Métodos Numéricos e Computacionais

Lista 6: Interpolação. Método de Lagrange e Diferenças Divididas

1. Sejam $x_0 = 0; x_1 = 0,6;$ e $x_2 = 0,9$. Construa polinômios interpoladores de graus um e dois para aproximar $f(0,45)$ para as seguintes funções:

   a.) $f(x) = \cos(x)$, b.) $f(x) = \ln(x+1)$.
   c.) $f(x) = \sqrt{1+x}$.

2. Use polinômios de Lagrange apropriados para construir polinômios interpoladores para aproximar o seguinte

   a.) $f(8,4)$ se $f(8,1) = 16,94410; f(8,3) = 17,56492; f(8,6) = 18,50515; f(8,7) = 18,82091$.
   b.) $f(-1/3)$ se $f(-0,75) = -0,07181250; f(-0,5) = -0,02475000, f(-0,25) = 0,33493750; f(0) = 1,10100000$.

3. Os dados do exercício anterior foram gerados utilizando as funções abaixo:

   a.) $f(x) = x \ln x$.
   b.) $f(x) = x + 4,001x^2 + 4.002x + 1,101$.

   Encontre um limitante para o erro, e compare com o erro exato de aproximação.

4. Utilize o método de Diferenças Divididas de Newton para construir polinômios interpoladores de grau dois e três para aproximar o valor numérico da função no ponto dado:

   a.) $f(0,43)$ se $f(0) = 1; f(0,25) = 1,64872; f(0,5) = 2,71828; f(0,75) = 4,48169$.

b.) $f(0,25)$ se $f(0,1) = -0,62049958$; $f(0,2) = -0,28398668$; $f(0,3) = 0,00660095$; $f(0,4) = 0,24842440$.

5. Utilize Diferenças Divididas para construir o polinômio interpolador de segundo grau para os seguintes dados:

x	$f(x)$
-0,1	5,30000
0,0	2,00000
0,2	3,19000
0,3	1,00000

Aproxime o valor de $f(0.15)$ e encontre um limitante para o erro na aproximação.

6. Mostre que ambos polinômios cúbicos:

$$P(x) = 3 - 2(x+1) + 0(x+1)(x) + x(x+1)(x-1),$$

e

$$Q(x) = -1 + 4(x+2) - 3(x+2)(x+1) + x(x+2)(x+1),$$

interpolam os seguitnes dados:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-1	3	1	-1	3

7. Considere a seguinte função tabelada

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	0.841	0.909	0.1414	-0.757	-0.959	-0.279

Assumindo que os dados pertenecem a uma função contínua, use uma parábola para aproximar o zero da função tabelada.

8. Utilize o método de Diferenças Divididas de Newton para aproximar $f(0,3)$ por um polinômio de grau 3 ($P_3(x)$), a partir dos seguintes dados:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-1	3	1	-1	3

Dê um limitante na aproximação do valor numérico de $f(0,3)$. Dê um limitante na aproximação para qualquer x no intervalo de interpolação escolhido para calcular o $P_3(x)$.