

**2ª Lista de Exercícios de SMA-354 Cálculo 2**

**Cálculo de integrais 1**

**Exercício 1** Calcule (usando fórmulas de derivação conhecidas ou o significado geométrico)

$$\begin{array}{llll}
 \text{(a)} \int_{-2}^2 (3s^2 + 2s - 1) ds & \text{(b)} \int_1^2 \left( x^3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3} \right) dx & \text{(c)} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos 2x + \sin 5x) dx & \text{(d)} \int_0^2 \frac{4}{1+u^2} du \\
 \text{(e)} \int_{-1}^1 (1 - |x|) dx & \text{(f)} \int_1^4 [[x]] dx & \text{(g)} \int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^2 x \, dx & \text{(h)} \int_{-3}^5 |x| dx & \text{(i)} \int_0^{\frac{2\pi}{3}} |\cos x| dx
 \end{array}$$

**Exercício 2** Calcule (usando integração por partes)

$$\begin{array}{llll}
 \text{(a)} \int x e^x \, dx & \text{(b)} \int \ln x \, dx & \text{(d)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin(x) \, dx & \text{(e)} \int x^4 e^{2x} \, dx \\
 \text{(f)} \int e^x \cos x \, dx & \text{(g)} \int e^{-x} \cos(2x) \, dx & \text{(h)} \int \sin x \sin 3x \, dx
 \end{array}$$

**Exercício 3** Suponha que  $f''$  seja contínua em  $[a, b]$ . Verifique a identidade abaixo (sugestão: comece integrando por partes).

$$f(b) = f(a) + f'(a)(b-a) + \int_a^b (b-t)f''(t)dt.$$

**Exercício 4** Calcule (usando substituição)

$$\begin{array}{llll}
 \text{(a)} \int_0^1 x e^{x^2} \, dx & \text{(b)} \int_{-1}^0 x(2x+1)^{50} \, dx & \text{(c)} \int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^5} \, dx & \text{(d)} \int_{-1}^1 x^4(x^5+3)^3 \, dx \\
 \text{(e)} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x (1 - \cos^2 x) \, dx & \text{(f)} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^3 x \, dx
 \end{array}$$

**Exercício 5** Suponha  $f$  contínua em  $[-1, 1]$ . Calcule  $\int_0^1 f(2x-1)dx$  sabendo que  $\int_{-1}^1 f(u)du = 10$ .

**Exercício 6** Suponha  $f$  contínua em  $[0, 4]$ . Calcule  $\int_{-2}^2 x f(x^2) dx$ .

**Exercício 7** Calcule

$$\begin{array}{llll}
 \text{(a)} \int x^3 \cos(x^4) dx & \text{(b)} \int_0^x \sin^5 t \cos t \, dt & \text{(c)} \int \operatorname{tg} x \sec^2 x \, dx & \text{(d)} \int \frac{\sec^2 x}{3 + 2 \operatorname{tg} x} dx \\
 \text{(e)} \int_{1/2}^x \left( \frac{5}{t-1} + \frac{2}{t} \right) dt & \text{(f)} \int \frac{1}{a^2 + x^2} dx & \text{(g)} \int \frac{1}{x \ln x} dx & \text{(h)} \int \frac{1}{x} \cos(\ln x) dx \\
 \text{(i)} \int x \sec^2 x \, dx & \text{(j)} \int \arcsen(x) \, dx
 \end{array}$$

**Exercício 8** Calcule

$$\begin{array}{llll}
 \text{(a)} \int \left( e^{-x} + \sin(6x) + \frac{2}{x^5} \right) dx & \text{(b)} \int \left( \sqrt[7]{x^3} + \sin \frac{x}{5} \right) dx & \text{(c)} \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} dt & \text{(d)} \int 13^x \pi^x dx \\
 \text{(e)} \int_0^2 x^3 \sqrt{2+3x^4} dx & \text{(f)} \int_{-\pi/3}^{\pi/4} (7 + \sin 5x)^2 dx & \text{(g)} \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \cos x} \, dx & \text{(h)} \int \sec x \, dx \\
 \text{(i)} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin 6x \cos 3x \, dx & \text{(j)} \int \cos 4x \cos 2x \, dx
 \end{array}$$

**Exercício 9** Calcule  $\int e^{-st} \sin(t) \, dt$ , onde  $s > 0$  é constante.

**Exercício 10** Calcule as seguintes funções integrais, indicando seu domínio:

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} \int_0^x e^{2-5t} dt & \text{(b)} \int_0^x \frac{1}{8t-3} dt & \text{(c)} \int_8^{x^2} e^{2t+3} dt
 \end{array}$$

**Exercício 11** (!) (CAEN) Seja  $f(x) = \frac{x^4}{8} + \frac{x^{-2}}{4}$ , o valor de  $\int_1^2 \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$  é:

(a)  $\frac{11}{16}$     (b)  $\frac{17}{16}$     (c) 2    (d)  $\frac{33}{16}$     (e)  $\frac{17}{8}$

**Exercício 12** Nos itens abaixo, desenhe o conjunto  $A$  dado e calcule sua área:

(a)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 - 1 \leq y \leq 0\};$

(b)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq y \leq |\sin x|, 0 \leq x \leq 2\pi\}.$

**Exercício 13** Uma partícula desloca-se sobre o eixo  $0x$  com velocidade  $v(t) = -3t^2 + 8t$ ,  $t \geq 0$ . Calcule o espaço percorrido entre os instantes  $t = 0$  e  $t = 2$ .

**Exercício 14** Encontre a área limitada pela curva  $y = \ln x$ , pelo eixo  $x$  e pela reta  $x = e$ .

#### GABARITO

**Exercício 1** (a) 12    (b)  $\frac{33}{8} + \ln 2$     (c)  $\frac{3\sqrt{3}}{20}$     (d)  $4 \arctan 2$

**Exercício 2** (a)  $xe^x - e^x + C$     (b)  $x \ln x - x + C$     (d)  $\pi - 2$   
 (e)  $\frac{1}{4}(2x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 6x + 3)e^{2x} + C$     (f)  $\frac{1}{2}e^x(\sin x + \cos x) + C$   
 (h)  $-\frac{3}{8} \sin x \cos 3x + \frac{1}{8} \cos x \sin 3x + C$

**Exercício 4** (a)  $\frac{1}{2}e - \frac{1}{2}$     (b)  $-\frac{1}{102}$     (c)  $\frac{15}{128}$     (d) 12    (e)  $\frac{3}{8}\sqrt{3}$     (f)  $\frac{5}{24}$

**Exercício 7** (a)  $\frac{1}{4} \sin x^4 + k$     (b)  $\frac{1}{6} \sin^6 x$     (c)  $\frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + k$     (d)  $\frac{1}{2} \ln |3 + 2 \operatorname{tg} x| + k$     (e)  $5 \ln(1 - x) + 2 \ln(x) + 7 \ln(2)$   
 (f)  $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + k$     (g)  $\ln |\ln x| + k$     (h)  $\sin(\ln x) + k$     (i)  $x \tan(x) + \ln(|\cos(x)|) + C$     (j)  $x \operatorname{arcsen} x + \sqrt{1 - x^2} + C$

**Exercício 10:**

(b)  $\frac{1}{8} [\ln(3 - 8x) - \ln(3)]$ , domínio  $(-\infty, 3/8)$ .

(c)  $\frac{1}{2}(e^{2x^2+3} - e^{19})$ , domínio  $\mathbb{R}$ .

**Exercício 11** (d)

**Exercício 12** (a)  $\frac{4}{3}$     (b) 4

**Exercício 13** 8.

**Exercício 14** 1.