

1. Determineu els vèrtexos i les direccions extremes en \Re^5 del poliedre:

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 &\leq 1 \\x_1 - \frac{1}{4}x_2 &\geq -1 \\x_1 - x_2 &\geq -5 \\x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

2. Determineu si les següents funcions són convexes o no i en quines regions:

$$\begin{aligned}f_1(x, y) &= \frac{x}{y}, \quad f_2(x, y) = \frac{x^2}{y}, \quad f_3(x, y) = x^a y^b, \quad f_4(x, y) = \frac{x^2}{a - y} \\f_5(x, y) &= -\ln x \cdot \ln y, \quad f_6(x, y) = \int_0^x h\left(\frac{x}{y}\right) dx, \quad f_7(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i \ln x_i \\f_8(x_1, \dots, x_n) &= \ln\left(\sum_{i=1}^n e^{\theta_i x_i}\right)\end{aligned}$$

3. Resoleu amb AMPL, a mà i gràficament, si és possible:

$$\begin{aligned}\text{P1 } \text{Max}_x \quad & x_1(28 - x_1) + \frac{25}{26} x_2(30 - x_2) + \frac{25^2}{26^2} x_3(32 - x_3) - x_1^2 - \frac{75}{52} x_2^2 - \frac{50}{26} x_3^2 \\& x_1 + x_2 + x_3 \leq 30 \\& x_1^2 + \frac{3}{2}x_2^2 + 2x_3^2 \leq 350 \\& x_i \geq 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{P2 } \text{Min}_x \quad & (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \\& x_1^2 + x_2^2 \leq 9 \\& x_1 x_2 \geq 2 \\& x_2 \geq 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{P3 } \text{Max}_{x,y,z} \quad & x + y + z \\& x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z \leq 5\end{aligned}$$

4. Resoldre el problema i comprovar el teorema de folga complementària:

$$\begin{aligned}\text{Min} \quad & 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \\& x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 5 \quad R1 \\& 2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 6 \quad R2 \\& x_i \geq 0\end{aligned}$$