

Tarea 4

Controlabilidad y Observabilidad

Puntos de equilibrio

Plano de Fase

Linealización

Fecha de Entrega: Viernes 19 de mayo

1. Determine la controlabilidad y observabilidad de los siguientes sistemas. Posteriormente Transforme los sistemas a las formas controlable y observable y verifique lo anterior usando un diagrama de bloques del sistema

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 13 & 26 \\ 1 & -7 & -14 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

2. Investigue los efectos de las siguientes no linealidades que se pueden encontrar en los sistemas físicos como las saturaciones, las histéresis y las zona muertas
3. Encuentre los puntos de equilibrio del siguiente sistema

$$\dot{x}_1 = 0.5[-h(x_1) + x_2]$$

$$\dot{x}_2 = 0.2[-x_1 - 1.5x_2 + 1.2]$$

Donde $h(x_1) = 17.76x_1 - 103.79x_1^2 + 229.62x_1^3 - 226.31x_1^4 + 83.72x_1^5$

4. Encuentre los puntos de equilibrio de los siguientes sistemas, determinando el tipo de los mismos mediante el plano de fase. Verifique lo observado linealizando los sistemas alrededor de los mismos

a)

$$\dot{x}_1 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 1$$

$$x_2 = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - 1$$

b)

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$x_2 = -x_1 + x_2(1 - 3x_1^2 - 2x_2^2)$$

c)

$$\dot{x}_1 = (1 - x_1)x_1 - \frac{2x_1x_2}{1 + x_1}$$

$$x_2 = \left(2 - \frac{x_2}{1 + x_1}\right)x_2$$

d)

$$\dot{x}_1 = x_1(3 - x_1 - x_2)$$

$$x_2 = x_2(x_1 - 1)$$

e)

$$\dot{x}_1 = x_1^2 + x_2^2 - 1$$

$$x_2 = x_1^2 - x_2^2$$

5. Estudie el comportamiento de los siguientes sistemas usando el plano fase

a)

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$x_2 = -\frac{x_2}{2} - 2x_1 - x_1^2$$

b)

$$\dot{x}_1 = -x_2$$

$$x_2 = x_1 - x_2 \left(1 - x_1^2 + \frac{x_1^4}{10}\right)$$

c)

$$\dot{x}_1 = 8x_1 - x_2^2$$

$$x_2 = -6x_2 + 6x_1^2$$

d)

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$x_2 = x_1 - x_1^3 - x_1 x_2$$

e)

$$\dot{x}_1 = x_1^2 + x_2^2 - 1$$

$$x_2 = x_1^2 - x_2^2$$

6. Encuentre la representación lineal de los siguientes sistemas en función del punto de equilibrio. Defina un valor alrededor del cual se realiza la linealización y encuentre el sistema lineal equivalente

a) Suponga $u = u_{eq}$ para calcular el punto de equilibrio

$$\dot{x}_1 = u x_1^{-2} - x_1^{-3/2}$$

$$\dot{x}_2 = x_1^{1/2} - x_2^{1/2}$$

$$y = x_2$$

b) Suponga $u = u_{eq}$ para calcular el punto de equilibrio

$$\dot{x}_1 = -\omega_0 x_2 + u \omega_0 x_2 + b$$

$$\dot{x}_2 = \omega_0 x_1 - \omega_1 x_2 - u \omega_0 x_1$$

$$y = x_2$$

$$w_0 = 1.5811e3;$$

$$w_1 = 1.6667e3;$$

$$b = 106.06;$$

$$u \text{ entre } 0.8 \text{ y } 0.95$$

c) Suponga $x_1 = y_{eq}$ para calcular el punto de equilibrio

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = g - \frac{1}{M} \frac{x_3^2}{x_1}$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{R}{L} x_3 - \frac{u}{L}$$

$$y = x_1$$

d) Suponga $u = u_{eq}$ para calcular el punto de equilibrio

$$\dot{x}_1 = x_1 \sin(x_2) + x_2 u$$

$$\dot{x}_2 = x_1 e^{-x_2} + u^2$$

$$y = 2x_1 x_2 + x_2^2$$

e) Suponga $x_1 = y_{eq}$ para calcular el punto de equilibrio

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{MgL}{J_L} \sin(x_1) - \frac{B_L}{J_L} x_2 - \frac{k}{J_L} (x_1 - x_3)$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{B_m}{J_m} x_4 + \frac{k}{J_m} (x_1 - x_3) + \frac{u}{J_m}$$

$$y = x_1$$