Métodos Numéricos e Computacionais MTM224

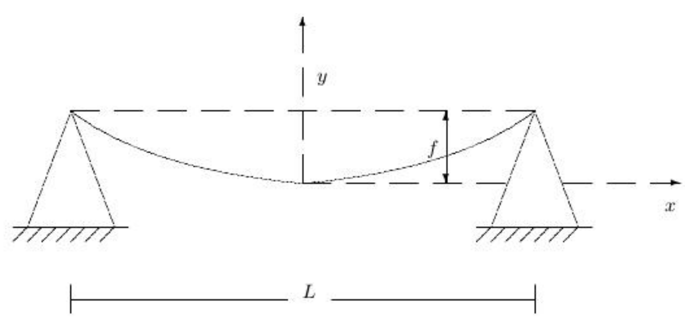
Lista : Aplicações de Zeros de Funções

1. Um objeto em queda vertical no ar está sujeito à restistência viscosa, bem como à força da gravidade. Suponha que um objeto com massa m seja solto a uma altura s_0 e que a altura do objeto após t segundos seja

$$s(t) = s_0 - \frac{mg}{k}t + \frac{m^2 g}{k^2}(1 - e^{-kt/m}),$$

onde $g = 32,17$ pés$/s^2$ e k representa o coeficiente de resistência do ar em lb-s/pé. Suponha que $s_0 = 300$ pés, $m = 0,25$ lb e $k = 0,1$ lb-s/pé. Determine, com precisão de $0,01s$, o tempo decorrido até que o objeto alcance o solo.

2. O cabo de uma linha de transmisão é suspensa em dois apoios e sob ação de seu próprio peso.



Se o cabo é suspenso de dois postes separados por $L = 100$ metros, qual deve ser o comprimento do cabo se a equação que descreve o cabo suspenso, quando permitido uma profunidade máxima de 10 metros ($f = 10$) em relação à horizontal , é

$$l \cosh\left(\frac{50}{l}\right) = l + 10,$$

onde l é o comprimento do cabo.

3. A solução da equação diferencial:

$$a_n \frac{d^n u(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} u(t)}{dt^{n-1}} + \cdots a_1 \frac{du(t)}{dt} + a_0 u(t) = 0$$

é

$$u(t) = \sum_{k=1}^{m} q_k(t) e^{\lambda_k t},$$

onde os λ_k são as raízes distintas do polinômio:

$$P(\lambda) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \cdots + a_1 \lambda + a_0 = 0,$$

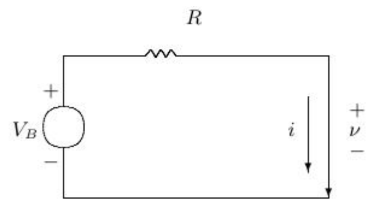
chamado polinômio característico da equação diferencial e os q_k são polinômios de grau uma unidade inferior à multiplicidade de λ_k, mas a não ser por isso, arbitrários.

Deseja-se determinar a solução geral da equação geral da equação diferencial:

$$\frac{d^3 u(t)}{dt^e} - 6 \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + 6 \frac{du(t)}{dt} + 7u(t) = 0$$

Determine as possíveis combinações de zeros postitivos, negativos e imaginários do polinômio característico (usando Regra de Descartres). Encontre os zeros reais do polinômio característico e determine a solução geral da equação diferencial.

4. Considere um circuito de polarização que consiste de uma bateria com uma tensão $V_B = 2,0V$ e um resistor R de 50Ω em série, conectado a um diodo semicondutor de estado sólido como mostrado na Figura.



As características operacionais na gama normal de operação de um diodo são determinadas pela equação relacionando suas variáveis terminais de tensão e corrente. Se tomarmos μ e i como sendo estas variáveis e escolhermos as direções de referência relativas mostradas, a equação relacionando estas variáveis será dada por:

$$i = I_s(e^{\frac{q\mu}{kt}} - 1), \tag{1}$$

onde

- I_s é a intensidade de corrente de saturação reversa. Esta é a corrente máxima que flui quando o diodo é polarizado em reverso, ou seja, quando $\mu << 0$. Ela é função do material usado na confeção do diodo, do grau de lubrificação e das técnicas de fabricação particulares. Um valor típico para um diodo de silício em temperatura ambiente é 10^{-9} Ampéres,
- k é a constante de Boltzmann, que tem o valor: $1,38047 \times 10^{-23}$ Joule/K,
- t é a temperatura absoluta em K na qual o diodo é operado,
- q é a carga do elétron que tem o valor de $1,6020310^{-19}$ Coulombs.

Em temperaturas ambientes normais, o valor do termo $\frac{q}{kt}$ é de aproximandamente 40.

Podemos agora proceder à solução do circuito de polarização, ou seja, encontrar os valores de μ e i . Para isso, basta aplicar a lei das tensões de Kirchoff ao circuito, obtendo assim:

$$V_B = iR + \mu. \tag{2}$$

A partir das equações 1 e 2 determine o valor da corrente de polarização i.

5. Considere a seguinte matriz

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Encontre os autovalores da matriz A. Os autovalores correspondem aos zeros do polinômio caracterstico da matriz. *Resp.*$\lambda_1 = -2 - \sqrt{2}, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = -2 + \sqrt{2}$.

6. Encontre o maior zero em valor absoluto da função $f(x) = x^3 + \cos(x)$

7. Encontre os pontos onde a função $f(x) = x^4 - 5x^3 + 2x - 1$, atinge seus valores máximo e mínimo no intervalo $[0, 3]$. USe uma precisão de 0,001.

8. Considere o seguinte modelo para crescimento populacional em um país:

$$P(t) = A + Be^{\lambda t}.$$

onde t é o tempo em anos. Use t em anos e $t = 0$ para 1960. Encontre os parâmetros A, B e λ com base nos anos de $1960, 1970$ e 1991 conforme a tabela:

Ano	População
1960	70992343
1970	94508583
1980	121150573
1991	146917459