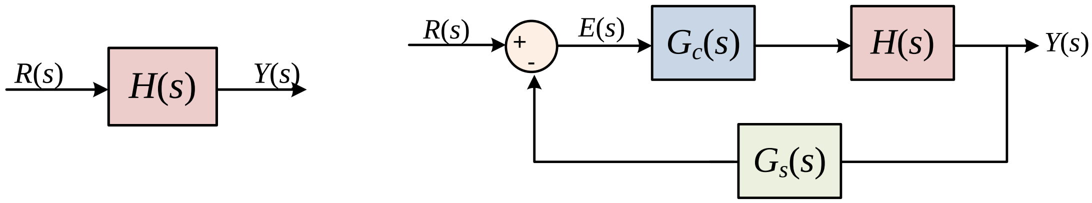
Control de Procesos – Ayudantía 3

Análisis de Sistemas Realimentados I: Respuesta en Estado Estacionario

PARTE I: Introducción

Definiciones básicas

En sistemas de control existen dos configuraciones básicas, una es el **Lazo Abierto (L.A.)** y otra es en **Lazo Cerrado (L.C.)**. Un sistema de control en L.A. es aquel en que la salida no tiene efecto sobre la acción de control, Figura 1(a), mientras que un sistema de control realimentado en L.C. es aquel que tiende a mantener la relación preestablecida entre la salida y la referencia, comparándolas y utilizando la diferencia como medida de control, Figura 1(b).



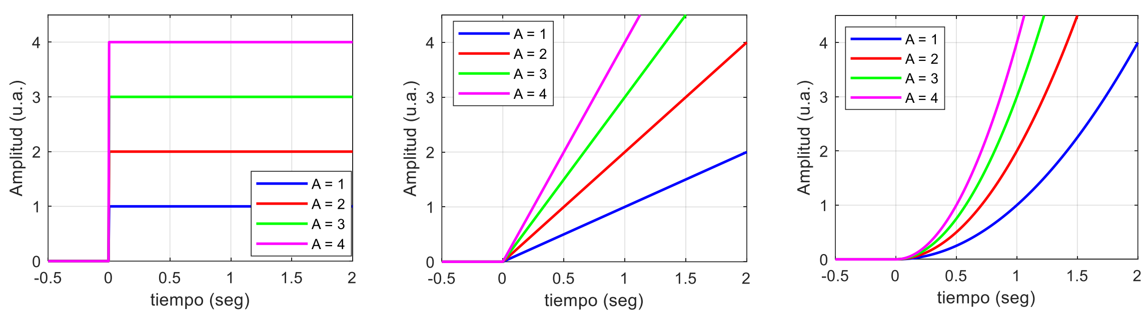
(a) (b)

Figura 1. Configuraciones típicas de sistemas de control, a) lazo abierto, b) lazo cerrado.

La salida $Y(s)$ en L.A. está dada por $Y(s) = H(s)R(s)$ y en lazo cerrado por $Y(s) = \frac{G_c(s)H(s)}{1+G_s(s)G_c(s)H(s)} R(s)$.

Señales de prueba y tipos de sistemas

Algunas señales de prueba para sistemas se aprecian en la siguiente figura y su definición se entrega en la Tabla 1.



(a) (c) (b)

Figura 2. Señales de prueba típicas para sistemas de control, a) escalón, b) rampa, c) parabólica.

Tabla 1. Definición de algunas señales de prueba para sistemas de control.

Señal de prueba	$r(t)$	$R(s)$
Impulso	$r(t)=\delta(t)=\begin{cases}0, & t\neq 0\\ \infty, & t=0\end{cases}$	1
Escalón	$r(t)=\begin{cases}A, & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$	$R(s)=\frac{A}{s}$
Rampa	$r(t)=\begin{cases}At, & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$	$R(s)=\frac{A}{s^2}$
Parabólica	$r(t)=\begin{cases}At^2, & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$	$R(s)=\frac{2A}{s^3}$
Sinusoidal	$r(t)=\begin{cases}A\sin(\omega t), & t\geq 0\\ 0, & t<0\end{cases}$	$R(s)=\frac{A\omega}{s^2+\omega^2}$

Notas:

- Para simular la respuesta a entrada impulso de un sistema, usar la función `impulse()` de Matlab.
- En la práctica, el escalón es la función de prueba más usada para probar el desempeño de sistemas de control.
- Para las señales anteriores, en general se considera $A = 1$.
- Para las señales escalón, rampa y parabólica en general se considera su definición estandarizada como: $r(t)=t^m/m!,\ \forall t\geq 0,\ m=0,1,2$, respectivamente.

Por otro lado, los sistemas se clasifican además de acuerdo al número de polos en el origen $s = 0$ (integradores), por ejemplo,

$h(s)=\frac{1}{s+6}$ es de TIPO 0 porque no tiene integradores en $s = 0$

$h(s)=\frac{s+9}{s(s+4)}$ es de TIPO 1 porque tiene un polo en $s = 0$

$h(s)=\frac{1}{s^2(s^2+s+1)}$ es de TIPO 2 porque tiene dos polos en $s = 0$

PARTE II: Error en Estado Estacionario

Para las siguientes definiciones asumiremos que el sistema en L.C. posee realimentación unitaria, i.e. $G_s(s) = 1$.

1. El error de un sistema en L.A. es (de la Figura 1(a)): $E_{LA}(s) = R(s) - Y(s) = (1 - H(s))\cdot R(s)$.
2. El error de un sistema en L.C. es (de la Figura 1(b)): $E_{LC}(s)=\frac{1}{1+G_c(s)H(s)}R(s)$.

Se definen además algunos coeficientes de error estático para los distintos tipos de entrada:

1. De **posición** k_p, se define para **entrada escalón**, $k_p=\lim_{s\to 0}G_c(s)H(s)$
2. De **velocidad** k_v, se define para **entrada rampa**, $k_v=\lim_{s\to 0}sG_c(s)H(s)$
3. De **aceleración** k_a, se define para **entrada parabólica**, $k_a=\lim_{s\to 0}s^2G_c(s)H(s)$

La relación entre estos coeficientes y el error en estado estacionario es la siguiente:

1. $E_{ss} = \dfrac{1}{1+k_p}$
2. $E_{ss} = \dfrac{1}{k_v}$
3. $E_{ss} = \dfrac{1}{k_a}$

PARTE III: Ejercicios

Ejercicio 1. Un objetivo importante en el proceso de fabricación de papel es mantener una consistencia uniforme en la pulpa de salida a medida que ésta pasa al secado y enrollamiento. En la Figura 3 se muestra el diagrama en bloques del sistema.

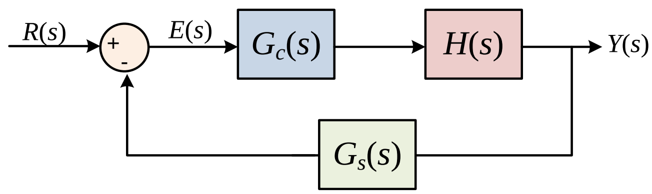


Figura 3. Diagrama en bloques del sistema.

Donde: $G_s(s) = 1$, $G_c(s) = \dfrac{K}{10s+1}$, $H(s) = \dfrac{1}{2s+1}$. Se pide determinar:

1. La función de transferencia $T(s) = Y(s)/R(s)$ en L.C.
2. El error en estado estacionario en L.A. y L.C. para una entrada escalón $R(s) = A/s$
3. Valor requerido de K para que el error en E.E. no sea mayor al 2%.

Ejercicio 2. Dada la siguiente FdeT. en L.A.:

$$G(s) = \frac{5}{s^2 + 3s + 2}$$

Este sistema en lazo cerrado incluye un controlador de ganancia k_c y realimentación unitaria, se pide en este caso:

1. Determinar k_c tal que el error en E.E. sea menor al 10% para entrada escalón unitario.
2. Graficar la respuesta del sistema en L.A. y L.C. para entrada escalón unitario, comentar los resultados.
3. Determinar k_c tal que el error en E.E. para entrada escalón sea cero y para entrada rampa sea 5.