

Tarea # 1 de Optimización

Profesora: *Lilian Sofía Sepúlveda*

Conceptos Básicos de Optimización

Fecha de entrega: *Agosto 22 de 2018*

Parte I: Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios, mostrando de manera clara el procedimiento.

1. Sean:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ & \ddots & \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad y \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Demuestre que el conjunto $S = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^n | A\vec{x} \leq \vec{b}\}$ es convexo.

2. Considere la función $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(\vec{x}) = f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1 + 3x_2 + x_3^2$. Determine si f es convexa, o es estrictamente convexa, o es cóncava o es estrictamente cóncava o ninguna de las anteriores.
3. Considere la función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(\vec{x}) = f(x_1, x_2) = x_1^4 - 2px_1^2 - x_2^2 + 3$. Calcular los máximos y mínimos de f . [Sugerencia: considere tres casos, $p < 0$, $p = 0$ y $p > 0$].

Parte II : Formule y resuelva el problema de optimización asociado a la situación descrita.

4. La cantidad de calor que se desprende en una reacción química al interactuar x moléculas de un compuesto en y moléculas de otro, se modeliza por la función:

$$f(x, y) = -5x^2 - 8y^2 - 2xy + 42x + 102y$$

Se quiere determinar el número de moléculas de cada compuesto que haga máxima cantidad de calor.

5. Se realiza un experimento para calcular la constante gravitacional g de la siguiente manera. Se lanza una pelota desde cierta altura y se mide su distancia desde el punto original en instantes de tiempo determinado. Los resultados del experimento se muestran en la siguiente tabla: La ecuación

tiempo(segundos)	1.00	2.00	3.00
distancia(metros)	5.00	19.50	44.00

que relaciona la distancia s y el tiempo t en el que se mide s está dada por $s = \frac{1}{2}gt^2$.

- a) Encuentre una estimación de g usando los resultados experimentales de la tabla anterior.
- b) Suponga que se toma una medida adicional a tiempo 4.00 y se obtiene una distancia de 78.5. Calcular una estimación actualizada de g .