

Control de Procesos – Ayudantía 6

Lugar Geométrico de las Raíces

Parte 1 EJERCICIOS

Ejercicio 1. Para un sistema realimentado con función de transferencia del controlador H_c y función de transferencia del sistema H_a .

$$H_c = k \quad y \quad H_a = \frac{1}{2s^2 + 3s + 1}$$

Describir la estabilidad del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado y dibujar el LGR correspondiente.

Ejercicio 2. Dado un sistema realimentado con función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{s(s-1)}$$

- Realizar el LGR considerando un controlador $H_c = k$.
- Realizar el LGR considerando un controlador $H_c = k(s+2)/(s+20)$
- Comentar la estabilidad en ambos casos.

Ejercicio 3. Determinar el LGR de la siguiente función de transferencia y describa algunos valores de interés:

$$kG(s) = \frac{K}{s(s^2 + 2s + 5)}$$

Parte 2 HERRAMIENTAS PARA GRAFICAR EL LGR

Además de las reglas vistas en clases, las cuales nos permitirán realizar un bosquejo rápido del LGR de un sistema a partir de su función en L.D., podemos ocupar algunos recursos tecnológicos para hacer un gráfico rápido del LGR y comenzar a analizar algunos valores críticos o diseñar controladores a partir de algunos criterios impuestos. Veremos en este apartado, el uso de la función `rlocus()` y `rltool()`. Para los siguientes ejemplos consideremos un sistema cuya función de transferencia en lazo abierto está dada por:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{s+7}{s(s+5)(s+15)(s+20)}$$

Además, consideraremos que en L.C. se tiene realimentación negativa unitaria ($H(s) = 1$ en la Figura 1) y que hay un controlador proporcional que queremos analizar para ver su efecto en la ubicación de los polos en L.C. al variar K desde 0 a infinito (Figura 1).

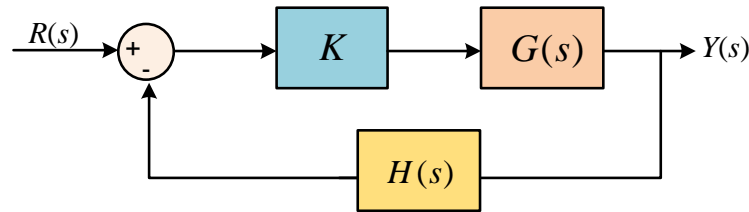


Figura 1. Esquema de un sistema en lazo cerrado con realimentación negativa y un controlador proporcional.

A. Uso de `rlocus()`

Con esta función podemos graficar rápidamente un LGR de un sistema descrito por su función de transferencia en L.A. (caso donde K es proporcional y $H = 1$), para la FdeT. dada, la implementamos como sigue:

```
s = tf('s');
G = (s+7) / (s*(s+5)*(s+15)*(s+20));
figure;
rlocus(G)
```

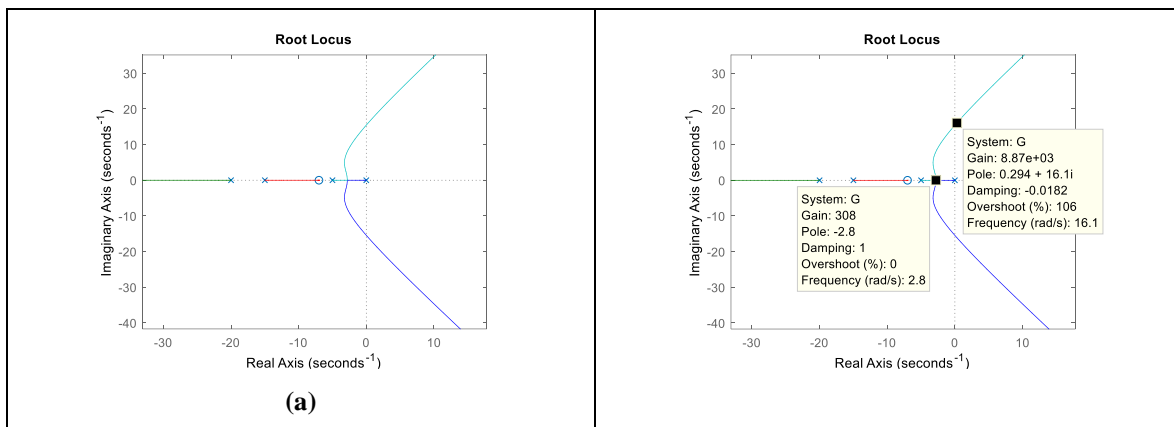



Figura 1. (a) LGR sistema bajo análisis, (b) LGR con algunos valores críticos.

Luego, al seleccionar algún punto sobre el LGR con la herramienta Data Cursor () , este nos entregará información sobre: la ubicación del polo, la ganancia correspondiente, y parámetros de la respuesta temporal del sistema como sobrepaso, factor de amortiguamiento y frecuencia natural de oscilación Figura 1(b).

Notar que no siempre entregarán el valor exacto dada la resolución del gráfico, ej. en el cruce del LGR con el eje imaginario se esperaría que los polos tuvieran parte real 0. Para un caso así, podrían simular el LGR en un rango de ganancias que encierre al punto de interés usando la función `rlocus()` y analizar los polos en L.C. respectivos. Pueden hacerlo con la siguiente sentencia: `p = rlocus(G, k)` donde `p` contiene la ubicación de los polos correspondiente a las ganancias dadas en el vector `k`.

Una desventaja de esta función es que no nos permite analizar el efecto de la ganancia en todos los polos al ir moviéndola sobre el LGR al mismo tiempo, además, para graficar la respuesta en el

tiempo a partir de este análisis, necesitaremos encontrar manualmente la ubicación de los polos de interés para luego escribir la FdeT. en LC. correspondiente. Una solución rápida puede ser usar la siguiente herramienta.

B. Uso de `rltool()`

Esta herramienta nos permite graficar el LGR de un sistema en LA. que se encuentra inmerso en arquitecturas de control en LC. específicas y que se definen en la interfaz. Para abrirla, escribimos en la línea de comando `rltool`, se abrirá una interfaz como la mostrada en la Figura 2.

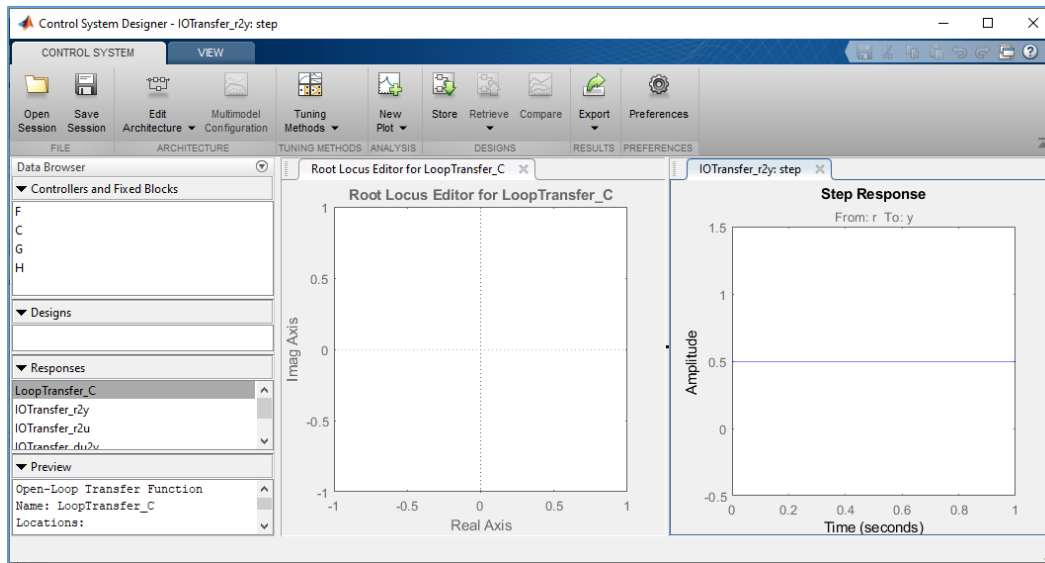


Figura 2. Interfaz gráfica herramienta `rltool()`.

También, podemos llamarla directamente con la FdeT. de la planta en L.A. creada anteriormente, `rltool(G)`. Pasos para graficar el LGR usando `rltool()`:

1. Abrir la interfaz, y presionar el ícono de **Edit Architecture** del menú **Control System**, por defecto, la arquitectura debiera ser la de un lazo realimentado como en la Figura 3, la cual usaremos en nuestros ejemplos.
2. En este caso, luego de definir la FdeT. de la planta en el *workspace*, la podemos cargar en el bloque correspondiente dentro de esta ventana, Figura 4. Por defecto todos los bloques son unitarios.
3. Automáticamente al guardar se genera el LGR y la respuesta a entrada escalón del sistema, si seleccionamos un polo lo podremos mover con el cursor en el LGR para visualizar la respuesta, Figura 5.

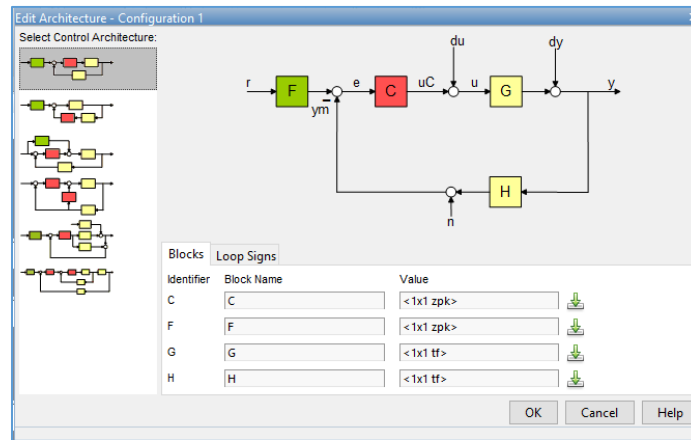


Figura 3. Menú para definir la arquitectura de control, usaremos el primero. Aquí G representa el modelo de la planta, C el controlador, H el modelo del sensor, F un (pre)filtro (veremos algo de esto hacia el final del curso), du y dy son perturbaciones y n es una componente de ruido.

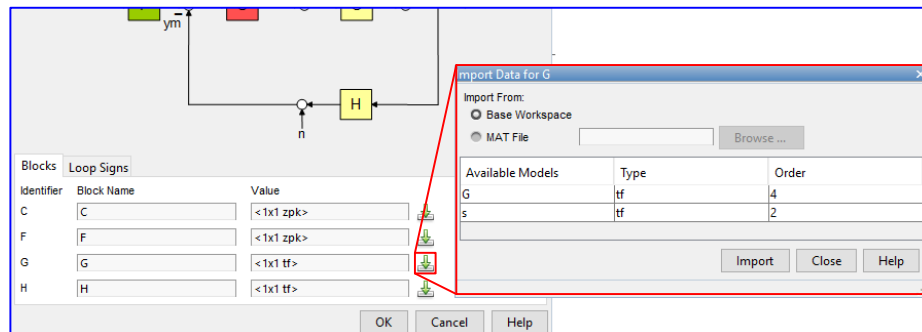


Figura 4. Selección del modelo creado en el workspace.

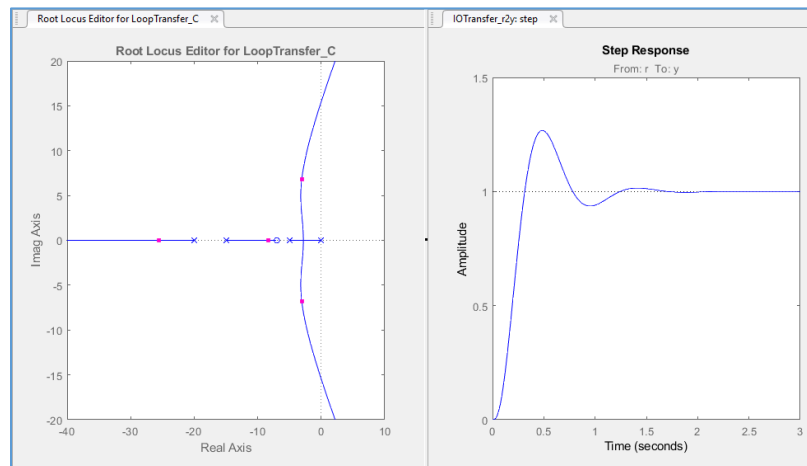


Figura 5. LGR y respuesta temporal al mover los polos en el LGR.

Otras opciones al hacer *click* derecho sobre las figuras, ej. en el LGR se pueden especificar parámetros de respuesta temporal como porcentaje de sobrepaso.

Nota: La misma interfaz se puede abrir usando `sisotool`, pero incluirá otras herramientas para analizar el sistema (ej. diagramas de Bode), veremos esto más adelante.

Otros recursos en la web para seguir profundizando:

- <https://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=Introduction§ion=ControlRootLocus>