

Índice general

1. Tipos y formas de un juego. Equilibrio de Nash	3
1.1. Tipos de juego	3
1.2. Formas de representacion de un juego	3
1.2.1. Forma normal o estratégica	3
1.2.2. Forma extensiva	4
1.3. Equilibrio de Nash	4
1.3.1. Resolución de un juego en forma normal	4
1.3.2. Resolución de un juego en forma extensiva	5

Capítulo 1

Tipos y formas de un juego. Equilibrio de Nash

1.1. Tipos de juego

1.2. Formas de representacion de un juego

1.2.1. Forma normal o estratégica

Comenzamos con la manera mas sencilla de representar un juego. En ella asumimos que los jugadores toman sus decisiones a la vez sin conocer las decisiones de los otros jugadores. Se asume como comentamos anteriormente en la sección ?? que los jugadores actúan racionalmente y que siguen la estrategia (concepto que se definió también al final del subapartado ??) que mas les beneficie sin poder acordar con los adversarios estrategias beneficiosas para ambos.

Vamos a comenzar un ejemplo que iremos desarrollando a lo largo de esta sección conforme sigamos ampliando en el concepto de forma normal de un juego **Ejemplo** Supongamos que en un barrio de una ciudad se encuentran dos locales amplios disponibles para poder montar un negocio. Dos hamburgueserías distintas, llamemoslas A y B están interesadas en montar un negocio en ellas. Tienen que tomar las siguientes decisiones: Montar negocio y no montar negocio. Como es lógico, las ganancias dependerán de si la otra empresa decide montar el negocio al final

Esta forma suele venir representada en forma de tabla que muestra el umero de jugadores, las posibles estrategias de cada uno y los pagos o utilidades que recibe cada jugador en funcion de las decisiones que ha tomado cada uno. Lo ilustramos con el ejemplo anterior.

	Montar	No Montar
Montar	1, 1	4, 0
No Montar	0, 4	0, 0

Así de un vistazo tenemos claro que el juego consiste de dos jugadores con dos posibles decisiones en ambas estrategias (montar o no montar el negocio) y los pagos o ganancias que tendrían cada uno en función de su decisión y la del adversario. A continuación

pasamos a definir de una manera rigurosa el concepto de forma normal de un juego estratégico.

Definición Podemos caracterizar un juego en forma normal a partir de:

- Un conjunto de jugadores $N = \{1, \dots, n\}$.
- Un conjunto de estrategias $S = (S_1, \dots, S_n)$ tal que S_i es el conjunto de estrategias de cada jugador $i \in N$.
- Unas funciones de utilidad de Von Neumann-Morgenstern $U_i : S = S_1 \times \dots \times S_n \rightarrow \mathbb{R}$ que asigna a cada una de las estrategias el pago que el jugador i recibe.

Así pues podemos formalizar nuestro ejemplo como hemos explicado: Tenemos dos jugadores A y B (las dos empresas) por lo que $N = \{1, 2\}$. Cada uno de ellos tiene dos posibles decisiones, que son montar o no montar el negocio, por lo que $S = (S_1, S_2)$, $S_i = (M, NM)$, $i = 1, 2$. Y tenemos los respectivos pagos o utilidades que reciben en función de las estrategias seguidas: $U_1(M, NM) = 4$, $U_1(M, M) = 1$, $U_1(NM, NM) = 0$, $U_1(NM, M) = 0$, $U_2(M, NM) = 0$, $U_2(M, M) = 1$, $U_2(NM, NM) = 0$ y $U_2(NM, M) = 4$

1.2.2. Forma extensiva

1.3. Equilibrio de Nash

De manera coloquial diríamos que un juego se encuentra en equilibrio si ningún jugador obtiene mas utilidad al cambiar su estrategia de manera unilateral, es decir, cada elección es la mejor respecto al resto de elecciones de los adversarios, así ningún jugador tiene razones para cambiar su elección y por tanto el juego se encuentra en equilibrio. Pasamos a aportar una definición formal de este concepto.

Definición: Equilibrio de Nash en estrategias puras Dado un juego $G = \{S_1, \dots, S_n, U_1, \dots, U_n\}$, un perfil de estrategias puras $(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*)$ es un Equilibrio de Nash si

$$\forall i \in N, U_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \geq U_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*), \forall s_i \text{ de } S_i$$

A continuación resolveremos los ejemplos que hemos seccionado en las secciones 1.2.1 y 1.2.2

1.3.1. Resolución de un juego en forma normal

Recordamos que tenemos el juego con la siguiente matriz:

	Montar	No Montar
Montar	1, 1	4, 0
No Montar	0, 4	0, 0

En este juego tenemos las siguientes soluciones posibles: $(Montar, Montar)$, $(Montar, No Montar)$, $(No Montar, Montar)$ y $(No Montar, No Montar)$.

Comenzamos analizando la solución $(No\ Montar, No\ Montar)$ suponiendo que es un Equilibrio de Nash. Si la empresa A piensa que la empresa B no montará el negocio es claro que no le interesa mantener su decisión en no montar el negocio puesto que su utilidad aumenta de 0 a 4. De esta forma cualquiera de las dos empresas (ocurre lo mismo porque son simétricas) cambiará su estrategia a montar el negocio.

Ahora analicemos el caso $(Montar, No\ Montar)$, que tiene un razonamiento similar al caso $(No\ Montar, Montar)$, y volvemos a suponer que es un Equilibrio de Nash. En esta situación, si la empresa B supiese que la empresa A va a decidir montar el negocio esta cambiara su estrategia y montaría también el negocio aumentando así su utilidad de 0 a 1. Por lo tanto estas dos opciones $(Montar, No\ Montar)$ y $(No\ Montar, Montar)$ no son un equilibrio de Nash.

De esta forma solo nos quedaría la siguiente solución posible $(Montar, Montar)$ que si es un Equilibrio de Nash puesto que ambas empresas disminuyen la utilidad que perciben si alguna de ellas cambia a no montar el negocio. De manera gráfica podemos representarlo con la matriz anterior

	Montar	No Montar
Montar	<u>1</u> , <u>1</u>	<u>4</u> , 0
No Montar	0, <u>4</u>	0, 0

y $(Montar, Montar)$ es el equilibrio de Nash

1.3.2. Resolución de un juego en forma extensiva