6. Operatoren und Wellenfunktionen

6.1 Normierung von Wellenfunktionen

Bestimme die Normierungskonstante N nachfolgender Wellenfunktionen.

a.) $\Psi_1 = \mathrm{N} \cdot \sin\left(\frac{\mathrm{n} \cdot \pi \cdot \mathrm{x}}{\mathrm{L}}\right)$ $\quad\int_0^{\mathrm{L}} \mathrm{dx}$

b.) $\Psi_2 = \mathrm{N} \cdot \mathrm{r} \cdot \exp\left(-\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{a}_0}\right)$ $\quad\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}\vartheta \mathrm{dr}$

c.) $\Psi_3 = \mathrm{N} \cdot \left(2 - \frac{\mathrm{r}}{\mathrm{a}_0}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{a}_0}\right)$ $\quad\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}\vartheta \mathrm{dr}$

6.2 Eigenwerte und Eigenfunktionen von Operatoren

Vervollständige nachfolgende Tabelle, die die Eigenwerte und normierten Eigenfunktionen eines angegeben Operators angibt.

Operator	Eigenwert	norm. Eigenfunktion
$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}$	$\mathrm{m}_l \cdot \hbar$	
	0	$\Psi = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cdot \cos\vartheta$
$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial r}$	$-\frac{(2+\mathrm{r}) \cdot \hbar}{2 \cdot \mathrm{r} \cdot i}$	

6.3 Kommutator (Wiederholung)

Bestimme den Kommutator von $\hat{L}_x$ und $\hat{L}_y$. Beachte, dass gilt:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix}$$