

Processamento e Análise de Imagens

Processamento no Domínio da Frequência II

Felipe Augusto Lima Reis

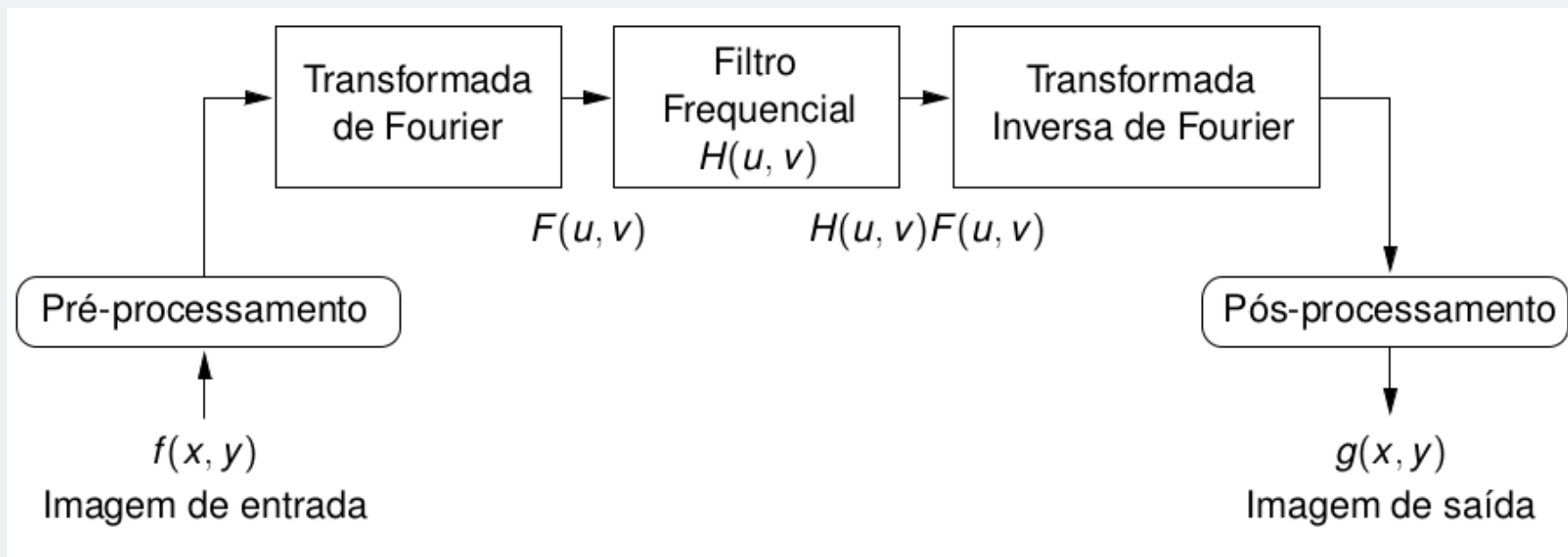


PUC Minas

Filtragem no domínio da frequência

Filtragem no domínio da frequência

- Para que seja possível realizar a **filtragem no domínio da frequência**, é necessário seguir os seguintes passos:



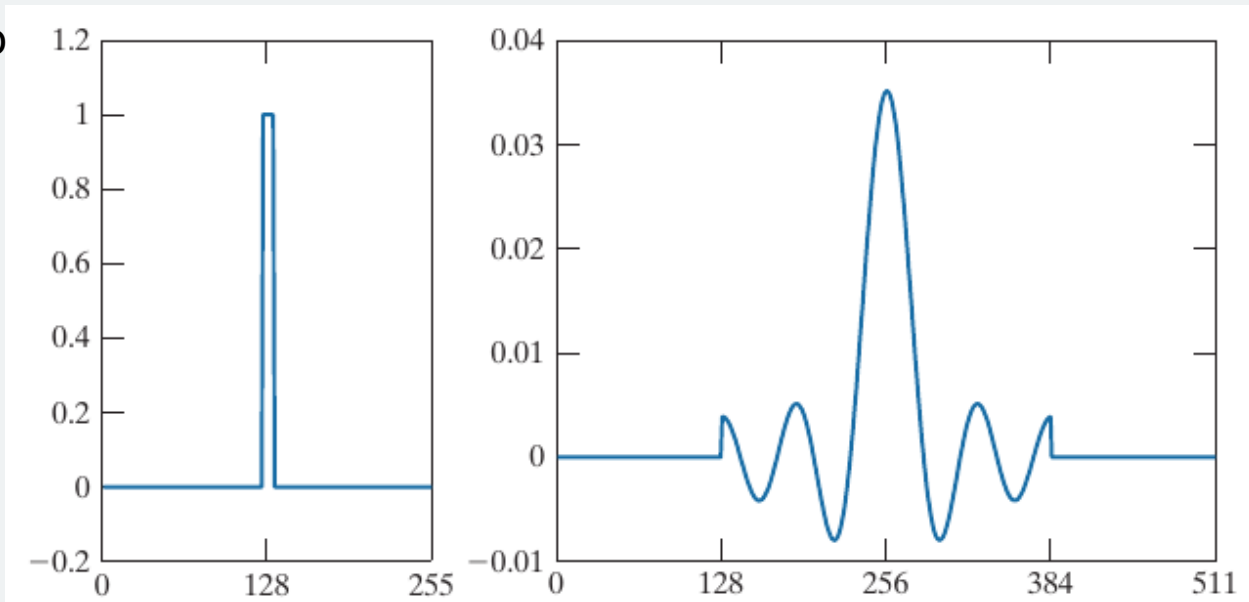
Filtragem no domínio da frequência

- Para que seja possível realizar a filtragem no domínio da frequência, é necessário seguir os seguintes passos:
 1. Multiplicar imagem por $(-1)^{x+y}$ para deslocar o espectro;
 2. Calcular o DFT, $F(u, v)$;
 3. Multiplicar $F(u, v)$ pelo filtro $H(u, v)$, obtendo $G(u, v) = H(u, v) \cdot F(u, v)$;
 4. Calcular transformada inversa de $G(u, v)$ e extrair parte real.
 5. Multiplicar parte real por $(-1)^{x+y}$.

Filtragem no domínio da frequência

- A imagem abaixo contém um exemplo da transformação de uma imagem do domínio espacial para o domínio da frequência
- Idealmente, uma função transformada no domínio da frequência pode ser reconvertida para função original, utilizando a transformação inversa.

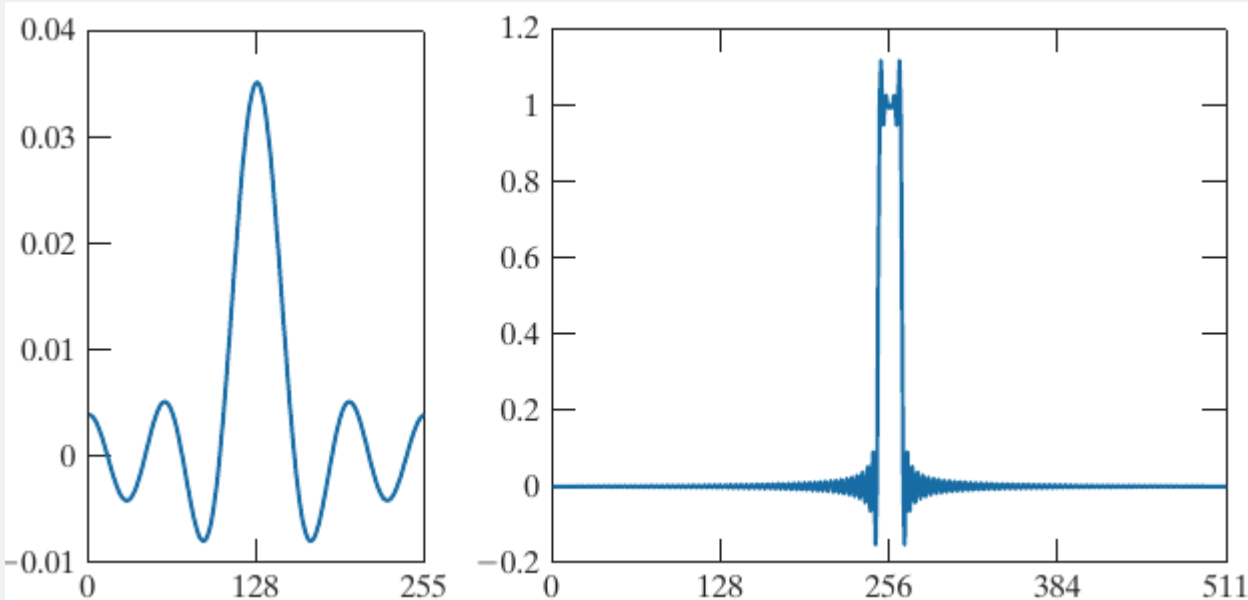
Fonte: Gonzalez & Woods (2018).



Filtragem no domínio da frequência

- A imagem abaixo contém um exemplo da transformação de uma imagem do domínio espacial para o domínio da frequência
 - Caso ocorra algum processamento (no caso, padding dos valores zeros), a função original terá diferenças em relação à função original.

Fonte: Gonzalez & Woods (2018).



Relação entre domínios

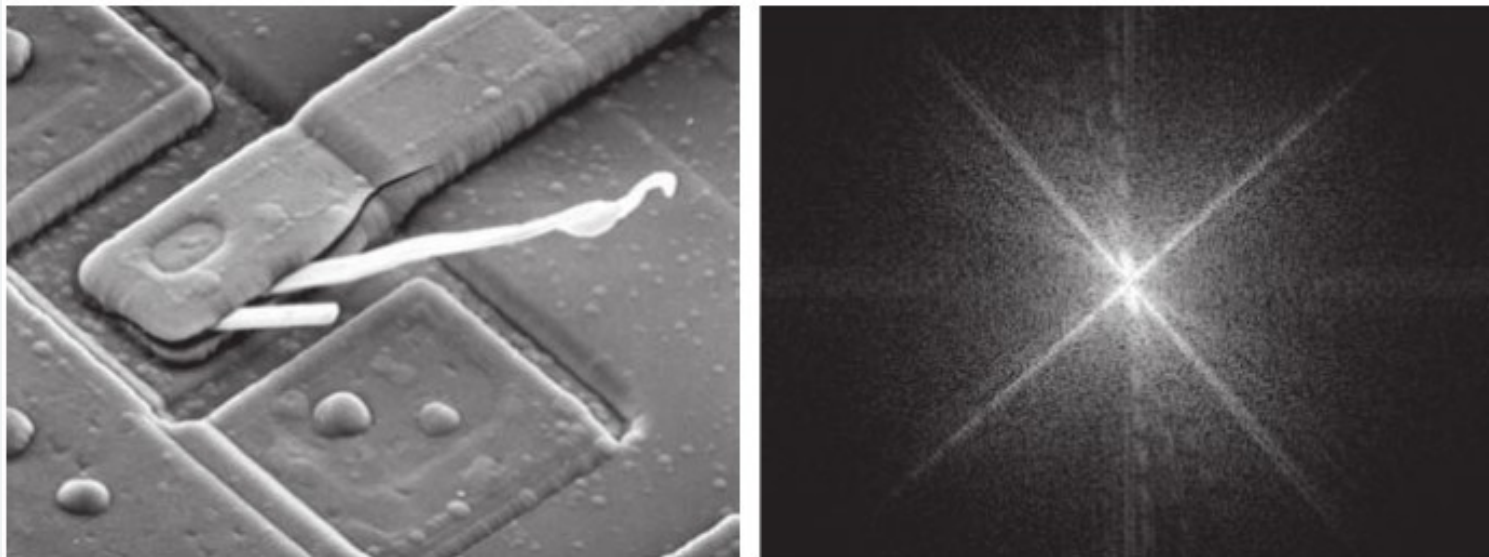
- Exceto em casos triviais, não é possível fazer associações diretas entre uma imagem no domínio espacial e a sua transformada correspondente
 - No entanto, algumas afirmações podem ser feitas entre os componentes de uma transformada de Fourier e as *features* espaciais de uma imagem;
 - Como a frequência é diretamente relacionada às taxas de mudança espaciais, não é difícil associar a transformada de Fourier com padrões de variação de intensidade em imagens;
 - Uma variação baixa da frequência de componentes é proporcional à intensidade média de uma imagem.

Relação entre domínios

- Exceto em casos triviais, não é possível fazer associações diretas entre uma imagem no domínio espacial e a sua transformada correspondente
 - À medida em que há movimentação para longe da origem da imagem da transformada, as baixas frequências correspondem à baixa variação de intensidade dos componentes da imagem;
 - À medida em que há movimentação para ainda longe da origem da imagem, as maiores frequências começam a corresponder a mudanças abruptas na intensidade das imagens;
 - Essas são as bordas de objetos e outros componentes das imagens, caracterizados por mudanças abruptas de intensidade.

Relação entre domínios – Ex. 1

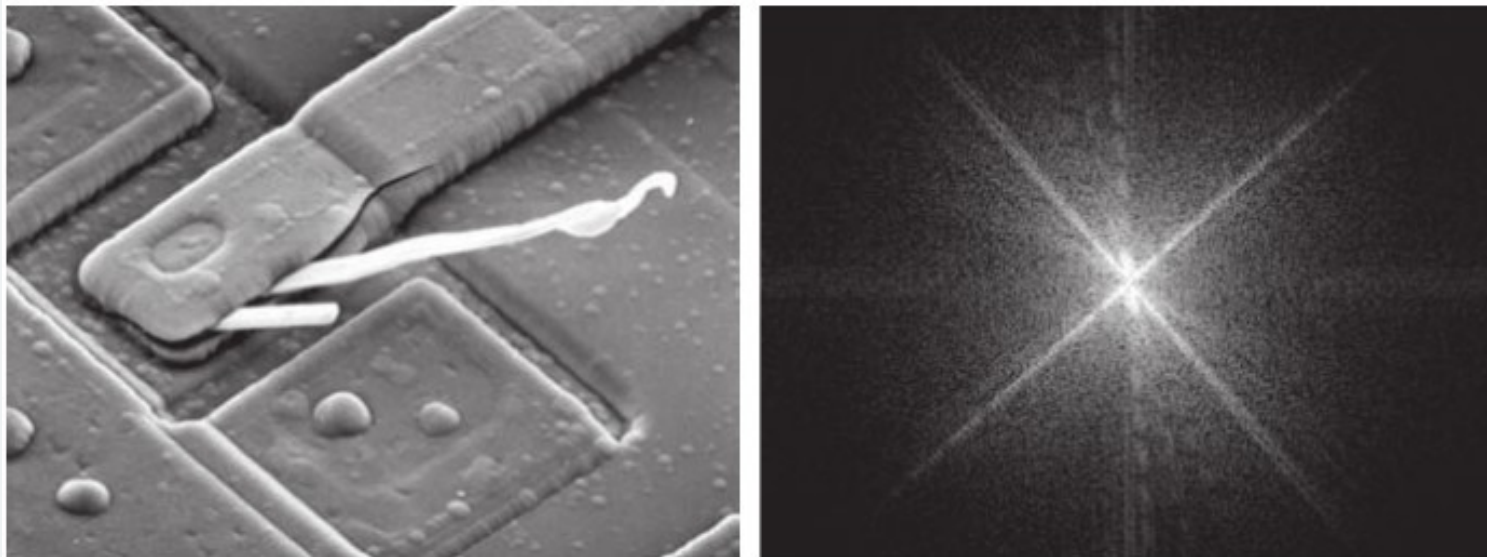
- Considere a imagem abaixo no DE e sua correspondente no espectro de Fourier
 - A figura contém um circuito integrado estragado, visto com auxílio um microscópio.



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

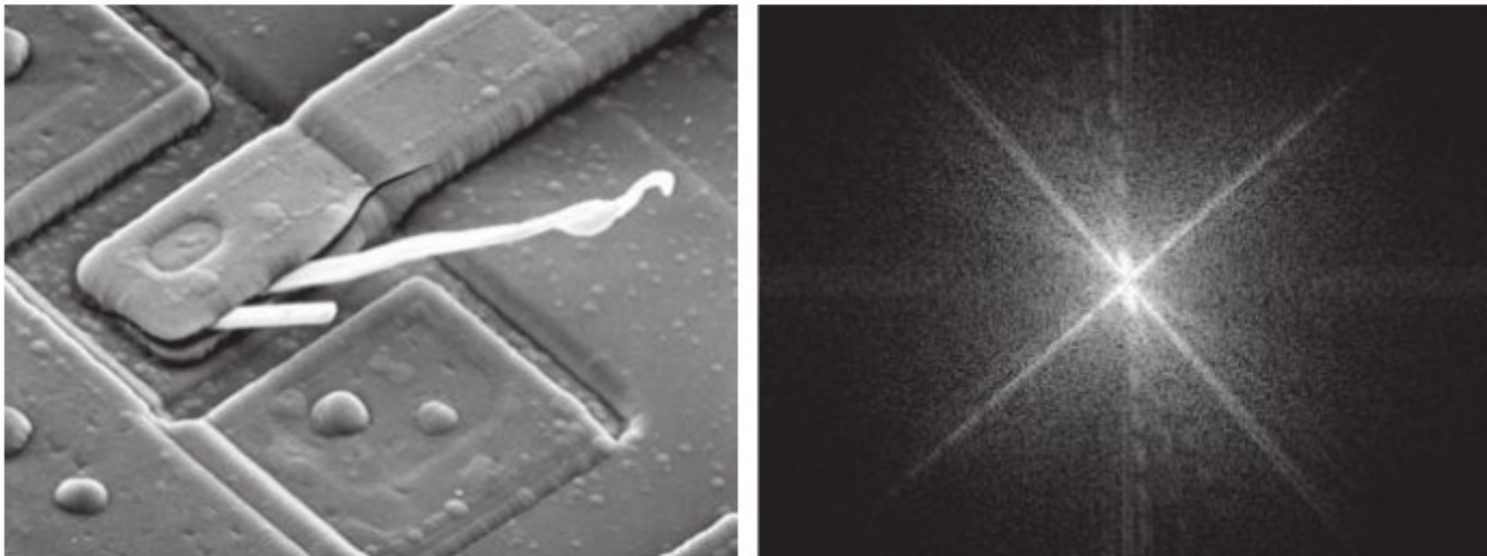
Relação entre domínios – Ex. 1

- Considere a imagem abaixo no DE e sua correspondente no espectro de Fourier
 - As bordas fortes de cerca de $\pm 45^\circ$ são vistas no espectro de Fourier como as diagonais em cerca de $\pm 45^\circ$ no espectro de Fourier.



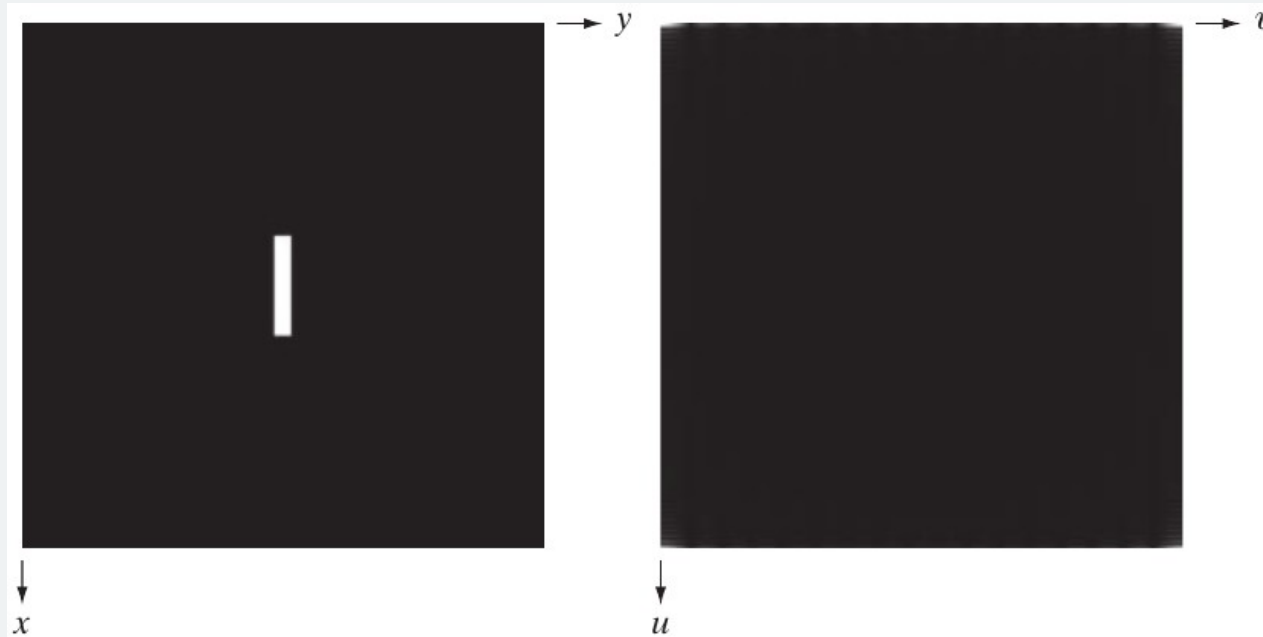
Relação entre domínios – Ex. 1

- Considere a imagem abaixo no DE e sua correspondente no espectro de Fourier
 - O óxido branco na horizontal é visto como a componente vertical levemente para a esquerda na imagem do espectro de Fourier.



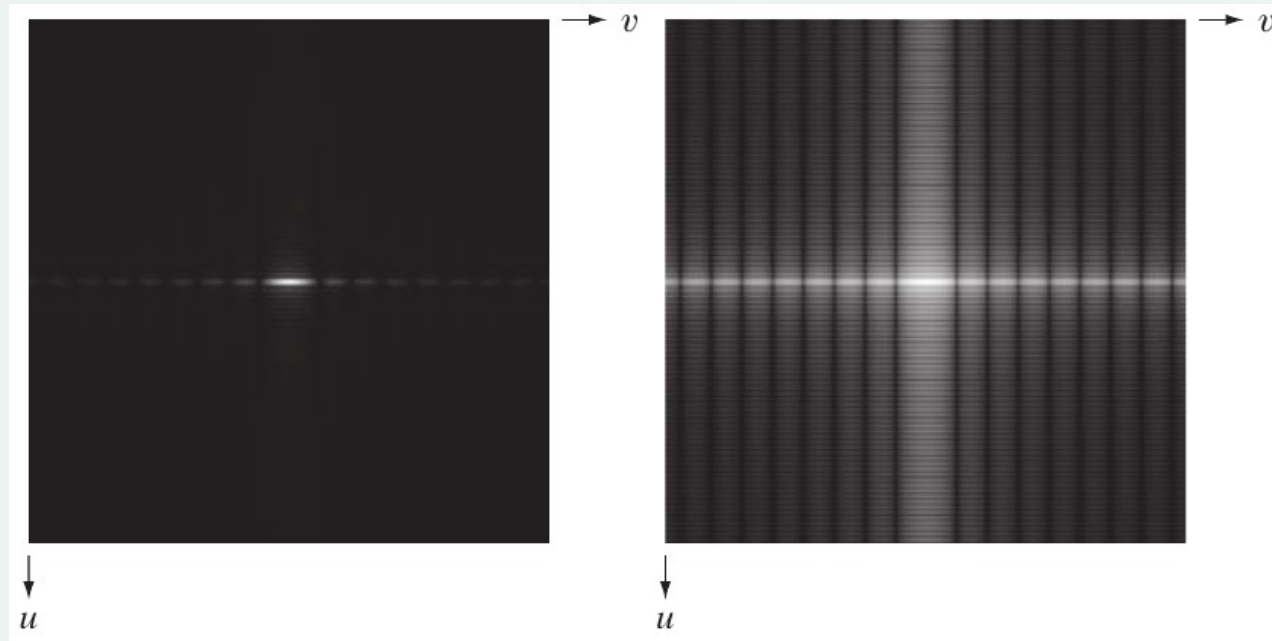
Relação entre domínios – Ex. 2

- Considere a imagem abaixo no DE e sua correspondente no espectro de Fourier (a transformação produz resultados próximos às bordas).



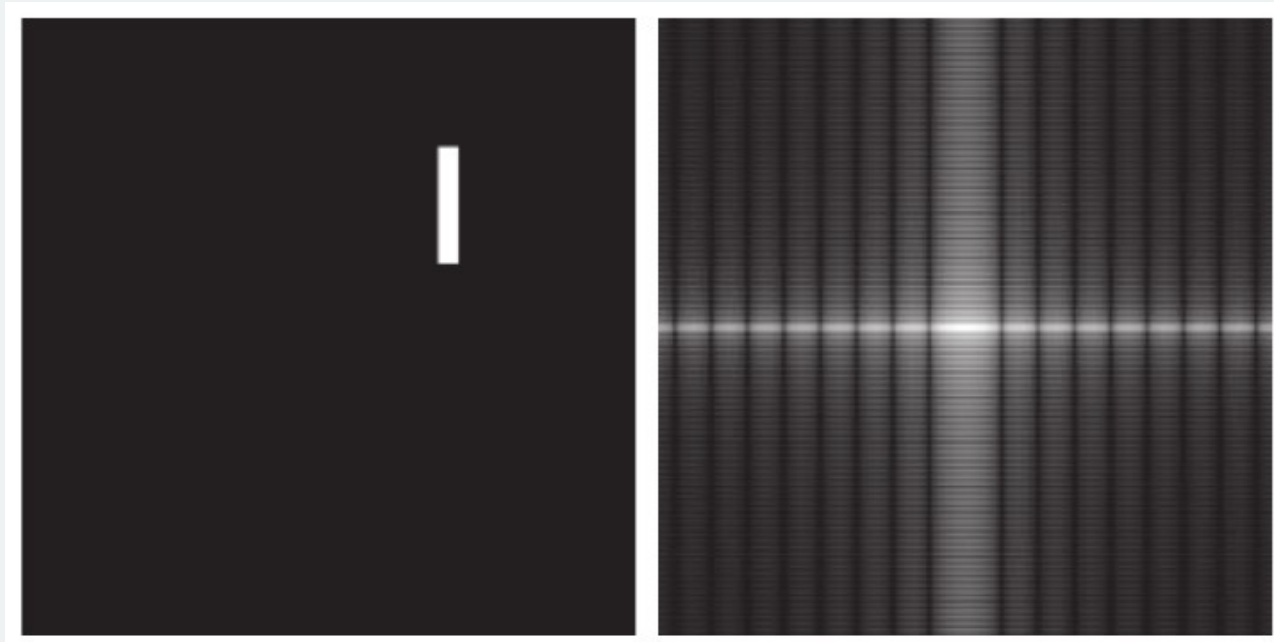
Relação entre domínios – Ex. 2

- As imagens abaixo contêm a centralização do espectro de Fourier e o resultado após uma transformação logarítmica.



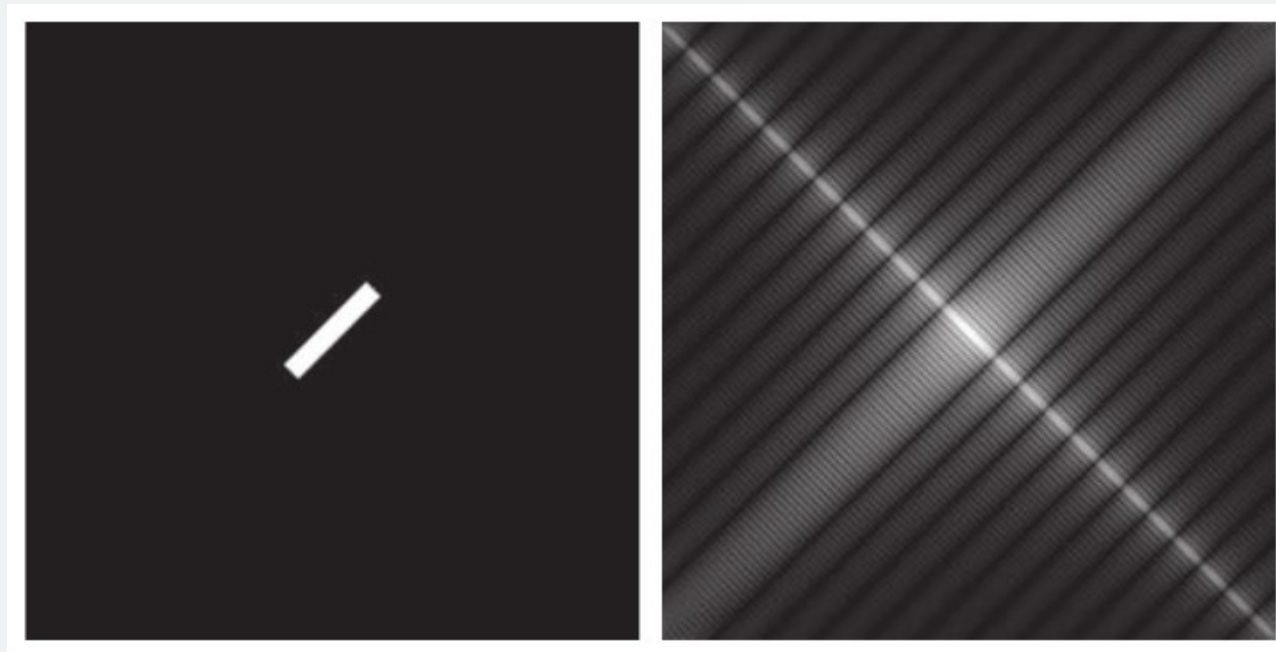
Relação entre domínios – Ex. 3

- A imagem abaixo contém a translação do retângulo do Ex. 2 e sua correspondente imagem no espectro de Fourier (após transformações).



Relação entre domínios – Ex. 4

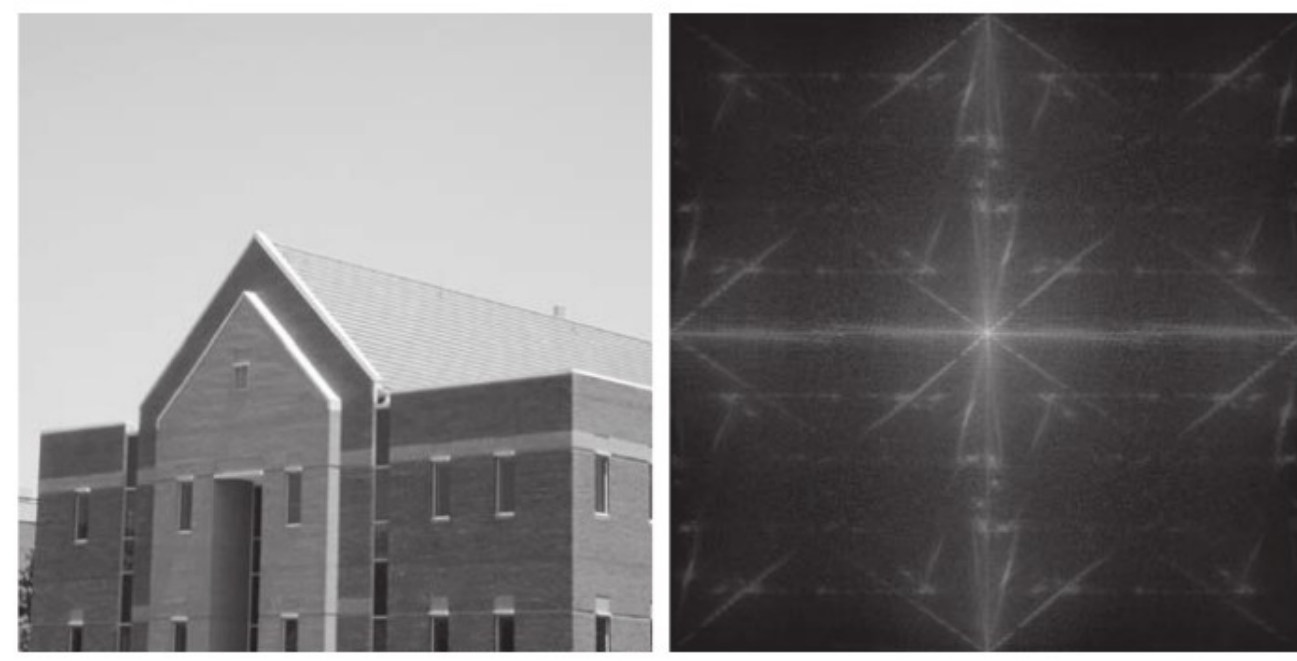
- A imagem abaixo contém a rotação do retângulo do Ex. 2 e sua correspondente imagem no espectro de Fourier (após transformações).



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

Relação entre domínios – Ex. 5

- O exemplo abaixo contém a correspondência entre uma imagem no domínio espacial e sua correspondente no domínio de Fourier.



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

Filtros Suavizantes (Filtro Passa-baixo)

Filtros Suavizantes

- A suavização é obtida no domínio da frequência pela atenuação de componentes de alta-frequência, utilizando o filtro passa-baixo
- Dentre os filtros suavizantes, é possível destacar 3 tipos:
 - Filtro Ideal;
 - Filtro Gaussiano;
 - Filtro Butterworth.

Filtro Suavizante Ideal

- Um **Filtro Passa-baixo Ideal** (ILPF – *Ideal lowpass filter*) é aquele que permite passagem sem atenuação de todas as frequências dentro de um círculo de raio r a partir da origem e “corta” todas as frequências fora desse círculo
- O filtro pode ser especificado pela seguinte função:

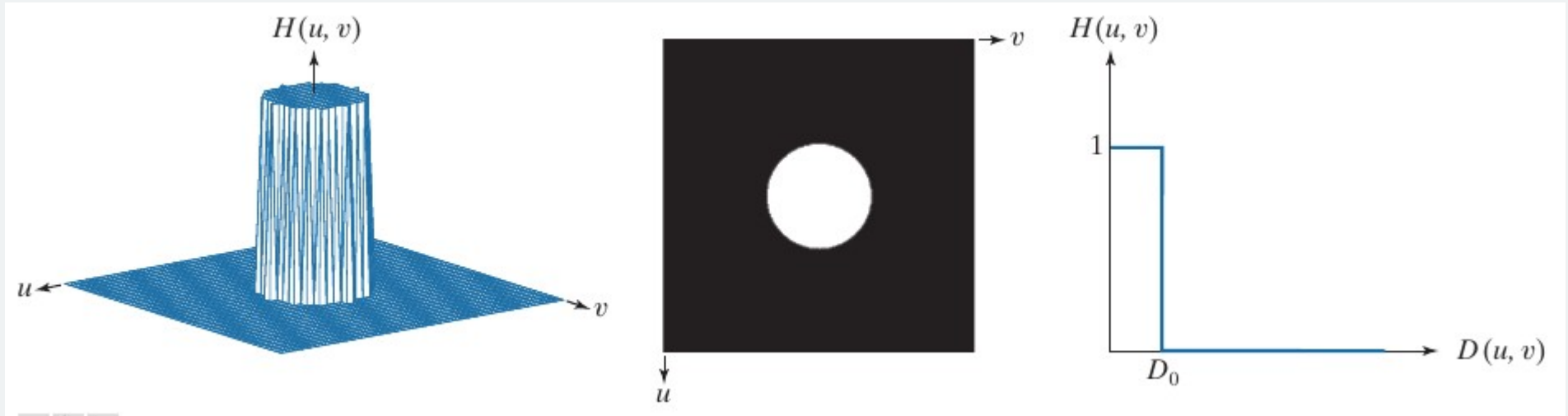
$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u,v) \leq D_0 \\ 0 & \text{if } D(u,v) > D_0 \end{cases}$$

- onde D_0 é um valor constante positivo e $D(u, v)$ é a distância entre (u, v) no domínio da frequência e o centro do retângulo de frequência $P \times Q$, dado por:

$$D(u,v) = \left[(u - P/2)^2 + (v - Q/2)^2 \right]^{1/2}$$

Filtro Suavizante Ideal

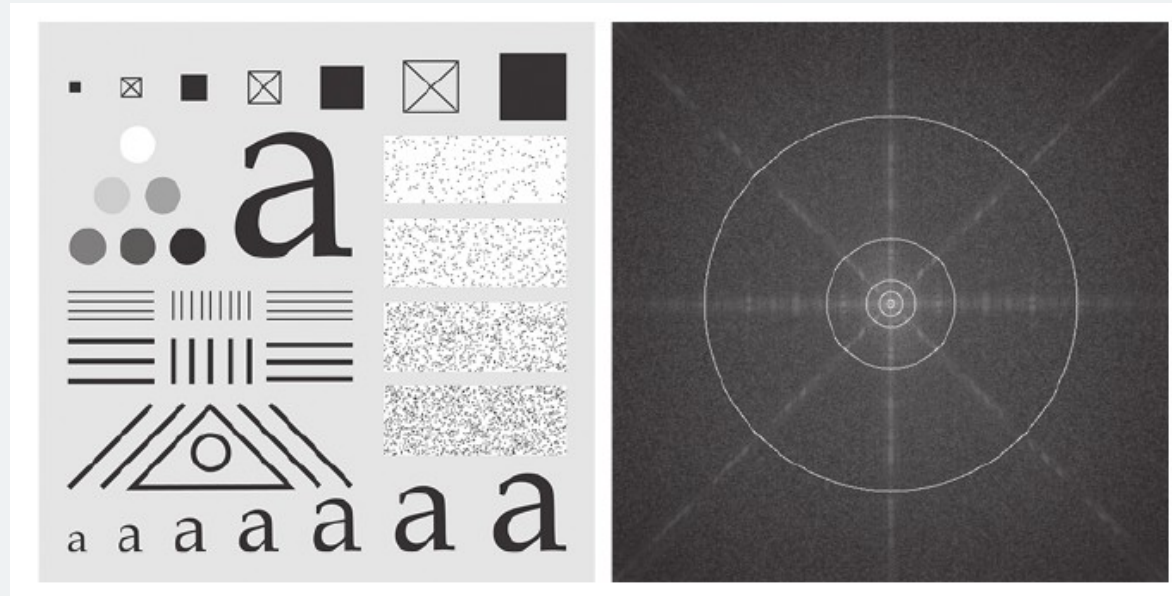
- A figura abaixo mostra a perspectiva da função de transferência de um filtro ideal passa-baixo.



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

Filtro Suavizante Ideal

- Considere a imagem abaixo (688×688 pixels) e correspondente imagem no espectro de Fourier, com círculos para filtros suavizantes (passa-baixo) de raios 10, 30, 60, 160 e 460 pixels, respectivamente.



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

Filtro Suavizante Ideal

- A imagem original e o resultado dos filtros suavizantes de raios 10 e 30 podem ser vistos na imagem abaixo.



Filtro Suavizante Ideal

- O resultado dos filtros suavizantes de raio 60, 160 e 460 pixels podem ser vistos na imagem abaixo.



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

Filtro Suavizante Gaussiano

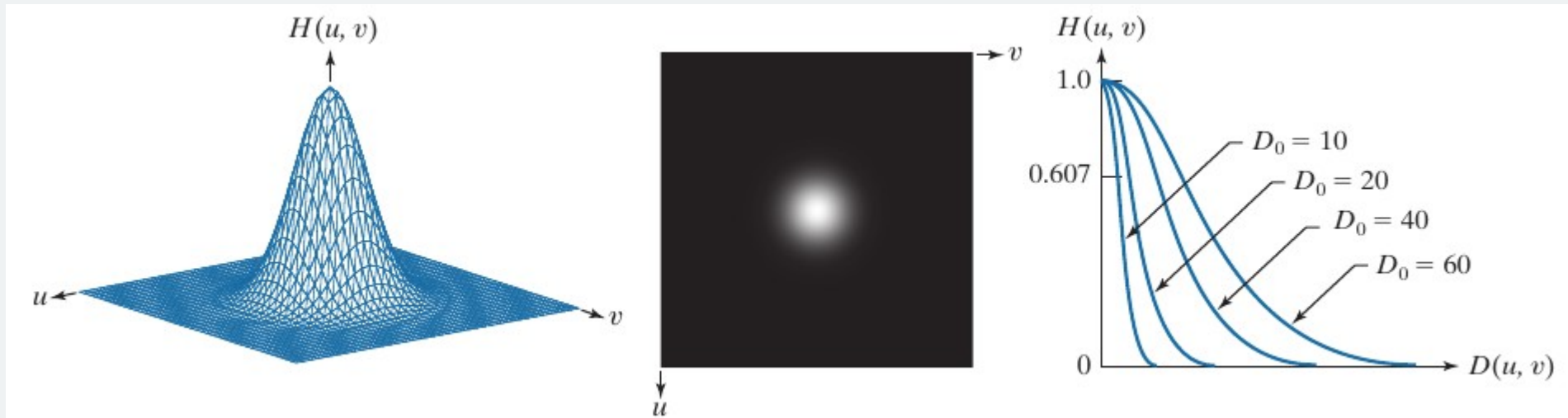
- Um **Filtro Passa-baixo Gaussiano** (GLPF - *Gaussian lowpass filter*) é aquele que pode ser especificado pela seguinte função de transferência:

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2\sigma^2}$$

- onde $D(u, v)$ é a distância entre (u, v) no domínio da frequência e o centro do retângulo de frequência $P \times Q$.
- Em comparação com os resultados obtidos com um ILPF, os filtros gaussianos possuem transição mais suave no desfoque em função do aumento da frequência de corte.
 - Em imagens médicas, transições abruptas podem ser inaceitáveis.

Filtro Suavizante Gaussiano

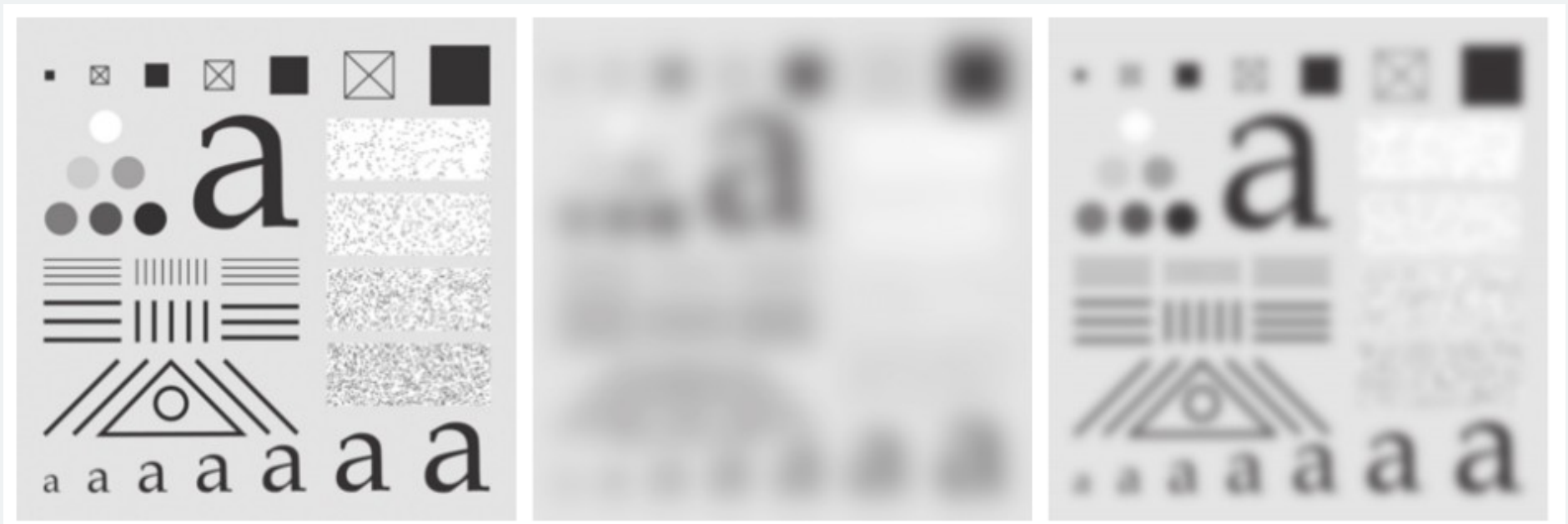
- A figura abaixo mostra a perspectiva da função de transferência de um filtro gaussiano passa-baixo.



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

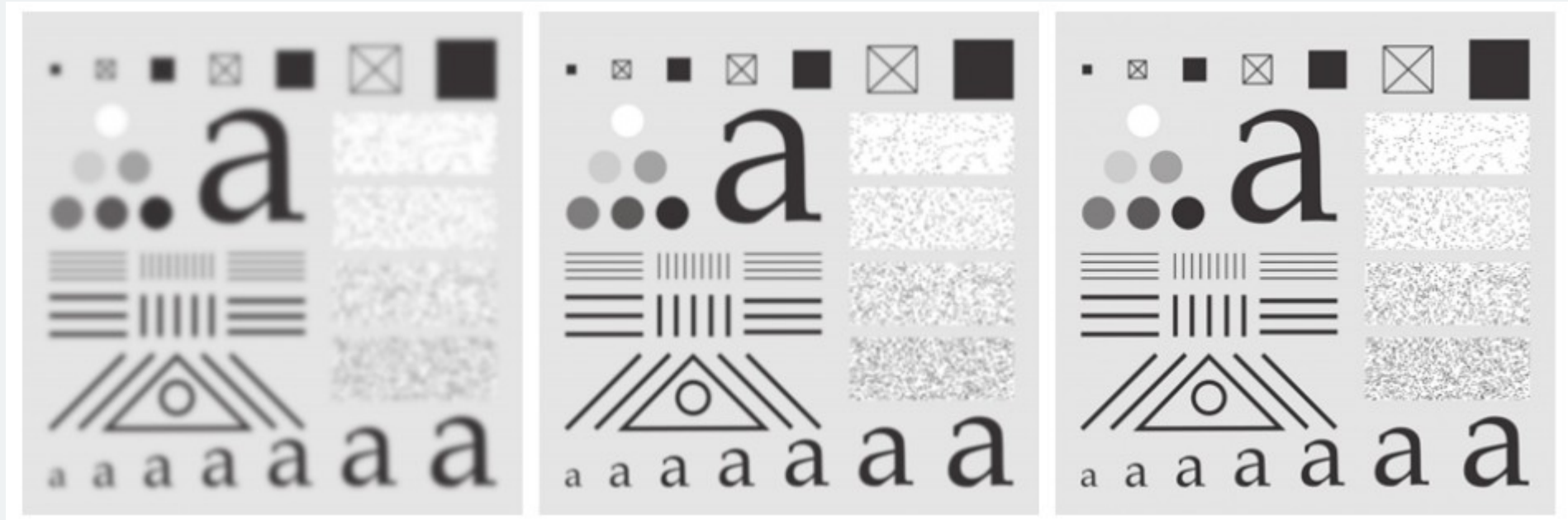
Filtro Suavizante Gaussiano

- A imagem original e o resultado dos filtros suavizantes gaussianos de raios 10 e 30 podem ser vistos na imagem abaixo.



Filtro Suavizante Gaussiano

- O resultado dos filtros suavizantes de raio 60, 160 e 460 pixels podem ser vistos na imagem abaixo.



Filtro Suavizante Butterworth

- Um **Filtro Passa-baixo Butterworth** (*BLPF – Butterworth lowpass filter*) de ordem n , com frequência de corte na distância D_0 do centro do retângulo de frequência é dado por:

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + [D(u,v)/D_0]^{2n}}$$

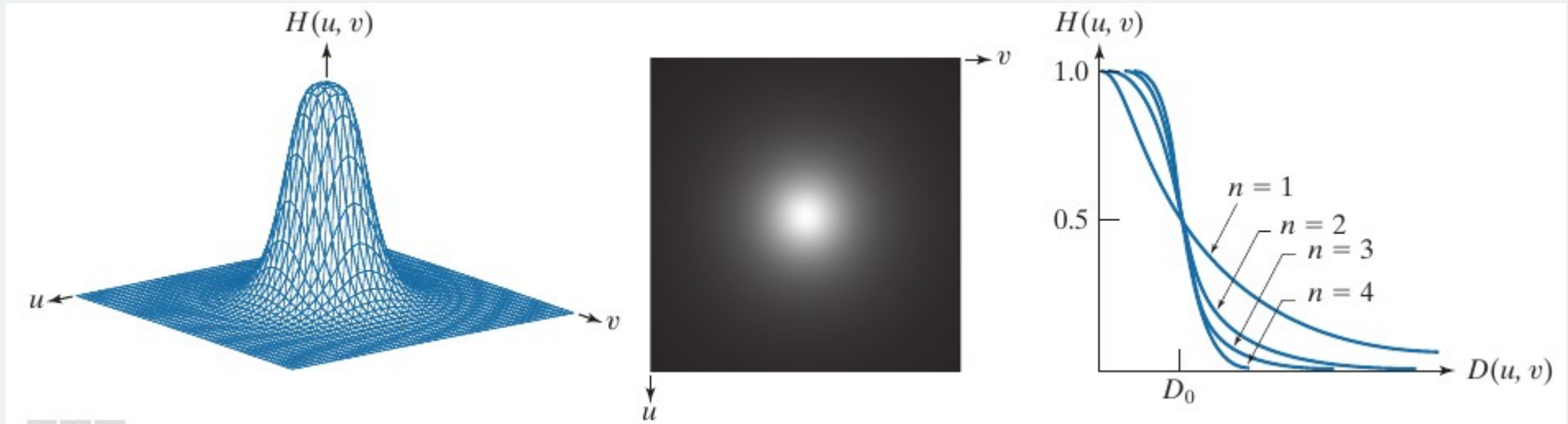
- onde $D(u, v)$ é a distância entre (u, v) no domínio da frequência e o centro do retângulo de frequência $P \times Q$.

Filtro Suavizante Butterworth

- O **Filtro Butterworth** é controlado pelo parâmetro denominado ordem do filtro
 - Para valores altos do parâmetro, o Butterworth é semelhante ao Filtro Ideal;
 - Para valores baixos, o Butterworth se parece mais com o filtro Gaussiano;
- Os Filtros Butterworth permitem melhor controle de transição entre frequências baixas e altas
 - A variação do parâmetro pode ser adotada para realizar transições mais adequadas para uma determinada tarefa.

Filtro Suavizante Butterworth

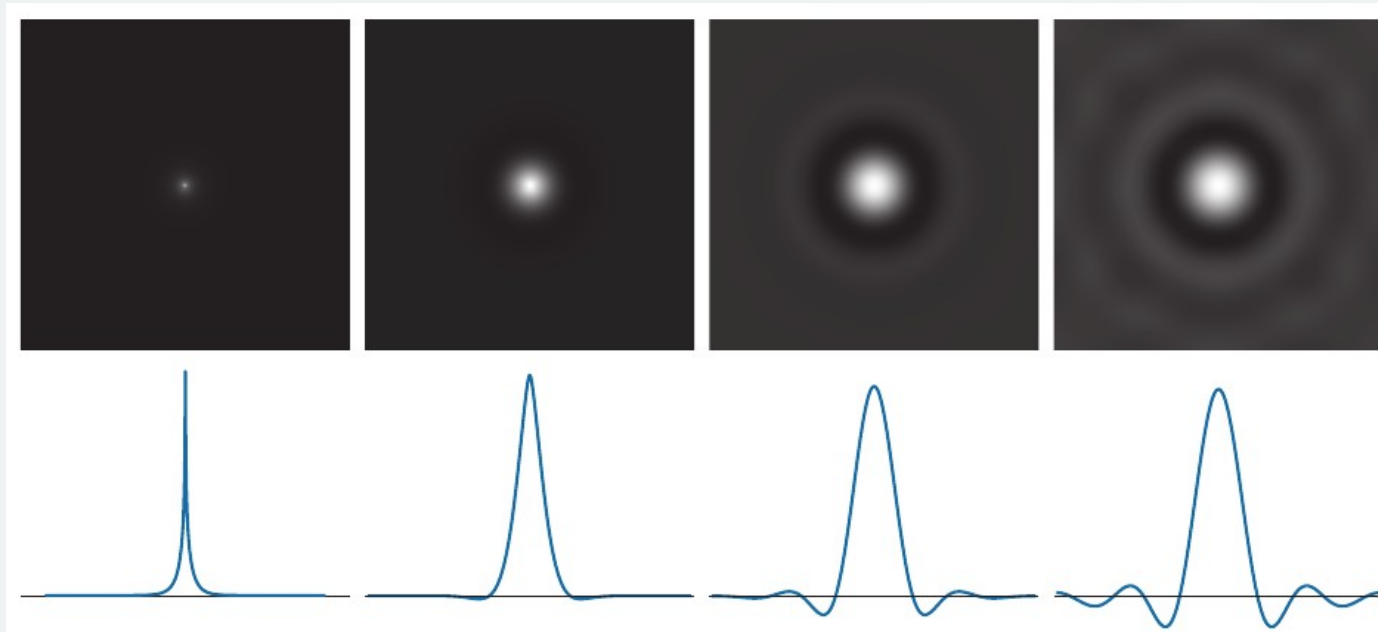
- A figura abaixo mostra a perspectiva da função de transferência de um filtro butterworth passa-baixo.



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

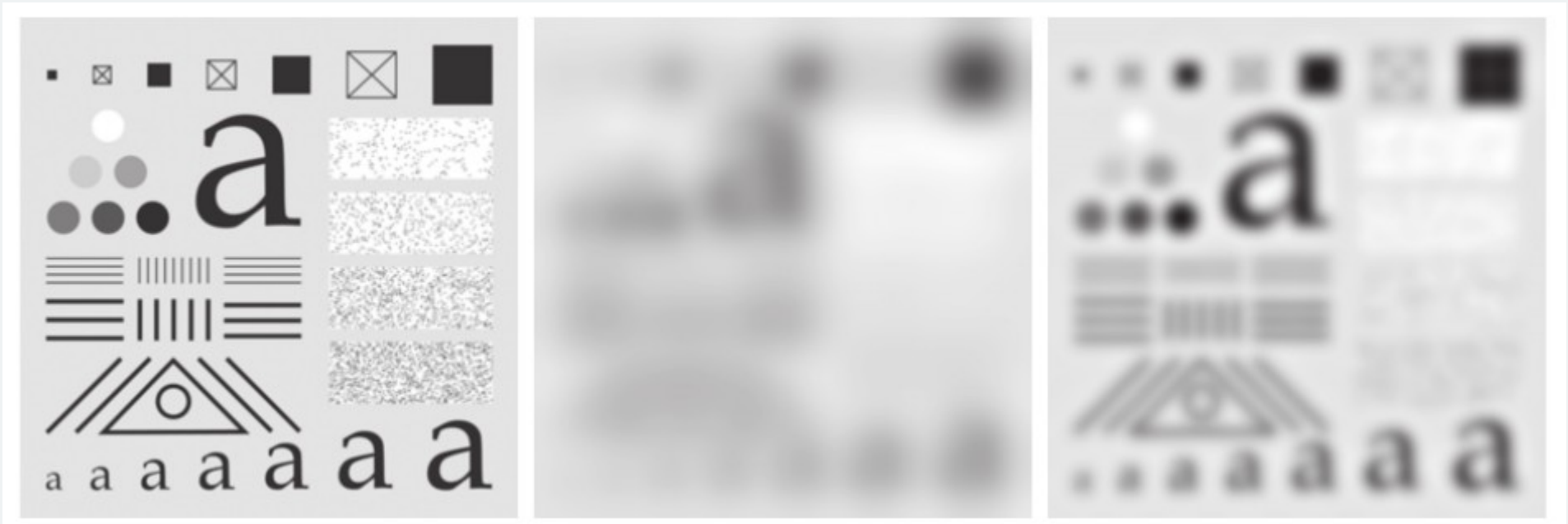
Filtro Suavizante Butterworth

- Representação espacial de funções de transferência de tamanho 1000×1000 , frequência de corte 5 e ordem, respectiva, de 1, 2, 5 e 20.



Filtro Suavizante Butterworth

- A imagem original e o resultado dos filtros suavizantes butterworth de raios 10 e 30 e $n=2.25$ podem ser vistos na imagem abaixo.



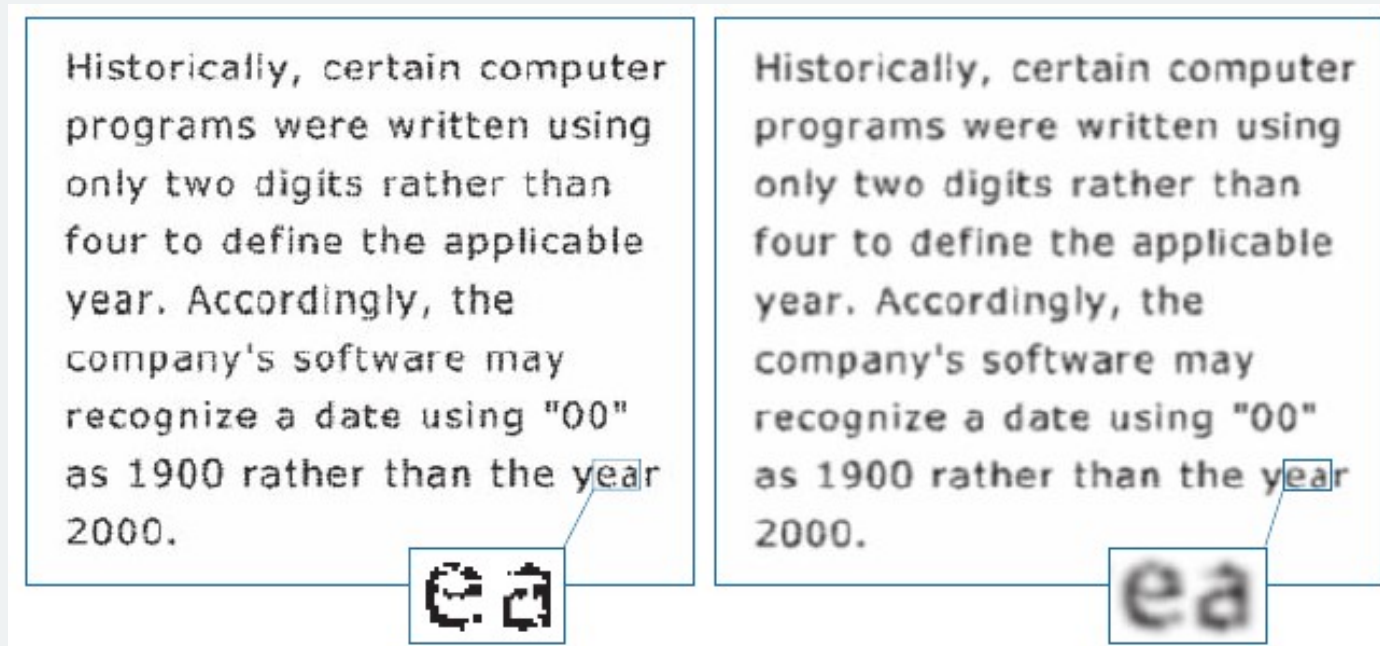
Filtro Suavizante Butterworth

- O resultado dos filtros suavizantes de raio 60, 160 e 460 pixels e $n=2.25$ podem ser vistos na imagem abaixo.



Filtro Suavizantes – Ex. 1

- A imagem abaixo contém um texto de baixa resolução e o resultado de um filtro gaussiano passa-baixo (GLPF).



Filtro Suavizantes – Ex. 2

- Na imagem a seguir, o GLPF é utilizado com diferentes valores para reduzir a nitidez das linhas finas da pele e pequenas manchas
 - Pode-se observar a redução de “rugas” em algumas regiões da imagem, em especial próximo à região do pescoço e dos olhos;
 - Observe, no entanto, que a imagem perde um pouco da nitidez nessas regiões;
 - Apesar disso, uma possível percepção que temos é que existe baixa qualidade na imagem, não que houve tentativa de remoção de “imperfeições”;
 - Os filtros gaussianos podem ser utilizados para efeitos cosméticos em imagens.



Filtros Aguçantes (Filtro Passa Alto)

Filtros Aguçantes

- A aguçamento de características das imagens é obtido no domínio da frequência pela atenuação de componentes de baixa-frequência, utilizando o **Filtro Passa-alto**;
- O filtro passa-alto é obtido pela subtração da imagem original pelo resultado do filtro passa-baixo
 - Esse mecanismo é semelhante aos filtros passa-alto no domínio espacial,

Filtros Aguçantes

- Formalmente o **Filtro Passa-alto** (H_{HP}) pode ser definido como:

$$H_{HP}(u, v) = 1 - H_{LP}(u, v)$$

- onde $H_{LP}(u, v)$ é a função de transferência de um filtro passa-baixo

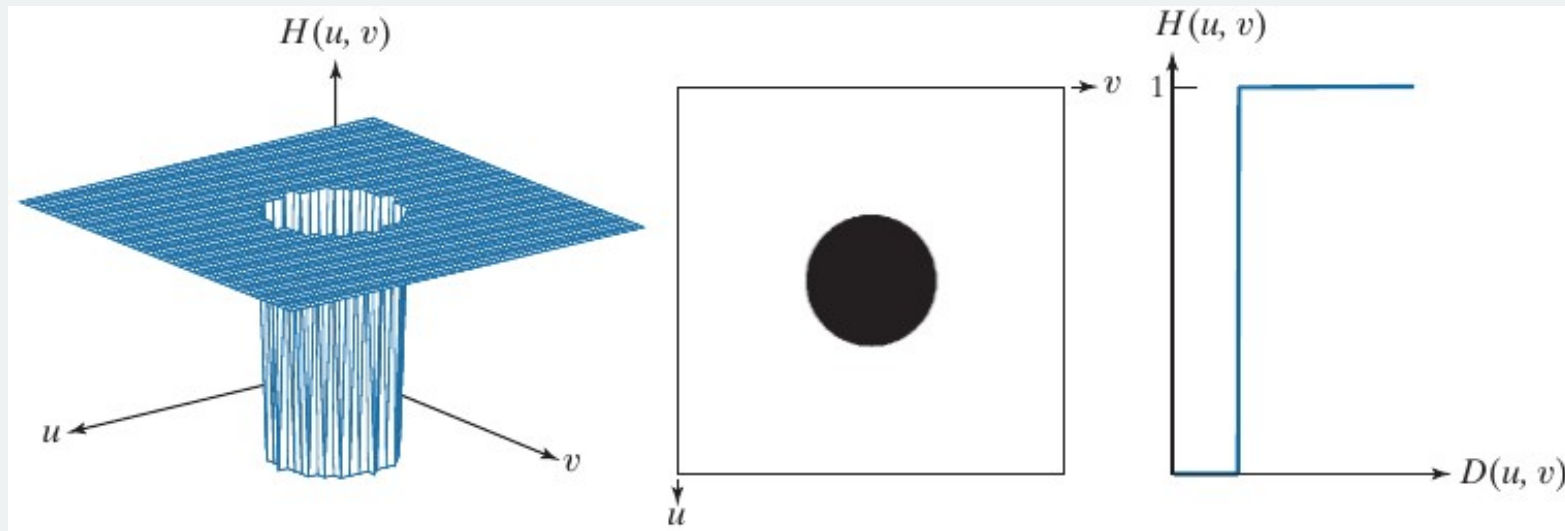
Filtros Aguçantes

- Os filtro aguçantes podem ser divididos em:
 - Filtro Ideal (IHPF);
 - Filtro Gaussiano (GHPF);
 - Filtro Butterworth (BHPF).

Ideal	Gaussian	Butterworth
$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{if } D(u,v) \leq D_0 \\ 1 & \text{if } D(u,v) > D_0 \end{cases}$	$H(u,v) = 1 - e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$	$H(u,v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u,v)]^{2n}}$

Filtro Aguçante Ideal

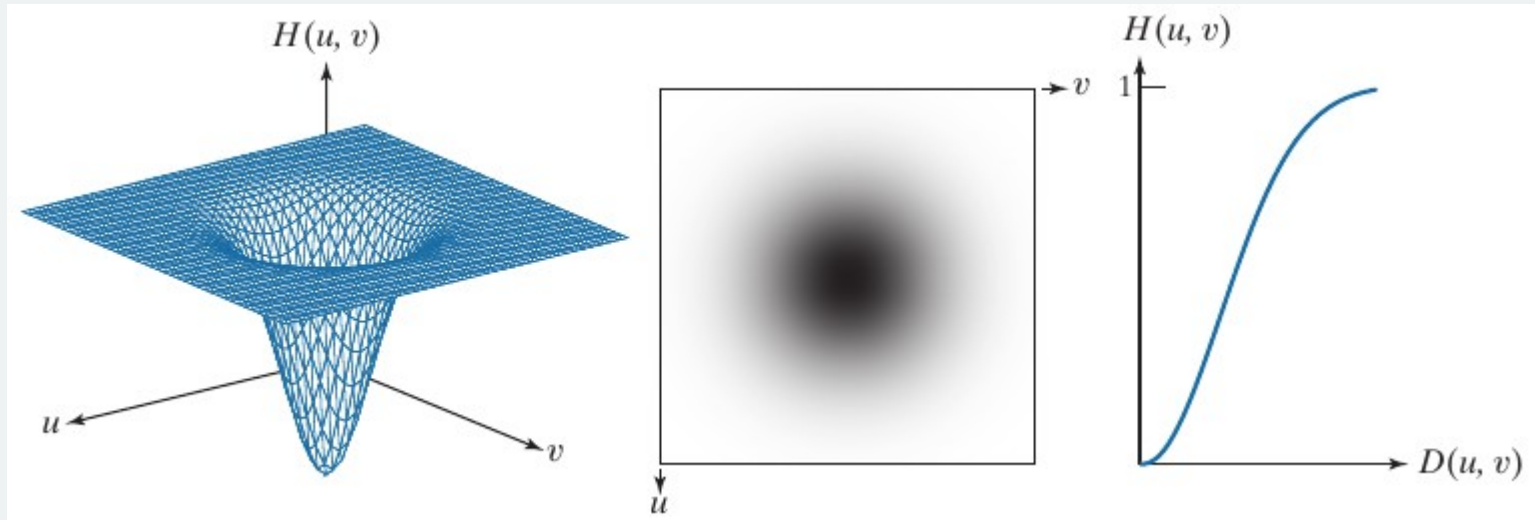
- A figura abaixo mostra a perspectiva da função de transferência de um **Filtro Ideal Passa-Alto** (IHPF).



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

Filtro Aguçante Gaussiano

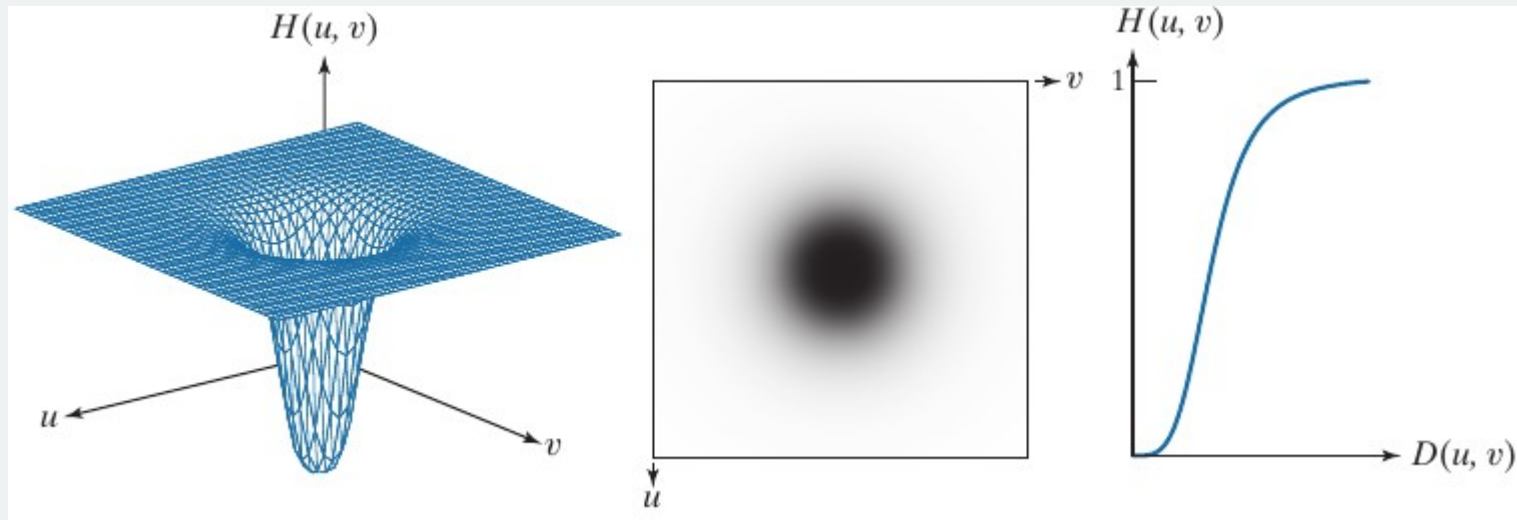
- A figura abaixo mostra a perspectiva da função de transferência de um **Filtro Gaussiano Passa-Alto** (GHPF).



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

Filtro Aguçante Butterworth

- A figura abaixo mostra a perspectiva da função de transferência de um **Filtro Butterworth Passa-Alto** (BHPF).



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

Filtros Aguçantes

- Resultado da imagem do padrão de testes filtrados pelo IHPF, GHPF e BHPF usando $D_0=60$ (com $n=2$ para o BHPF).



Filtros Aguçantes

- Resultado da imagem do padrão de testes filtrados pelo IHPF, GHPF e BHPF usando $D_0=160$ (com $n=2$ para o BHPF).



Filtro Aguçantes – Ex. 1

- A imagem abaixo uma impressão digital, o resultado da aplicação do filtro passa-alto e o resultado da limiarização da segunda imagem.



Filtros Aguçantes – Laplaciano

- O **filtro Laplaciano** pode ser aplicado também no domínio da frequência
 - Da mesma forma que no domínio espacial, o filtro laplaciano é constituído da derivada segunda de um função;
 - No modelo discreto, também pode ser implementado por filtros em imagens.

Filtros Aguçantes – Laplaciano

- A aplicação do filtro Laplaciano pode ser vista na imagem ao lado, para melhoramento da imagem da lua.



Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

Filtros Seletivos

Filtros Seletivos

- Algumas aplicações possuem interesse em bandas específicas de frequências ou pequenas regiões no retângulo de frequências
 - Filtros que processam bandas de frequência são denominados **Filtros de Banda (Band Filters)**
 - Se as bandas forem aceitas, o filtro é denominado *Bandpass filter*;
 - Se as bandas forem rejeitadas, o filtro é denominado *Bandreject filter*;
 - Filtros que selecionam regiões no retângulo de frequências são denominados ***notch filters***
 - Esses podem ser subdivididos em filtros de *notch pass* ou *notch reject*, dependendo de quais frequências são aceitas ou rejeitadas.

Filtros Bandpass e Bandreject

- Filtros Bandpass e Bandreject podem ser construídos a partir da combinação entre os filtros passa-baixo e passa-alto
- De forma semelhante à relação entre os filtros passa-baixo e passa-alto, os filtros bandpass e bandreject podem ser obtidos com mecanismo semelhante

$$H_{BP}(u, v) = 1 - H_{BR}(u, v)$$

Filtro Bandrejeet

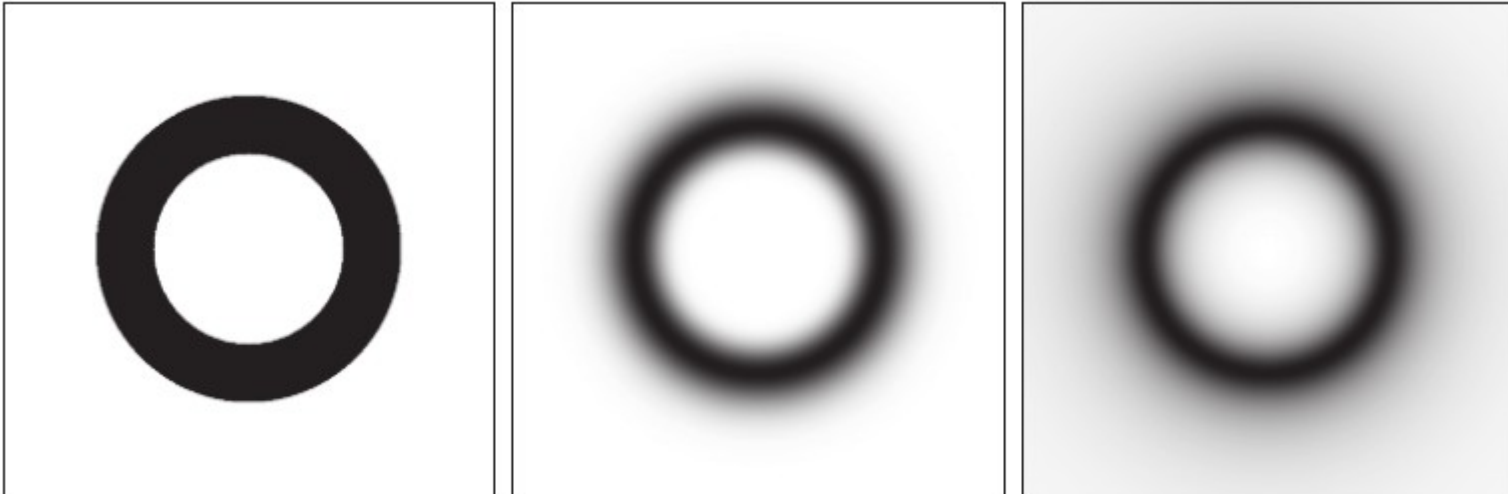
- Um **Filtro Ideal Bandrejeet (IRBF)** consiste nos filtros ILPF e IHPF com diferentes funções de cortes
- As fórmulas para cálculo dos diferentes tipos de filtros do tipo bandrejeet podem ser vistos nas equações abaixo.

Ideal (IBRF)	Gaussian (GBRF)	Butterworth (BBRF)
$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{if } C_0 - \frac{W}{2} \leq D(u,v) \leq C_0 + \frac{W}{2} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$	$H(u,v) = 1 - e^{-\left[\frac{D^2(u,v) - C_0^2}{D(u,v)W}\right]^2}$	$H(u,v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u,v)W}{D^2(u,v) - C_0^2}\right]^{2n}}$

Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

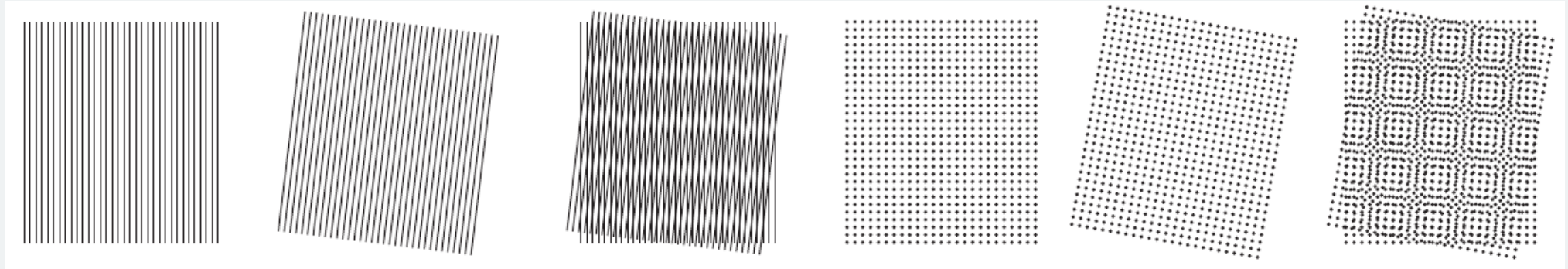
Filtros Notch

- **Filtros Notch** são considerados os mais úteis dentre os filtros seletivos
 - Esses filtros podem aceitar o rejeitar frequências pré-definidas nos retângulos de frequência
 - Exemplos de filtros Ideal, Gaussiano e Butterworth podem ser vistos abaixo.



Filtros Notch

- Filtros Notch podem ser utilizados para remoção de ruídos em imagens que seguem o Padrão moiré
 - O Padrão moiré é um padrão de interferência causado, por exemplo, pela sobreposição de duas grades de espaçamento aproximadamente igual.



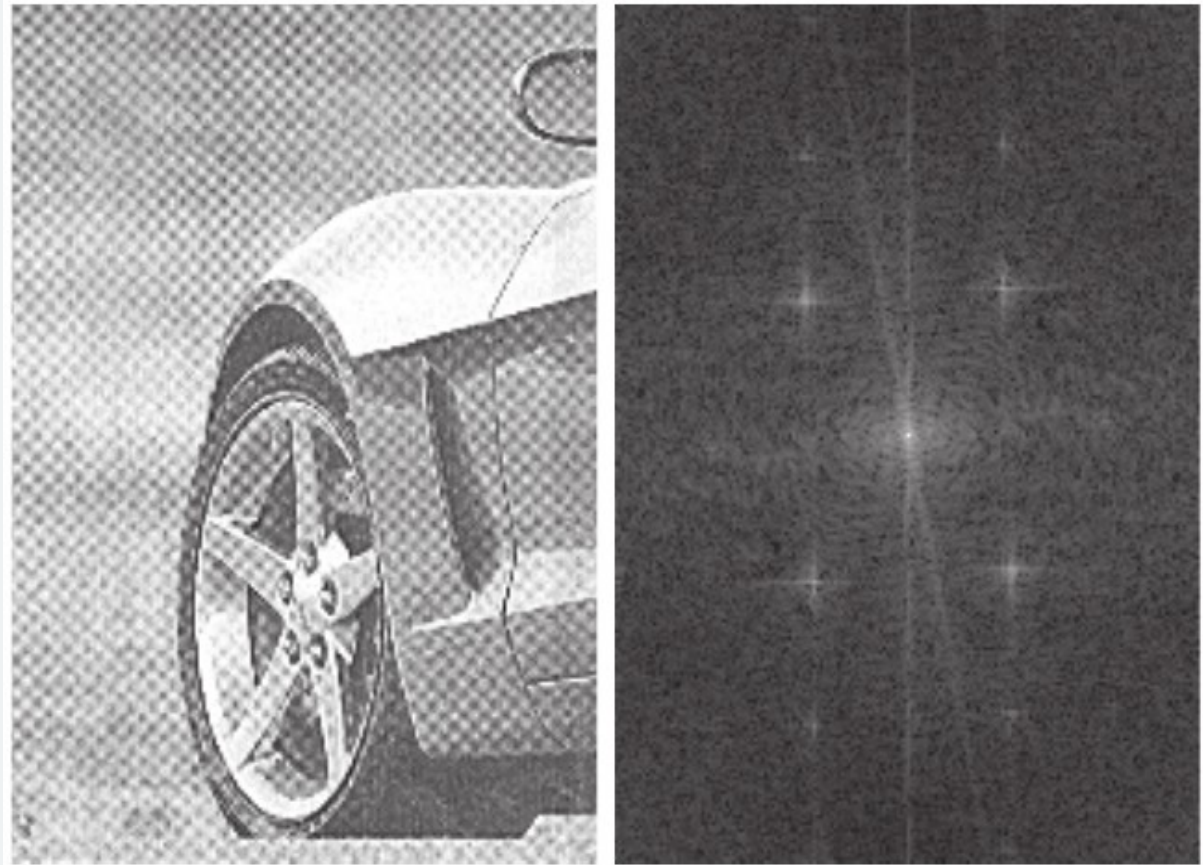
Fonte: Gonzalez & Woods (2018).

Filtros Notch

- Filtros Notch podem ser utilizados para remoção de ruídos em imagens que seguem o Padrão moiré
 - Em PDI, padrões moiré surgem ao amostrar mídia impressa, como jornais e revistas ou em imagens com componentes periódicos cujo espaçamento é comparável ao espaçamento entre as amostras
 - Em impressoras (principalmente matriciais), o deslocamento regular na área de impressão pode causar estes padrões;

Filtros Notch – Ex. 1

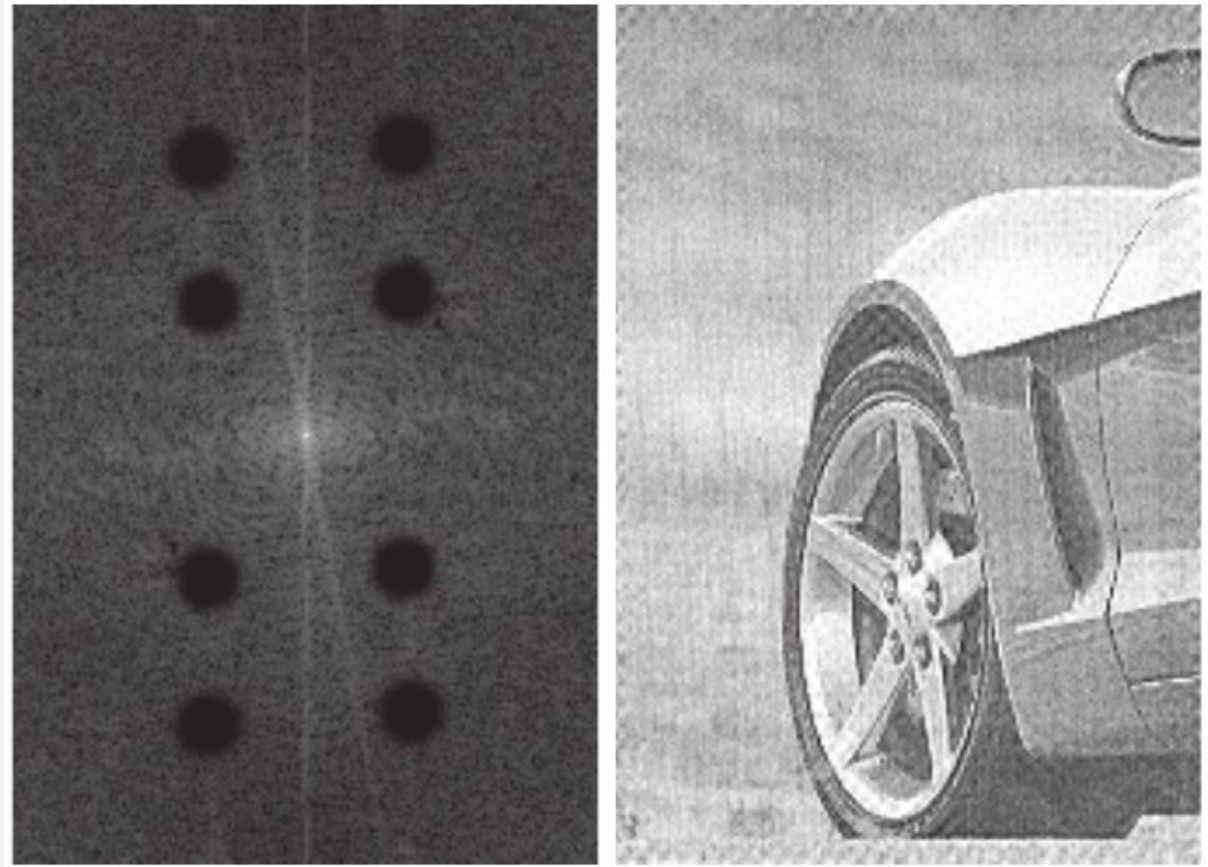
- A imagem ao lado mostra uma imagem retirada de um jornal e sua respectiva transformada de Fourier
 - É possível ver claramente o padrão moiré na imagem.



Filtros Notch – Ex. 1

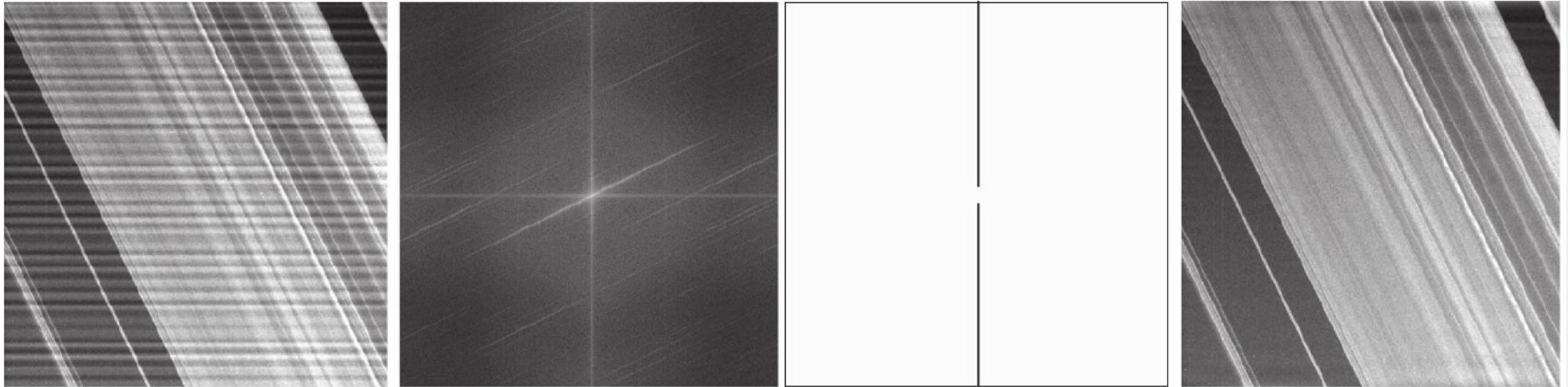
- O resultado da transformada de Fourier multiplicada por um filtro de rejeição notch Butterworth, bem como a imagem resultante podem ser vistas nas figuras ao lado
- É possível ver na última imagem um claro melhoramento da imagem original.

Fonte: Gonzalez & Woods (2018).



Filtros Notch – Ex. 2

- A imagem abaixo contém uma foto dos anéis de saturno, com padrão moiré horizontal;
- Um filtro notch vertical pode ser utilizado para remoção dos ruídos do padrão.



Referências

Referências

- Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods. **Digital Image Processing - 4th Edition.** 2018. Pearson. ISBN: 978-9353062989.
- Agostinho Brito Jr. **Processamento digital de imagens - Slides de Aula.** 2018. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Willy Wriggers. **Fourier Transform - Slides de Aula.** 2005. School of Health Information Sciences – University of Texas. Disponível em: <https://biomachina.org/courses/imageproc/>
- Wikipedia Contributors. **Padrão moiré.** 2021. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Padr%C3%A3o_moir%C3%A9