

Problema de optimizare neconstransa in invatare aprofundata

1. **Sarcina de invatare:** clasificare binara

Obiectivul este de a invata un model care sa prezica dacă un pacient sufera sau nu de boli cardiovasculare, folosind caracteristici medicale extrase din baza de date.

2. **Detalii despre Baza de Date utilizata:**

- Am utilizat Baza de Date **Heart Disease Dataset** de pe Kaggle:<https://www.kaggle.com/datasets/johnsmith88/heart-disease-dataset>.
- Fisierul heart.csv contine caracteristici pentru fiecare pacient: varsta, sexul, tipul durerii in piept, presiunea sangelui, nivelul de colesterol, glicemia, rezultate ECG, bataile inimii in repaus(nr maxim de batai pe minut), angina pectorală indusă de efort, coborarea segmentului ST la testul de efort, forma pantei segmentului ST si eticheta de clasificare(pacient cu sau fara boli la inima).
- Am selectat aleatoriu 200 de exemple: 160 pentru antrenare si 40 pentru testare.
- Coloanele cu date categorice: Sex, ChestPainType, RestingECG, ExerciseAngina, ST_Slope au fost convertite in valori numerice.

3. **Algoritmii de optimizare implementati**

Am implementat trei metode de optimizare:

a. **Metoda Gradient:**

- Toate exemplele sunt folosite la fiecare actualizare a greutatilor.
- Direcția de optimizare este data de gradientul intregii functii de pierdere.
- Functia de activare folosita la stratul ascuns este Soft++, avand un numar $m=20$ neuroni.
- Functia de activare la ieșire este Sigmoid.
- Functia de pierdere utilizata este Entropie Incrucisata Binara.
- Calculul derivatei functiei de pierdere (in combinatie cu y dat de functia Sigmoid): $\text{delta} = y - e_{\text{train}}$, este realizata prin calcul mathematic, dupa cum urmeaza:

$$L(e, y) = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (e_i \log(y_i) + (1-e_i) \log(1-y_i))$$

$\text{dan } y_i = \sigma(x_i) = \frac{1}{1+e^{-x_i}} \rightarrow \text{am aplicat functia}$
 sigmoid pe vectorul de predictii
 pt a avea numere in intervalul
 $(0,1)$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial L}{\partial y_i} \cdot \frac{\partial y_i}{\partial x_i}$$

$\text{dan } \frac{\partial L}{\partial y_i} = \left(\frac{e_i}{y_i} - \frac{1-e_i}{1-y_i} \right)$
 $\frac{\partial y_i}{\partial x_i} = y_i(1-y_i)$

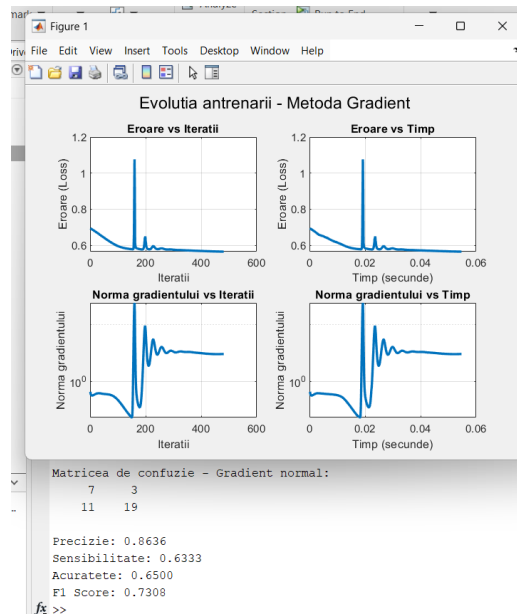
$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \left(\frac{1-e_i}{1-y_i} - \frac{e_i}{y_i} \right) \cdot y_i(1-y_i)$$

$$= y_i(1-e_i) - e_i(1-y_i)$$

$$= y_i - y_i e_i - e_i + e_i y_i$$

$$\Rightarrow \frac{\partial L}{\partial x_i} = y_i - e_i$$

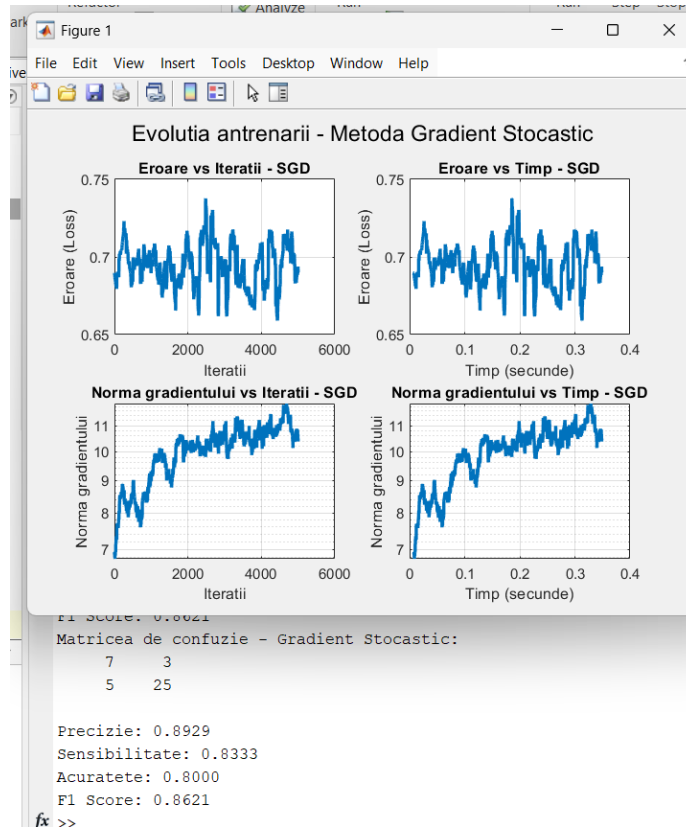
$\Rightarrow \text{delta} = y - e$ - derivata functiei de pierdere
 combinata cu functia sigmoid!



In cadrul Metodei Gradient, s-a observat o scadere initiala a functiei obiectiv, urmată de o crestere brusca a erorii si a normei gradientului. Acest fenomen se datoreaza unui pas de invatare (alfa) fix, care, combinat cu un gradient mare local, a produs un salt excesiv ("overshoot") pe directia optimizarii. Ulterior, rețeaua neuronală a reusit să corecteze saltul, funtia obiectiv si norma gradientului stabilizandu-se treptat.

b. Metoda Gradient Stochastic

- Actualizarea greutatilor se face folosind cate un singur exemplu la fiecare iterație.
- Această metodă introduce variație mai mare in gradient si poate evita minime locale.
- Aceeasi arhitectura de retea ca la metoda Gradientului.

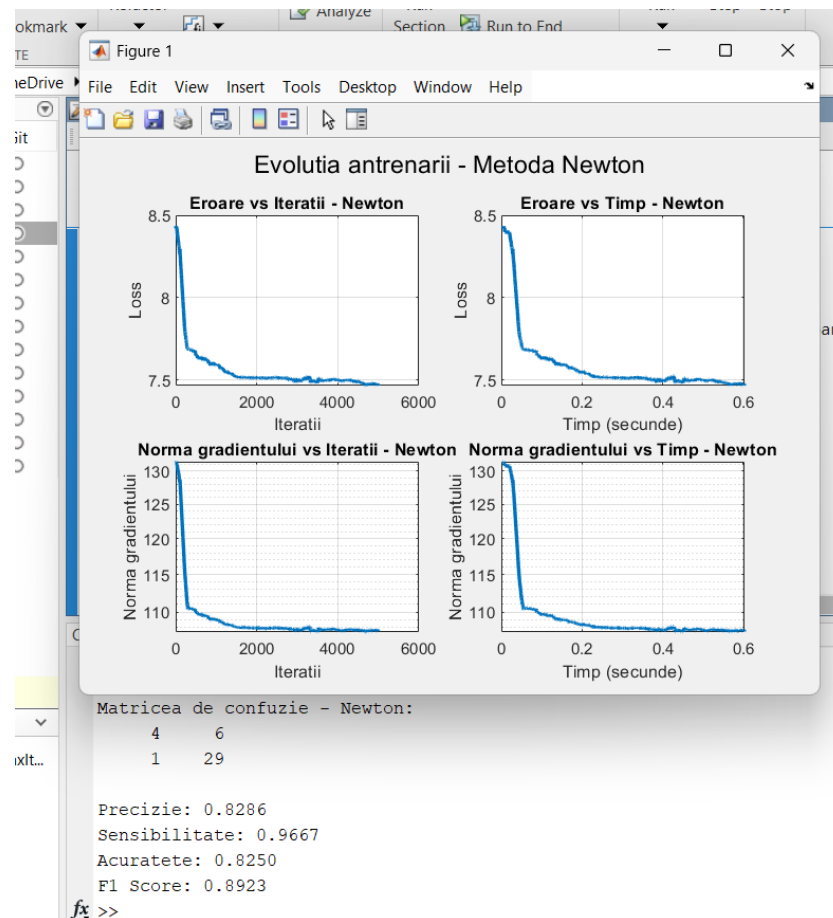


Aplicand o netezire (moving average) asupra erorii și normei gradientului în metoda Gradient Stochastic, se observa o tendință generală de stabilizare a funcției obiectiv în jurul valorii 0.7. Norma gradientului crește ușor în primele faze ale antrenării, dar ulterior se stabilizează, indicând o convergență parțială caracteristică optimizării stocastice. Fluctuațiile rămân prezente datorită naturii aleatoare a metodei SGD.

c. Metoda Newton

- Se folosește gradientul și Hessiana funcției de pierdere pentru un pas mai precis de optimizare.
- Pentru a evita probleme de instabilitate numerică (Hessiana aproape singulară), s-a aplicat regularizarea: $H = H + \lambda I$, cu $\lambda = 10^{-4}$.
- Metoda Newton converge în mai puține iterații, dar costul per iterație este mai mare.

- In cadrul metodei Newton nu s-a utilizat activarea Soft++ deoarece optimizarea s-a realizat direct pe modelul logistic simplu, fara strat ascuns, cu functia sigmoid aplicata asupra produsului scalar dintre vectorul de greutate si caracteristicile exemplului.



Evoluția rapidă și stabilizarea timpurie sunt caracteristice metodei Newton datorită folosirii informației de ordinul doi (Hessiana), ceea ce permite realizarea unor pași de optimizare foarte eficienți spre minimumul funcției obiectiv. Totuși, costul computațional al fiecărei iterații Newton este mai ridicat decât în metodele Gradient și Gradient Stochastic, ceea ce poate limita aplicabilitatea acestei metode în probleme de dimensiuni foarte mari.

- Pentru cele 3 metode am verificat:
Matricea de confuzie: compară predicțiile modelului față de etichetele reale (clasificare binară: 0 fără boală, 1 cu boală).
Indicatori de performanță:
 -PRECIZIA: cât de des are dreptate modelul (mare \Rightarrow modelul face puține alarme false - puține persoane sănatoase sunt declarate bolnave)

- SENSIBILITATEA: din pacientii bolnavi, pe cati i-a detectat corect modelul(mare=>modelul detecteaza bolile bine)
- ACURATETEA: cate predictii corecte face modelul in total(mare=>modelul face multe predictii corecte, indiferent de clasa-0 sau 1)
- SCORUL F: compromis intre precizie si sensibilitate(mare=> modelul are echilibru bun intre a detecta corect boala si a nu da alarme false)

- Pentru fiecare metodă s-au generat grafice:
 - Eroarea (loss) în functie de numarul de iteratii
 - Eroarea (loss) în functie de timp
 - Norma gradientului în functie de numarul de iteratii
 - Norma gradientului în functie de timp

4. Concluzii

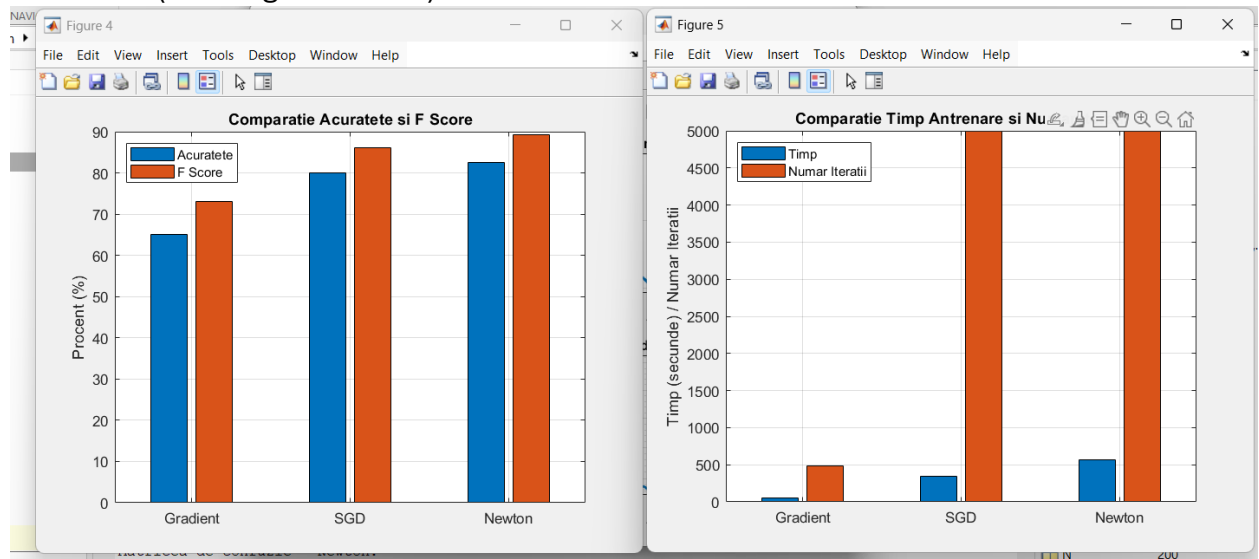
In cadrul metodelor Gradient si Gradient Stochastic, optimizarea s-a realizat asupra unei retele neuronale simple, cu un strat ascuns ce utilizeaza functia de activare Soft++ si functia sigmoid pentru iesirea finala. Aceasta structura a permis modelului sa invete relatii nelineare complexe intre caracteristici.

In schimb, metoda Newton a fost aplicata direct pe regresia logistica standard, fara strat ascuns, folosind doar functia sigmoid aplicata asupra produsului scalar dintre vectorul de greutate si datele de intrare. Astfel, metoda Newton optimizeaza un model simplu, liniar in caracteristici, ceea ce ii permite o convergenta mai rapida, dar cu o capacitate redusa de modelare a relatiilor nelineare.

Din diagramele de mai jos, se observa ca:

- Metoda Gradient Stochastic obtine cele mai bune performante in ceea ce priveste atat acuratetea, cat si F Score-ul, demonstrand un echilibru eficient intre precizie si sensibilitate. Gradientul Stochastic necesita cele mai multe iteratii, dar fiecare pas este rapid, ceea ce mentine un timp de antrenare scazut.
- Gradientul normal are performante usor mai slabe, fiind mai sensibil la alegerea hiperparametrilor. Totusi, aceasta metoda prezinta un compromis echilibrat intre numarul de iteratii si timpul total de antrenare.
- Metoda Newton converge rapid , insa timpul total de antrenare nu este intotdeauna cel mai mic din cauza costului ridicat al calculului Hessienei.
- Metoda Gradient normal s-a oprit dupa aproximativ 500 de iteratii, deoarece criteriul de oprire pe baza diferentei functiei obiectiv a fost atins rapid. Gradientul Stochastic si metoda Newton au atins numarul maxim de 5000 de iteratii, din cauza fluctuatiilor specifice SGD si a criteriului mai strict de convergenta folosit

la Newton (norma gradientului).



- Asadar, alegerea metodei optime depinde de compromisurile acceptate intre viteza de convergenta, complexitatea computationala si performanta obtinuta in clasificare, fiecare metoda prezentand avantaje si limitari specifice in functie de contextul aplicatiei.

Anexa cod matlab

ALEGERE BAZA DE DATE SI IMPARTIRE DATE(ANTRENARE+TESTARE)

```
T = readtable('heart.csv');

% Transformare coloane categorice(stringuri) in coloane numerice
T.Sex = double(categorical(T.Sex));%F=1,M=2
T.ChestPainType = double(categorical(T.ChestPainType));%ASY=1,ATA=2,NAP=3
T.RestingECG = double(categorical(T.RestingECG));%Normal=2,ST=3
T.ExerciseAngina = double(categorical(T.ExerciseAngina));%N=1,Y=2
T.ST_Slope = double(categorical(T.ST_Slope));%Flat=2, Up=3
%disp(T)
A = T{:,1:end-1}; % input
e = T{:,end};      % eticheta (HeartDisease)

[N_total, n] = size(A);%dimensiune originala
idx = randperm(N_total, 200); % aleg aleatoriu 200 de exemple
A = A(idx, :); % pastrez doar 200 de exemple
e = e(idx, :);

N = 200; % nr de exemple cu care lucrez
```

```
N_train = 160;% 80% pt antrenare
N_test = 40;% 20% pt testare

% Seturi de antrenare
A_train = A(1:N_train, :);
e_train = e(1:N_train, :);
%Seturi de testare
A_test = A(N_train+1:end, :);
e_test = e(N_train+1:end, :);

%  $\tilde{A} = [A, 1]$ 
Abar_train = [A_train, ones(N_train,1)];
Abar_test = [A_test, ones(N_test,1)];
```

Retea Neuronala

```
m=20;%nr neuroni strat ascuns
a=1;
b=2;%parametrii pt Soft++

[N_train, n_plus_1] = size(Abar_train); % n+1 caracteristici
n = n_plus_1 - 1; % caracteristici reale

rng(0); % pentru reproductibilitate
X = randn(n_plus_1, m) * 0.01; % greutatei strat ascuns (Abar -> strat ascuns)
x = randn(m,1) * 0.01; % greutatei strat ascuns -> iesire

Z=Abar_train*X;%  $\tilde{A}X$ 
H=softplusplus(Z,a,b);%  $g(\tilde{A}X)$  - activare strat ascuns
y1=H*x;%vector de predictii
y=sigmoid(y1);%pt clasificare binara vreau ca y sa aiba valori intre 0 si 1
loss=loss_crossentropy(e_train,y);
```

METODA GRADIENT

Setari

```
alfa = 0.003;
epsilon = 1e-5;
maxIter = 5000;
m = 20;
a = 1;
b = 2;

% Antrenare cu metoda gradientului
```

```
[X_final, x_final, errors, norms, times] = gradient(Abar_train, e_train, m,
a, b, alfa, epsilon, maxIter);
figure;
% 1. Eroare vs Iteratii
subplot(2,2,1);
plot(1:length(errors), errors, 'LineWidth', 2);
xlabel('Iteratii');
ylabel('Eroare (Loss)');
title('Eroare vs Iteratii');
grid on;
% 2. Eroare vs Timp
subplot(2,2,2);
plot(times, errors, 'LineWidth', 2);
xlabel('Timp (secunde)');
ylabel('Eroare (Loss)');
title('Eroare vs Timp');
grid on;
% 3. Norma gradientului vs Iteratii
subplot(2,2,3);
semilogy(1:length(norms), norms, 'LineWidth', 2);
xlabel('Iteratii');
ylabel('Norma gradientului');
title('Norma gradientului vs Iteratii');
grid on;
% 4. Norma gradientului vs Timp
subplot(2,2,4);
semilogy(times, norms, 'LineWidth', 2);
xlabel('Timp (secunde)');
ylabel('Norma gradientului');
title('Norma gradientului vs Timp');
grid on;
sgtitle('Evolutia antrenarii - Metoda Gradient');

%Performanta sarcinii de invatare
[precizie_grad, sensibilitate_grad, acuratete_grad, F1_grad, C_grad] =
evaluare_model(Abar_test, e_test, X_final, x_final, a, b);

disp('Matricea de confuzie - Gradient normal:');
disp(C_grad);
fprintf('Precizie: %.4f\n', precizie_grad);
fprintf('Sensibilitate: %.4f\n', sensibilitate_grad);
fprintf('Acuratete: %.4f\n', acuratete_grad);
fprintf('F1 Score: %.4f\n', F1_grad);
```

METODA GRADIENT STOCASTICA

Setari

```

    alfa = 0.003;
    epsilon = 1e-5;
    maxIter = 5000;
    m = 20;
    a = 1;
    b = 2;
    % Antrenare cu metoda gradientului stocastic
    [X_sgd, x_sgd, errors_sgd, norms_sgd, times_sgd] =
gradient_stochastic(Abar_train, e_train, m, a, b, alfa, epsilon, maxIter);
    window = 200; % fereastra de mediere-vad mai bine grafic
    errors_sgd = movmean(errors_sgd, window);
    norms_sgd = movmean(norms_sgd, window);
    figure;
    % 1. Eroare vs Iteratii
    subplot(2,2,1);
    plot(1:length(errors_sgd), errors_sgd, 'LineWidth', 2);
    xlabel('Iteratii');
    ylabel('Eroare (Loss)');
    title('Eroare vs Iteratii - SGD');
    grid on;
    % 2. Eroare vs Timp
    subplot(2,2,2);
    plot(times_sgd, errors_sgd, 'LineWidth', 2);
    xlabel('Timp (secunde)');
    ylabel('Eroare (Loss)');
    title('Eroare vs Timp - SGD');
    grid on;
    % 3. Norma gradientului vs Iteratii
    subplot(2,2,3);
    semilogy(1:length(norms_sgd), norms_sgd, 'LineWidth', 2);
    xlabel('Iteratii');
    ylabel('Norma gradientului');
    title('Norma gradientului vs Iteratii - SGD');
    grid on;
    % 4. Norma gradientului vs Timp
    subplot(2,2,4);
    semilogy(times_sgd, norms_sgd, 'LineWidth', 2);
    xlabel('Timp (secunde)');
    ylabel('Norma gradientului');
    title('Norma gradientului vs Timp - SGD');
    grid on;
    sgtitle('Evolutia antrenarii - Metoda Gradient Stochastic');

    %Performanta sarcinii de invatare
    [precizie_sgd, sensibilitate_sgd, acuratete_sgd, F1_sgd, C_sgd] =
evaluare_model(Abar_test, e_test, X_sgd, x_sgd, a, b);

```

```
disp('Matricea de confuzie - Gradient Stochastic:');
disp(C_sgd);
fprintf('Precizie: %.4f\n', precizie_sgd);
fprintf('Sensibilitate: %.4f\n', sensibilitate_sgd);
fprintf('Acuratete: %.4f\n', acuratete_sgd);
fprintf('F1 Score: %.4f\n', F1_sgd);
```

METODA NEWTON

```
epsilon = 1e-5;
maxIter = 5000;
% Antrenare Newton
[w_newton, errors_newton, norms_newton, times_newton] = Newton(Abar_train',
e_train, epsilon, maxIter);
% Ploturi evolutie Newton
window = 200; % fereastră de mediere-vad mai bine grafic
errors_newton = movmean(errors_newton, window);
norms_newton = movmean(norms_newton, window);
figure;
% 1. Eroare vs Iteratii
subplot(2,2,1);
plot(1:length(errors_newton), errors_newton, 'LineWidth', 2);
xlabel('Iteratii');
ylabel('Loss');
title('Eroare vs Iteratii - Newton');
grid on;
% 2. Eroare vs Timp
subplot(2,2,2);
plot(times_newton, errors_newton, 'LineWidth', 2);
xlabel('Timp (secunde)');
ylabel('Loss');
title('Eroare vs Timp - Newton');
grid on;
% 3. Norma gradientului vs Iteratii
subplot(2,2,3);
semilogy(1:length(norms_newton), norms_newton, 'LineWidth', 2);
xlabel('Iteratii');
ylabel('Norma gradientului');
title('Norma gradientului vs Iteratii - Newton');
grid on;
% 4. Norma gradientului vs Timp
subplot(2,2,4);
semilogy(times_newton, norms_newton, 'LineWidth', 2);
xlabel('Timp (secunde)');
ylabel('Norma gradientului');
title('Norma gradientului vs Timp - Newton');
```

```

grid on;
sgtitle('Evolutia antrenarii - Metoda Newton');

% Predictii pe setul de testare - metoda Newton
m_test = size(Abar_test,1);
functii_test = zeros(m_test,1);
for i = 1:m_test
    functii_test(i) = sigmoid(w_newton' * Abar_test(i,:));
end

predictii_test_newton = double(functii_test >= 0.5);

% Matricea de confuzie si performanta - Newton
C_newton = confusionmat(e_test, predictii_test_newton);

RP = C_newton(2,2);
FP = C_newton(1,2);
FN = C_newton(2,1);
RN = C_newton(1,1);

precizie_newton = RP / (RP + FP);
sensibilitate_newton = RP / (RP + FN);
acuratete_newton = (RP + RN) / (RP + RN + FP + FN);
F1_newton = 2 * (precizie_newton * sensibilitate_newton) / (precizie_newton +
sensibilitate_newton);
% Afisare rezultate
disp('Matricea de confuzie - Newton:');
disp(C_newton);
fprintf('Precizie: %.4f\n', precizie_newton);
fprintf('Sensibilitate: %.4f\n', sensibilitate_newton);
fprintf('Acuratete: %.4f\n', acuratete_newton);
fprintf('F1 Score: %.4f\n', F1_newton);

```

Comparare Metode

Comparatie Performante- Acuratete si F Score

```

metode = {'Gradient', 'SGD', 'Newton'};
acuratete = [acuratete_grad, acuratete_sgd, acuratete_newton] * 100;
F1_scores = [F1_grad, F1_sgd, F1_newton] * 100;

figure;
bar([acuratete; F1_scores]);
ylabel('Procent (%)');
title('Comparatie Acuratete si F Score');
legend('Acuratete', 'F Score', 'Location', 'northwest');
set(gca, 'XTickLabel', metode);

```

```

grid on;

% Comparatie metode - Timp si Numar Iteratii
timpuri = [times(end), times_sgd(end), times_newton(end)];
timpuri=timpuri*1000;% scalez pt a vedea grafic
numar_iteratii = [length(errors), length(errors_sgd), length(errors_newton)];
figure;
bar([timpuri; numar_iteratii]');
ylabel('Timp (secunde) / Numar Iteratii');
title('Comparatie Timp Antrenare si Numar Iteratii');
legend('Timp', 'Numar Iteratii', 'Location', 'northwest');
set(gca, 'XTickLabel', metode);
grid on;

```

Functii:

```

METODA GRADIENT
function [X, x, errors, norms, times] = gradient(Abar_train, e_train, m, a, b,
alfa, epsilon, maxIter)
    [N_train, n_plus_1] = size(Abar_train);
    rng(0); % pentru reproductibilitate
    X = randn(n_plus_1, m) * 0.01;
    x = randn(m, 1) * 0.01;

    errors = zeros(1, maxIter);
    norms = zeros(1, maxIter);
    times = zeros(1, maxIter);

    iter = 0;
    f0 = 1;
    f1 = 0;
    norma_gradient = inf;

    tic;

    while abs(f1 - f0) >= epsilon && iter < maxIter
        iter = iter + 1;
        f0 = f1;
        Z = Abar_train * X;
        H = softplusplus(Z, a, b);
        y1 = H * x;
        y = sigmoid(y1);
        f1 = loss_crossentropy(e_train, y);
        delta = y - e_train;%derivata fct. de pierdere combinata cu sigmoid
        % Gradient fata de x
        grad_x = H' * delta / N_train;
        % Gradient fata de X
        dH = (delta * x') / N_train;
        dSoft = d_softplusplus(Z, a, b);
        grad_X = Abar_train' * (dH .* dSoft);
    end

```

```
norma_gradient = sqrt(sum(grad_x.^2) + sum(grad_X(:).^2));%norma
gradientului
```

```
% Metoda Gradient
x = x - alfa * grad_x;
X = X - alfa * grad_X;
```

```
errors(iter) = f1;
norms(iter) = norma_gradient;
times(iter) = toc; % timpul curent la fiecare iteratie
end
% Trunchiere vectorii la numarul real de iteratii
errors = errors(1:iter);
norms = norms(1:iter);
times = times(1:iter);
```

```
end
```

```
% Output g este o valoare intre 0 si 1
function g = sigmoid(z)
    g = 1.0 ./ (1.0 + exp(-z));
end
```

```
function L=loss_crossentropy(e,y)
N=length(e);
eps=1e-8;%eroare pt log(0)
suma=0;
for i=1:N
    suma=suma+(e(i)*log(y(i)+eps)+(1-e(i))*log(1-y(i)+eps));
end
L=(-1/N)*suma;
end
```

```
function g=softplusplus(z,a,b)
g=log(1+exp(a.*z))+(z./b)-log(2);
end
```

```
METODA GRADIENT STOCHASTIC
function [X, x, errors, norms, times] = gradient_stochastic(Abar_train, e_train,
m, a, b, alfa, epsilon, maxIter)
    [N_train, n_plus_1] = size(Abar_train);
    rng(0); % reproducibilitate
    X = randn(n_plus_1, m) * 0.01;
    x = randn(m, 1) * 0.01;
```

```
errors = zeros(1, maxIter);
norms = zeros(1, maxIter);
times = zeros(1, maxIter);
```

```

    iter = 0;
    f0 = 1;
    f1 = 0;
    norma_gradient = inf;

    tic;

    while abs(f1 - f0) >= epsilon && iter < maxIter
        iter = iter + 1;
        f0 = f1;
        % Aleg un exemplu aleatoriu
        i = randi(N_train); % indice aleator intre 1 si N_train
        Abar_i = Abar_train(i, :); % exemplul selectat
        e_i = e_train(i); % eticheta asociata
        Z_i = Abar_i * X;
        H_i = softplusplus(Z_i, a, b);
        y1_i = H_i * x;
        y_i = sigmoid(y1_i);
        % Loss doar pentru exemplul i (optional, pentru verificare)
        % f1_i = loss_crossentropy(e_i, y_i);
        delta_i = y_i - e_i; % derivata combinata pierdere+sigmoid

        % Gradient fata de x si X
        grad_x = H_i' * delta_i;
        dH_i = delta_i * x';
        dSoft_i = d_softplusplus(Z_i, a, b);
        grad_X = Abar_i' * (dH_i .* dSoft_i);
        norma_gradient = sqrt(sum(grad_x.^2) + sum(grad_X(:).^2));

        % Metoda Gradient
        x = x - alfa * grad_x;
        X = X - alfa * grad_X;

        % Evaluez loss pe toate datele (ca sa urmaresc evolutia corecta)
        Z_full = Abar_train * X;
        H_full = softplusplus(Z_full, a, b);
        y1_full = H_full * x;
        y_full = sigmoid(y1_full);
        f1 = loss_crossentropy(e_train, y_full);

        errors(iter) = f1;
        norms(iter) = norma_gradient;
        times(iter) = toc;
    end
    % Trunchiere vectorii la numarul real de iteratii
    errors = errors(1:iter);
    norms = norms(1:iter);
    times = times(1:iter);
end

```

<pre> function [precizia, sensibilitatea, acuratetea, F1_score, C] = evaluare_model(Abar_test, e_test, X, x, a, b) % Forward propagation pe setul de testare </pre>
--

Z_test = Abar_test * X;
H_test = softplusplus(Z_test, a, b);
yl_test = H_test * x;
y_test = sigmoid(yl_test);
predictii_test = double(y_test >= 0.5); % Predictii finale
C = confusionmat(e_test, predictii_test); % Matricea de confuzie
RP = C(2,2);
FP = C(1,2);
FN = C(2,1);
RN = C(1,1);
precizia = RP / (RP + FP);
sensibilitatea = RP / (RP + FN);
acuratetea = (RP + RN) / (RP + RN + FP + FN);
F1_score = 2 * (precizia * sensibilitatea) / (precizia + sensibilitatea);
end

function g_prime = d_softplusplus(z, a, b)
g_prime = (a * exp(a*z)) ./ (1 + exp(a*z)) + 1/b;
end

METODA NEWTON

```
function [w_final, errors, norms, times] = Newton(x, y, epsilon, maxIter)
```

```
    [n, N] = size(x);
    rng(0); % pentru reproductibilitate
    w = randn(n,1) * 0.01; % Initializare
    errors = zeros(1, maxIter);
    norms = zeros(1, maxIter);
    times = zeros(1, maxIter);
```

```
    iter = 0;
    tic;
```

```
    while norm(Grad(w, y, x)) > epsilon && iter < maxIter
        iter = iter + 1;
```

```
        g = Grad(w, y, x); % Gradient
        lambda = 1e-4; % regularizare mica
        H = hessiana(w, y, x);
        H = H + lambda * eye(size(H)); % regularizare
        w = w - H \ g'; % pas Newton
```

```
    errors(iter) = obj(w, y, x);
    norms(iter) = norm(g);
    times(iter) = toc;
```

```

end

errors = errors(1:iter);
norms = norms(1:iter);
times = times(1:iter);
w_final = w;
end

```

function A = Grad(w, y, x)
m = size(x, 2);
f = zeros(m,1);
for i = 1:m
f(i) = sigmoid(w' * x(:,i));
end
A = ((f - y)' * x') / m;
end

function h = hessiana(w, y, x)
m = size(x,2);
n = size(x,1);
z = zeros(m,1);
for i = 1:m
e = sigmoid(w' * x(:,i));
z(i) = e * (1 - e);
end
Q = diag(z);
h = (x * Q * x') / m;
end

function L = obj(w, y, x)
m = size(x,2);
f = zeros(m,1);
for i = 1:m
f(i) = sigmoid(w' * x(:,i));
end
eps = 1e-8; % protectie log(0)
L = -(1/m) * sum(y .* log(f + eps) + (1 - y) .* log(1 - f + eps));
end