

**Tarea 4**

**Modelado con RNA**

**Puntos de equilibrio**

**Plano de Fase**

**Linealización**

**Fecha de Entrega: 20 de mayo**

---

1. Identifique los siguientes sistemas usando Redes Neuronales Artificiales. Seleccione uno de ellos para ser emulado en Arduino

**Proceso de Etanol 2**

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 - ux_1 \\ \dot{x}_2 &= -x_2 + (1 - x_2)u \\ y &= x_2\end{aligned}$$

**Bioreactor**

$$S' = (S^{(0)} - S)D - \frac{X}{\gamma_1} \frac{m_1 S}{a_1 + S} - \frac{Y}{\gamma_2} \frac{m_2 S}{a_2 + S} \quad (1)$$

$$X' = X \left( \frac{m_1 S}{a_1 + S} - D \right) \quad (2)$$

$$Y' = Y \left( \frac{m_2 S}{a_2 + S} - D \right) \quad (3)$$

2. Encuentre los puntos de equilibrio de los siguientes sistemas, determinando el tipo de los mismos mediante el plano de fase. Verifique lo observado linealizando los sistemas alrededor de los mismos

a)

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 1 \\ \dot{x}_2 &= x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - 1\end{aligned}$$

b)

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$x_2 = -x_1 + x_2(1 - 3x_1^2 - 2x_2^2)$$

c)

$$\dot{x}_1 = (1 - x_1)x_1 - \frac{2x_1x_2}{1 + x_1}$$

$$x_2 = \left(2 - \frac{x_2}{1 + x_1}\right)x_2$$

d)

$$\dot{x}_1 = x_1(3 - x_1 - x_2)$$

$$x_2 = x_2(x_1 - 1)$$

e)

$$\dot{x}_1 = x_1^2 + x_2^2 - 1$$

$$x_2 = x_1^2 - x_2^2$$

3. Estudie el comportamiento de los siguientes sistemas usando el plano fase

a)

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$x_2 = -\frac{x_2}{2} - 2x_1 - x_1^2$$

b)

$$\dot{x}_1 = -x_2$$

$$x_2 = x_1 - x_2\left(1 - x_1^2 + \frac{x_1^4}{10}\right)$$

c)

$$\dot{x}_1 = 8x_1 - x_2^2$$

$$x_2 = -6x_2 + 6x_1^2$$

d)

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$x_2 = x_1 - x_1^3 - x_1 x_2$$

e)

$$\dot{x}_1 = x_1^2 + x_2^2 - 1$$

$$x_2 = x_1^2 - x_2^2$$

4. Encuentre la representación lineal de los siguientes sistemas en función del punto de equilibrio. Defina un valor alrededor del cual se realiza la linealización y encuentre el sistema lineal equivalente

a) Suponga  $u = u_{eq}$  para calcular el punto de equilibrio

$$\dot{x}_1 = u x_1^{-2} - x_1^{-3/2}$$

$$\dot{x}_2 = x_1^{1/2} - x_2^{1/2}$$

$$y = x_2$$

b) Suponga  $u = u_{eq}$  para calcular el punto de equilibrio

$$\dot{x}_1 = x_1 \sin(x_2) + x_2 u$$

$$\dot{x}_2 = x_1 e^{-x_2} + u^2$$

$$y = 2x_1 x_2 + x_2^2$$

c) Suponga  $x_1 = X1_{eq}$  para calcular el punto de equilibrio

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{MgL}{J_L} \sin(x_1) - \frac{B_L}{J_L} x_2 - \frac{k}{J_L} (x_1 - x_3)$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{B_m}{J_m} x_4 + \frac{k}{J_m} (x_1 - x_3) + \frac{u}{J_m}$$

$$y = x_1$$