

TMA4101-Elgtungen

Newtons avkjølingslov beskriver hvordan temperaturen $T(t)$ til et objekt endres over tid i omgivelser med konstant temperatur, T_K . For et objekt som avkjøles i vann, kan loven uttrykkes slik:

$$\dot{T}(t) = \alpha (T(t) - T_K) \quad T(0) = T_0$$

Her er alfa en konstant som avhenger av objektets egenskaper.

I denne oppgaven skal jeg undersøke vi kokende vann kjøles ned. Temperaturen måles over tid, og målingene sammenlignes med den teoretiske kurven fra Newtons modell ved å justere alfa.

Utrekningen for å finne $T(t)$:

Handwritten derivation of Newton's cooling law on grid paper:

$$\begin{aligned} \dot{T}(t) &= \alpha (T(t) - T_K) & T(0) &= T_0 \\ \frac{dT}{dt} &= \alpha (T - T_K) \\ \frac{dT}{T - T_K} &= \alpha dt \\ \int \frac{1}{T - T_K} dT &= \int \alpha dt \\ \ln|T - T_K| &= \alpha t + C \\ T(0) = T_0: & \\ \ln|T_0 - T_K| &= C \\ \underline{T(t) = T_K + (T_0 - T_K) e^{-\alpha t}} \end{aligned}$$

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

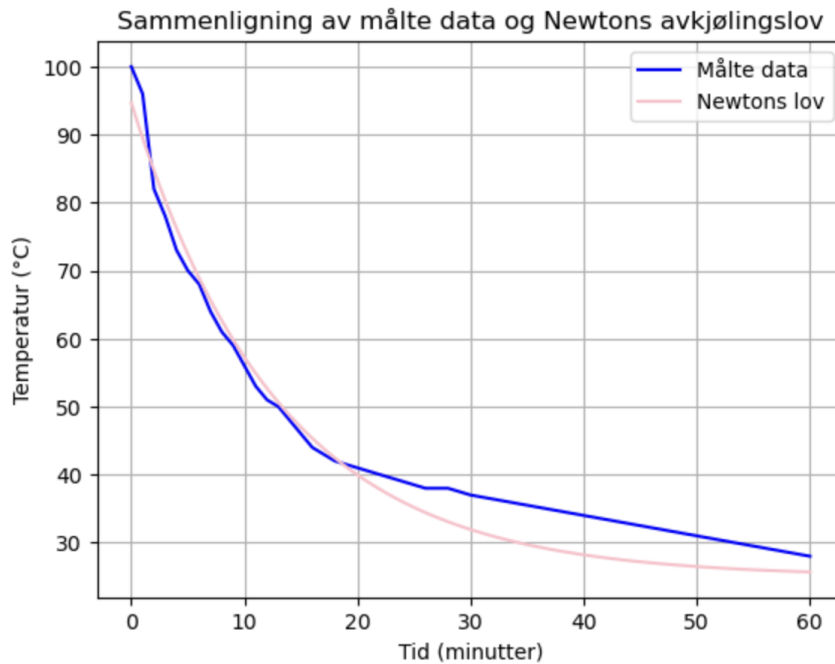
tid = np.array([0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 40, 50, 60])
temperatur = np.array([100, 96, 82, 78, 73, 70, 68, 64, 61, 59, 56, 53, 51, 50, 48, 46, 44, 42, 41, 40, 39, 38, 38, 37, 34, 31, 28]) #°C
T_K = 25 #°C

def newtons_law(t, alpha, T0):
    return T_K + (T0 - T_K) * np.exp(-alpha * t)

popt, pcov = curve_fit(newtons_law, tid, temperatur, p0=[0.1, 100])
alpha, T0 = pop

t_fit = np.linspace(0, max(tid), 100)
T_fit = newtons_law(t_fit, alpha, T0)

plt.plot(tid, temperatur, label="Målte data", color="blue")
plt.plot(t_fit, T_fit, label="Newtons lov", color="pink")
plt.xlabel("Tid (minutter)")
plt.ylabel("Temperatur (°C)")
plt.title("Sammenligning av målte data og Newtons avkjølingslov")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
print(f"Alfa er: {alpha:.4f}")
```



Alfa er: 0.0769

Sammenligning av modellen og måledataene:

Mine målte data (markert som blå punkter) viser en eksponentiell nedgang i temperaturen over tid, noe som stemmer godt med forventningene fra Newtons avkjølingslov.

Den rosa grafen følger Newtons avkjølingslov der:

$$\dot{T}(t) = \alpha (T(t) - T_K) \quad T(0) = T_0$$

- Romtemperatur (25 °C) = T_K .
- Starttemperatur (100 °C).
- Avkjølingskonstanten (alfa), ble regnet til 0.0769.

Når vi sammenligner hvordan kurven til mine målinger så ser ut til å passe ganske godt til de målte verdiene, spesielt i de første 30 minuttene. Etter ca. 40 minutter begynner måledataene å flate ut, noe som også ser i Newtons modell, bare at temperaturen skiller seg fra Newtons graf.

Mulige feil kilder kan være måleusikkerheter eller små variasjoner i eksperimentelle forhold. Newtons avkjølingslov gir en god beskrivelse av de målte temperaturendringene i dette eksperimentet. Modellen gir en presis estimering av dataene, med en litt feilmargin, noe som viser at loven fungerer som en god prediktiv metode under kontrollerte forhold.

