

Métodos Numéricos e Computacionais

Lista 5: Método Newton

1. Seja $f(x) = x^2 - 6$. Isole num intervalo de uma unidade de comprimento o zero positivo da $f(x)$. Utilize o método de Newton para aproximar o zero com 3 iterações (x_0, x_1, x_2) . compare sua resposta com o valor de $\sqrt{6}$.
2. Seja $f(x) = -x^3 - \cos(x)$. Use o método de Newton para encontrar o único zero da função. Pode-se usar $x_0 = 0$ como aproximação inicial? Justifique sua resposta.
3. Seja $f(x) = x^3 - 3.5x^2 + 4x - 1.5$. Isole os zeros da função e aproxime-os com uma precisão de 0.01
4. Use o método de Newton para aproximar a solução de $f(x) = 0$ no intervalo indicado, com uma precisão de $|x_n - x_{n-1}| < 10^{-5}$.
 - a.) $x^3 - 2x^2 - 5 = 0$, $[1, 4]$.
 - b.) $x - 0.28 - 0.2 \sin(x) = 0$. $[0, \pi/2]$.
 - c.) $e^x + 2^{-x} + 2 \cos x - 6 = 0$, $[1, 2]$.
 - d.) $\ln(x - 1) + \cos(x - 1) = 0$, $[1.3, 2]$.
5. Use o método da Secante para aproximar a solução de $f(x) = 0$, no intervalo indicado com uma precisão de $|x_n - x_{n-1}| < 10^{-2}$ para as equações a.) e b.) do item anterior. Compare o número de iterações entre o método de Newton e o da Secante.
6. Utilize o método de Newton para aproximar, com uma precisão $|x_n - x_{n-1}| < 10^{-5}$, o valor de x , que produza o ponto no gráfico de $y = x^2$ o ponto mais próximo a $p_1(1, 0)$. (Sugestão : minimize $(d(x))^2$, onde $d(x)$ representa a distância entre $p(x, x^2)$ e $p_1(1, 0)$). *Resp.* $x = 0.589755$.

7. Utilize o método de Newton para encontrar uma aproximação com precisão de 10^{-4} do valor de x que produza o ponto no gráfico de $y = 1/x$ mais próximo a $(2, 1)$.
8. Encontre uma aproximação de $7^{1/3}$, usando o método de Newton e uma precisão de $|x_n - x_{n-1}| < 10^{-5}$.
9. A concentração de um medicamento no sangue de um paciente é determinada por $c(t) = Ate^{-t/3}$ miligramas por mililitro, t horas após a injeção de A unidades. A concentração máxima segura é de 1 mg/ml.
 - a. Qual a quantidade a ser injetada para que esta concentração máxima segura seja alcançada e quando esse valor máximo será alcançado?
 - b. Uma quantidade adicional desse medicamento deve ser administrada ao paciente após a concentração cair para 0,25 mg/ml. Determine, com precisão de minutos, quando essa segunda injeção deve ser aplicada.

Verifique sua resposta fazendo o gráfico da função $c(t)$ e observando que de fato com a concentração da dose estimada A , a concentração do medicamento no sangue não atinge valores maiores do que a unidade.

10. Encontre o ponto que minimiza a função $f(x) = x^4 + x^2 - 2x - 2$, com uma precisão de 0.001. Qual o valor mínimo da função?