

## Tarea # 2 de Optimización

Profesora: *Lilian Sofía Sepúlveda*

Optimización con Restricciones

Fecha de entrega: *Septiembre 29 de 2018*

**Parte I:** Formule el problema de optimización con restricciones asociado a la situación descrita.

- Una constructora de viviendas de madera acaba de ganarse una propuesta para edificar un conjunto de casas. Los ingenieros de la constructora están preocupados de minimizar los costos tanto como sea posible. Ellos han estimado que requerirán madera aserrada de  $4 \times 4$  de diferentes longitudes: 80, 60 y 50 cm. En el mercado existe este producto en dos dimensiones: 1.20 y 2.10 m con un costo de \$300 y \$350, respectivamente. La cantidad de piezas de cada largo, que se emplearán en la construcción, se indican en el siguiente Cuadro:

<i>Longitud (cm)</i>	<i>Cantidad mínima requerida</i>
80	1500
60	800
50	2400

Cuadro 1: Cantidad de piezas de cada largo

Para satisfacer sus necesidades, la empresa tiene que trozar los productos que compre para obtener las piezas deseadas. ¿Cuántos productos de 1.20 m y de 2.10 m debe comprar la empresa para satisfacer sus requerimientos y minimizar los costos?

- Una banda de músicos consta de 9 músicos (A,B,C,D,E,F,G,H,I) y debe repetir cada tarde un repertorio de 7 sinfonías (1,2,3,4,5,6,7). No todas las sinfonías necesitan de todos los músicos y cada músico recibe un salario proporcional al número de sinfonías en las que está presente (tocando o no su instrumento) desde la primera hasta la última en la que interviene. Ningún músico recibirá sueldo por sinfonías en las que esté presente antes de la primera en la que sea necesario ni después de la última en la que sea necesario, pero sí por todas las demás. El Cuadro 2 muestra las sinfonías en las que cada músico debe tocar su instrumento, así como el sueldo que recibe por cada sinfonía en la que tenga necesariamente que estar presente. ¿Cómo debe ordenar el director las sinfonías para minimizar el coste total de los salarios?

<i>Músico</i>	A	B	C	D	E	F	G	H	I
<i>Sinfonías</i>	1,7	2,4,7	1,2,5,7	1,3,5	2,3,5,6	1,2,4,6,7	3,5,7	4,6	1,2,3
<i>Costo/sinfonía</i>	2	3	3	2	1	2	3	1	2

Cuadro 2: Sinfonías y coste por músico

**Parte II :** Escriba el sistema de ecuaciones generado por las condiciones necesarias de KKT asociadas al problema de optimización dado.

$$\begin{aligned} 3. \quad & \min_{\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3\}} 3x + y - z^2 \\ & s.a \quad x + y + z \geq 0 \\ & \quad -x + 2y + z^2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad & \max_{\{(x,y) \in \mathbb{R}^2\}} J(x, y) = \int_x^y (e^{-t} - e^{-2t}) dt \\ & s.a \quad y - x = c \end{aligned}$$

**Parte III:** Resuelva utilizando las condiciones de KKT

$$\begin{aligned} 5. \quad & \min_{\{(x,y) \in \mathbb{R}^2\}} x^2 + y^2 \\ & s.a \quad x + y = 5 \\ & \quad xy \geq 4 \\ & \quad (x - 4)^2 + (y - 2)^2 \leq 1 \end{aligned}$$