

Ejemplo 4-12

La Fig. 4-54 muestra el diagrama de un sistema de suspensión magnética de una esfera. El objetivo del sistema es controlar la posición de la esfera de acero mediante el ajuste de la corriente en el electroimán a través del voltaje de entrada $e(t)$. Las ecuaciones diferenciales del sistemas son:

$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = Mg - \frac{i^2(t)}{y(t)} \quad (4-155)$$

$$e(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad (4-156)$$

en donde:

- | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| ▲ $e(t)$ = voltaje de entrada | ▲ $y(t)$ = posición de la esfera |
| ▲ $i(t)$ = corriente de bobinado | ▲ R = resistencia del bobinado |
| ▲ L = inductancia de bobinado | ▲ M = masa de la esfera |
| ▲ g = aceleración gravitacional | |

Las variables de estado se definen como $x_1(t) = y(t)$, $x_2(t) = dy(t)/dt$ y $x_3(t) = i(t)$. Las ecuaciones de estado del sistema son:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t) \quad (4-157)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = g - \frac{1}{M} \frac{x_3^2(t)}{x_1(t)} \quad (4-158)$$

$$\frac{dx_3(t)}{dt} = -\frac{R}{L} x_3(t) + \frac{1}{L} e(t) \quad (4-159)$$

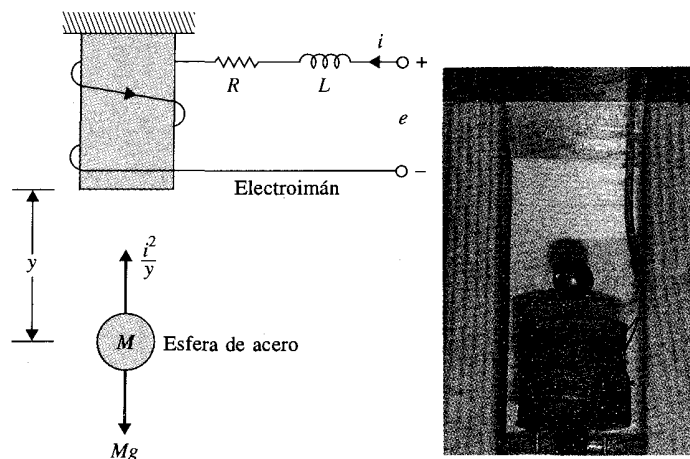


Figura 4-54 Sistema de suspensión imán-esfera.

El sistema se va a linealizar en el punto de equilibrio $y_0(t) = x_{01} = \text{constante}$. Entonces:

$$x_{02}(t) = \frac{dx_{01}(t)}{dt} = 0 \quad (4-160)$$

$$\frac{d^2y_0(t)}{dt^2} = 0 \quad (4-161)$$

El valor nominal de $i(t)$ se determina al sustituir la ecuación (4-161) en la ecuación (4-155). Por tanto:

$$i_0(t) = x_{03}(t) = \sqrt{Mgx_{01}} \quad (4-162)$$

La ecuación de estado linealizada se expresa en la forma de la ecuación (4-133), con los coeficientes A^* y B^* evaluados como:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{x_{03}^2}{Mx_{01}^2} & 0 & \frac{-2x_{03}}{Mx_{01}} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{g}{x_{01}} & 0 & -2\left(\frac{g}{Mx_{01}}\right)^{1/2} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad (4-163)$$

$$B^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (4-164)$$

▲

4-8 Sistemas con retardo de transporte

Todos los sistemas considerados tienen funciones de transferencia que son el cociente de los polinomios. En la práctica, se pueden encontrar retrasos puros en varios tipos de sistemas, especialmente en sistemas con transmisiones hidráulicas, neumáticas o mecánicas. Los sistemas con control por computadora también tienen retardos, ya que la computadora toma cierto tiempo en ejecutar operaciones numéricas. En estos sistemas la salida no comienza a responder a la entrada sino hasta después de un intervalo de tiempo dado. La Fig. 4-55 ilustra algunos sistemas en los que se observa el retardo de transporte o retardos puros. La Fig. 4-55(a) esboza un arreglo en el que dos fluidos diferentes se mezclan en proporciones adecuadas. Para asegurar que se mida una solución homogénea, los puntos de supervisión se localizan a cierta distancia del punto de mezcla. Por tanto, existe un retraso entre el punto de mezcla y el lugar adonde se detecta el cambio en la concentración. Si la velocidad del flujo de la solución mezclada es v pulgadas por segundo y d es la distancia entre los puntos de mezcla y medición, el tiempo de retardo está dado por:

$$T_d = \frac{d}{v} \quad \text{segundos} \quad (4-165)$$