be displayed with a cool programming font!
```

You can also list code from a file using `\lstinputlisting`. If you're interested, check https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Source_Code_Listings.

This is a basic table:

Table I. This is a nice table

| | | |
|-------|-------|-------|
| Hey | Hey | Hey |
| Hello | Hello | Hello |
| Bye | Bye | Bye |

You can a detailed description of tables here: <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Tables>.

I'm not going to delve into Tikz in any level detail, but here's a quick picture:

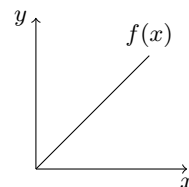


Figure 15. This is great caption

If you want to know more, check: <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/PGF/TikZ>.