

# SISTEMI di RIFERIMENTO

Ricavare le componenti della velocità nel sistema NED + angoli di Rampe e rotta

Il sistema di riferimento NED (o orizzontale locale) ha come origine il punto materiale del velivolo (generalmente il baricentro) ha asse  $x^H$  diretto verso Nord, asse  $y^H$  verso Est e  $z^H$  verso il basso.

Nel NED si definiscono: ANGOLI DI RAMPA: l'angolo tra  $\underline{v}$  del velivolo e il piano orizzontale  $\Rightarrow \gamma = -\arcsin\left(\frac{\underline{v} \cdot \underline{z}^H}{|\underline{v}|}\right)$

ANGOLI DI ROTTA: l'angolo tra la proiezione di  $\underline{v}$  sul piano orizzontale e il Nord  $x^H \Rightarrow \chi = \arctg\left(\frac{\underline{v} \cdot \underline{y}^H}{\underline{v} \cdot \underline{x}^H}\right)$

le componenti orizzontali e verticali, rispetto il SOR, della velocità si ricavano proiettando  $\underline{v}$  sul piano orizzontale  $x^H y^H$  e poi si sfrutta l'angolo di rotta  $\chi$ .

$$\underline{v} = (V_{000} \sin \chi) \underline{x}^H + (V_{000} \cos \chi) \underline{y}^H - V \sin \gamma \underline{z}^H$$

Definire il riferimento aerodinamico (assi vento) e ricavare le componenti della velocità all'aria

Il sistema aerodinamico ha come origine il baricentro del velivolo.

L'asse  $x^A$  è diretto come la velocità  $\underline{v}$ ,  $z^A$  giace nel piano di simmetria (x convenzione ventre) e  $y^A$  segue le regole della mano destra ed è  $\perp$  agli altri due.

Per ottenere  $\underline{v}^A$  parto dagli assi body  $\underline{x}^B$  e applico rotazione di  $-\alpha$  rispetto  $\underline{y}^B$  ottenendo  $\underline{x}^A$  STABILITÀ! Ruotando ora di  $\beta$  (sideslip) attorno  $\underline{z}^S$  si ottiene  $\underline{x}^B$

si ottiene  $\underline{x}^A$  diretto come la velocità del velivolo.  $\Rightarrow \underline{v} = |\underline{v}| \underline{x}^A$

Definire il riferimento Body frame (assi corpo) e ricavare le componenti della velocità all'aria

Il sistema assi corpo ha origine in un punto materiale del velivolo, generalmente il baricentro.

Ha asse  $x^B$  diretto lungo l'asse longitudinale (di rollio), asse  $y^B$  segue l'asse di boccheglio e nell'HP di considerare  $z^B$  diretto verso il basso  $\Rightarrow y^B$  è diretto verso dx.

Con questo sistema posso definire gli angoli aerodinamici con cui scrivere  $\underline{v}$ .

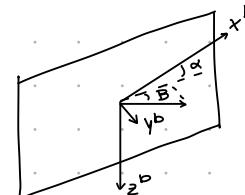
- Sideslip = proiezione di  $\underline{v}$  su  $x^B y^B$  (Piano di simmetria del velivolo)

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\underline{v} \cdot \underline{y}^B}{|\underline{v}|}\right)$$

- angolo di incidenza = tra la proiezione di  $\underline{v}$  su  $x^B y^B$  e  $x^B$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{\underline{v} \cdot \underline{z}^B}{\underline{v} \cdot \underline{x}^B}\right)$$

la velocità in assi corpo è:  $\underline{v} = V_{000} \cos \beta \cos \alpha \underline{x}^B + V \sin \beta \underline{y}^B + V_{000} \cos \beta \sin \alpha \underline{z}^B$



Definire angolo di rampe  $\gamma$  x velivolo in volo rovescio voru. Qualitativamente quanto ci si aspetta possa essere l'angolo di incidenza nelle stesse condizioni?

L'angolo di Rampe è definito come  $\gamma = -\arcsin\left(\frac{\underline{v} \cdot \underline{z}^H}{|\underline{v}|}\right)$  nel sistema NED essendo esso solitario al velivolo si ha una situazione del tipo

$$\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \rightarrow \underline{e}_x^H \rightarrow \underline{v} ; \text{ Pertanto } \sin \gamma = \frac{V \underline{e}_z^H \cos \pi/2}{|\underline{v}|} = 0$$

L'angolo  $\alpha = \text{atan}\left(\frac{V \underline{e}_z^B}{V \underline{e}_x^B}\right)$  è definito nel sistema Body frame, con  $y_B \parallel$  ale dx e  $x_B \parallel$  asse fuseliero. In volo rovescio  $\underline{e}_z^B$  sarà rivolto verso l'alto.



Dunque l'angolo sarà lievemente < 0 per assicurare il sostentamento dell'aeroplano.

In sostanza le HP del voru (STAZ.  $B=0$   $\dot{x}=0$   $\delta=0$ ) non negano  $\alpha \neq 0$

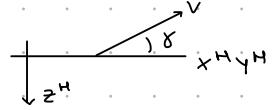
ma l'angolo fornito è negativo a causa dell'ale dx entrante e  $\underline{e}_z^B$  verso l'alto.

Definire analiticamente gli angoli di traiettoria e descrivere il SDR rispetto cui sono definiti gli angoli di traiettoria vengono definiti rispetto ad NED;  
 Tale SDR non è solciale al veicolo, ma si muove con esso, in particolare  $x^H$  diretto verso Nord, asse  $y^H$  verso Est e  $z^H$  verso il basso di conseguenza.

Nel NED si definiscono:

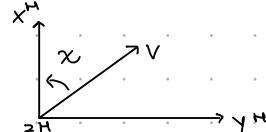
- ANGOLI DI RAMPA**: l'angolo tra  $v$  del veicolo e il piano orizzontale

$$\Rightarrow \gamma = -\arcsin\left(\frac{v \cdot z^H}{|v|}\right)$$



**ANGOLI DI ROTTA**: l'angolo tra la proiezione di  $v$  sul piano orizzontale e il Nord  $x^H$

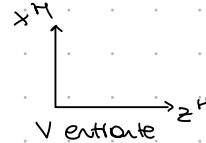
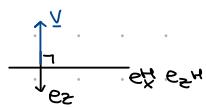
$$\Rightarrow \chi = \operatorname{arctg}\left(\frac{v \cdot y^H}{v \cdot x^H}\right)$$



**ANGOLI DI RUMPO** e rotta per veicolo acrobatico in volo verticale (a concave), con  $v$  allineato con  $e_z^H$  ma verso opposto

Applico le definizioni

$$\gamma = -\arcsin\left(\frac{v \cdot e_z^H}{|v|}\right) = \frac{\pi}{2}$$



$$\chi = \operatorname{arctg}\left(\frac{v \cdot e_y^H}{v \cdot e_x^H}\right) = \operatorname{arctg} \frac{0}{0} = \text{indeterminato}$$

# REGIMI di VOLO

$V=0$

Definire analiticamente attraverso opportune variabili caratteristiche una condizione di volo uniforme

RETTILINEO ORIZZONTALE, SIMMETRICO, UVELLATO, VIRATA Negativa (sx)

a) Rettilineo :  $R = \infty$  .  $\frac{V}{R} = w = 0 \Rightarrow \dot{\gamma} = \dot{x} = 0$

orizzontale:  $\dot{\gamma} = -\arcsin\left(\frac{V \cdot e_z^B}{V}\right) = 0 \quad w = x$

b) simmetrico:  $V$  sta nel piano di simmetria di  $B$   $\beta = \arcsin\left(\frac{V \cdot e_y^B}{V}\right) = 0$

c) uvellato:  $\phi = \text{bank} = 0 \quad \phi = \arcsin(e_y^B e_z^H) = 0$

d) virata negativa: virata a sinistra  $\dot{x} < 0$

e) virata positiva: virata a destra  $\dot{x} > 0 \quad \chi = \arctg\left(\frac{V \cdot e_y^H}{V \cdot e_x^H}\right)$

f) rinciacuata,  $\dot{\gamma} > 0$  con  $\dot{\gamma} = -\arcsin\left(\frac{V \cdot e_z^H}{V}\right)$

g) salite  $\dot{\gamma} > 0$

h) affondata  $\dot{\gamma} < 0$

## VOLO SIMMETRICO NEL PIANO VERTICALE

Si definisce la quota totale. Partendo dall'eq. di bilancio delle potenze in volo simmetrico nel piano verticale (ricavato dal bilancio di forze) si dimostri una riscrittura tramite derivata totale.

La variabile quota totale è data da  $H = h + \frac{1}{2} \frac{V^2}{g}$ .

Per giungere all'eq. riscritta come derivata totale è necessario partire dall'eq. dinamica delle forze  $m\ddot{V} = F + T + W$  con  $F$  = Forze  $T$  = Spinta  $W$  = Peso.

$$\text{moltiplicando per la velocità si ottiene } \underline{V} \cdot (m\ddot{V}) = \underline{V} \cdot (F + T + W) \Rightarrow m\ddot{V} = TV \cos \alpha - DV - WV \sin \gamma$$

$$\text{nell'HP } \alpha \ll 1 \text{ si ha } m\ddot{V} = TV - DV - WV \sin \gamma = Pa - Pr - WV \sin \gamma$$

$$\text{Divido ora tutto per il peso } W \Rightarrow \frac{\ddot{V}V}{g} = \frac{Pa - Pr}{W} - V \sin \gamma \Rightarrow \frac{\ddot{V}V}{g} + V \sin \gamma = \frac{Pa - Pr}{W} = SEP = \frac{\text{ESUBERO}}{\text{di POTENZA}}$$

$$\text{Denso la variabile quota totale } \dot{H} = \frac{dh}{dt} + \frac{\ddot{V}V}{g}$$

$$\text{nell'HP di aria calore } \frac{dh}{dt} = Vv$$

$$\text{Riottenso dunque } \frac{dH}{dt} = Vv + \frac{V\dot{V}}{g} = SEP$$

Vverticale

A partire dall'eq. del bilancio delle forze in forma vettoriale, si mostri come ottenere il bilancio di potenze, per velivolo in volo simmetrico nel piano verticale (non stazionario). Introducere nel processo HP e definizioni.

In forma vettoriale si ha:  $\underline{m}\ddot{V} = \underline{F} + \underline{T} + \underline{W}$ . Per ottenere il bilancio di potenze è necessario moltiplicare tutto per  $\underline{V}$ :  $\underline{V}(\underline{m}\ddot{V}) = \underline{V}(\underline{F} + \underline{T} + \underline{W})$

- $\underline{V}(\underline{m}\ddot{V}) = mV\ddot{V}$

$V, V$  hanno la stessa direzione  $x_A$

- $\underline{V} \cdot \underline{F} = -DV$

$\Rightarrow$  volo simmetrico = NO DELLANZA

$$F = -Dx_A - Qx_A - Lz_A$$

$F, D$  hanno la stessa direzione  $x_A$

$F, L$  sono  $\perp$

- $\underline{V} \cdot \underline{T} = VT \cos \alpha$

T è ASSUNTO direzionata con l'asse longitudinale del velivolo

- $\underline{V} \cdot \underline{W} = -VW \sin \gamma$

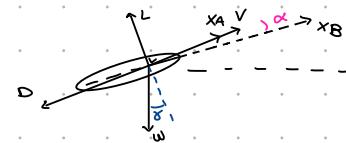
$$\Rightarrow mV\ddot{V} = -DV + VT \cos \alpha - VW \sin \gamma \quad \text{BILANCIO delle potenze}$$

Si può semplificare l'espressione per  $\alpha \ll 1$

$$\Rightarrow mV\ddot{V} = -DV + VT - VW \sin \gamma$$

$$mV\ddot{V} = Pa - Pr - VvW \quad \text{diviso per } W = mg$$

$$\frac{V\ddot{V}}{g} + Vv = \frac{Pa - Pr}{W} = SEP \quad = \text{ESUBERO di POTENZA}$$



Partendo dalle tre equazioni scalari per il volo simmetrico nel piano verticale non stazionario, mostrare come ottenere le equazioni del moto per il volo orizzontale rettilineo uniforme, chiarendo dove opportuno le ipotesi adottate.

Il volo simmetrico nel piano orizzontale avviene con  $\gamma = 0$  e  $\beta = 0$  con  $\beta = \arcsin(\frac{V_{ey}^8}{V_{ez}^4})$  angolo di penombra e  $\gamma = \arctan(\frac{V_{ey}^8}{V_{ez}^4})$

per cui vale:  $\begin{cases} m\ddot{V} = T \cos \alpha - D - WV \sin \gamma \\ \frac{mV^2}{R} = L - WV \cos \alpha + TS \sin \gamma \\ Jy \ddot{\theta} = Mg \end{cases}$

Nel VRU devono valere tre ipotesi:

- orizzontale  $\gamma = 0$

- rettilineo  $R \rightarrow \infty$  Raggio di curvatura

- uniforme  $\dot{V} = 0$   $V = \text{cost}$

Dunque  $\begin{cases} m\ddot{V} = T \cos \alpha - D - WV \sin \gamma \\ \frac{mV^2}{R} = L - WV \cos \alpha + TS \sin \gamma \\ Jy \ddot{\theta} = Mg \end{cases}$  trascurabile

$$\rightarrow \begin{cases} T = D \\ L = W \\ Mg = 0 \end{cases}$$

dove si è sfruttato l'ipotesi di  $\alpha \ll 1$  e efficienza media alta.

# VORU

2) Di un velivolo in configurazione con flap estratti al 40%, siano noti il peso  $W$ , la superficie alare  $S$ , la polare analitica nella forma  $C_D = C_{D_0} + k_1 C_L + k_2 C_L^2$ , il relativo coefficiente di portanza massimo  $C_{L_{MAX}}$ , e la spinta disponibile in funzione della velocità  $T = T_0 + T_2 V_{EAS}^2$ . Per una quota fissata, di cui si conosce la densità dell'aria  $\rho$ , si riporti la procedura di calcolo della velocità minima e massima in volo orizzontale rettilineo uniforme.

VORU  $T=0$

$$D = \frac{1}{2} \rho S C_{D_0} V^2 + \frac{1}{2} \rho S k_1 C_L V^2 + \frac{1}{2} \rho S k_2 C_L^2 V^2 \\ = \frac{1}{2} \rho S C_{D_0} V^2 + \frac{1}{2} \rho S k_1 \left( \frac{W}{\frac{1}{2} \rho S V^2} \right) V^2 + \frac{1}{2} \rho S k_2 \left( \frac{W}{\frac{1}{2} \rho S V^2} \right)^2 V^2 = a V^2 + b + \frac{c}{V^2}$$

$$T = T_0 + T_2 V_{EAS}^2 = T_0 + T_2 \frac{\rho}{\rho_0} V^2 = d + e V^2$$

equazione

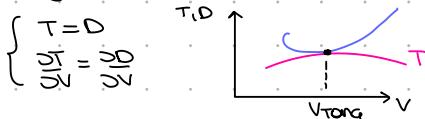
$$a V^2 - e V^2 + b - d + \frac{c}{V^2} = 0 \\ (a - e)V^2 + (b - d)V^2 + c = 0$$

RISOLVO biquadratica e trovo  
 $V_{MAX}$  e  $V_{MIN}$

# SALITA

Definire analiticamente la quota di tangenza teorica e mostrare in quali condizioni si ottenga per un velivolo turbogetto o motorelica.

La quota di tangenza teorica è una quota raggiungibile a cui la velocità verticale è nulla ed esiste una sola velocità utile.

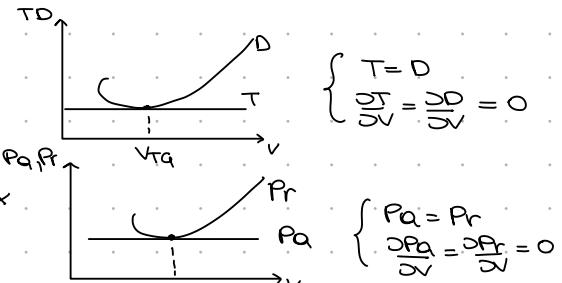


Per un turbogetto semplice, tale quota si raggiunge a  $D_{min}$  che corrisponde a  $E_{max}$  e  $\sin\gamma = 0$  (tutta velocità ripida).

Per un motorelica semplice, tale quota si raggiunge a  $F_{max}$  che corrisponde a  $P_{r min}$  e  $V_{v max}$ .

$$\text{Si ricorda che: } TS \quad E_{max} = \frac{L}{D}_{max} = \frac{w}{D_{min}} \quad \text{e} \quad T = D - w \sin \gamma = 0 \\ \sin \gamma = \frac{T - D}{w} \quad \gamma_{max} = (T - D)_{max} = D_{min}$$

$$\text{NE} \quad P_{r min} = D_{min} w = \frac{L}{E_{max}} = \frac{w}{E_{max}} \sqrt{\frac{w}{\frac{1}{2} \rho C_L}} = \frac{w}{E_{max} \sqrt{C_L}} \sqrt{\frac{w}{\frac{1}{2} \rho S}} = \frac{w}{F_{max}} \sqrt{\dots}$$



Espressione analitica del problema di minimizzazione del tempo di salita secondo un approccio non stazionario. Commentare Rispetto ad un approccio stazionario, nel caso di gradiente positivo della V rapida V con la quota.

Il tempo di salita  $T_c$  è definito come:  $T_{climb} = \int_{t_i}^{t_f} dt = \int_{h_i}^{h_f} \frac{dh}{V}$  per minimizzare occorre massimizzare la

$$\text{velocità di salita rapida } V_r \Rightarrow T_c^{\min} = \int_{h_i}^{h_f} \frac{dh}{V_r}$$

$$\text{dal bilancio delle potenze scritto con il SEP si ha } \frac{P_a - P_r}{w} = SEP = \frac{V_r}{g} + V_r = \frac{V}{g} \frac{dv}{dh} \frac{dh}{dt} + V_r = V_r (1 + \frac{V}{g} \frac{dv}{dh})$$

$$\Rightarrow T_c = \int_{h_i}^{h_f} \frac{(1 + \frac{V}{g} \frac{dv}{dh}) dh}{V_r} \quad \text{per minimizzare tale valore è opportuno ricorrere all' optimal control theory} \\ + \text{noto che se } \frac{dv}{dh} < 0 \quad V_r < SEP \quad ; \quad \frac{dv}{dh} > 0 \quad V_r > SEP$$

$$\text{Nel caso stazionario si ha } \frac{V_r}{g} + V_r = SEP \Rightarrow T_c = \int_{h_i}^{h_f} \frac{dh}{\max(V_r(h))} \quad \text{considero } h_i = 0 \quad h_f = \bar{h}$$

$$T_c = \int_{h_i}^{h_f} \frac{dh}{\frac{1}{(1-\frac{h}{\bar{h}})} \max(V_r(0))} = \frac{h_f}{\max(V_r(0))} \cdot \ln\left(\frac{1}{1-\frac{h_f}{\bar{h}}}\right)$$

si osserva che nel caso stazionario non si può raggiungere la quota di tangenza,  $T_c \rightarrow \infty$

3) Di un velivolo sono note la quota di tangenza  $h_{th}$  e la massima velocità verticale a livello del mare  $V_{vmax}^0$ . Assumendo un andamento lineare della massima velocità verticale con la quota, si calcoli il minimo tempo di salita ad una generica quota  $\bar{h} < h_{th}$ .

Il testo ci fa assumere un andamento lineare, pertanto  $V_{vmax}(h) = V_{vmax}(0)(1 - \frac{h}{h_{th}})$

$$\Rightarrow \text{Il tempo di salita } T_c \text{ è definito come: } T_{climb} = \int_{t_i}^{t_f} dt = \int_{h_i}^{h_f} \frac{dh}{V}$$

$$\text{Tale tempo viene minimizzato quando } V_{vmax} = \Rightarrow T_c = \int_{h_i}^{h_f} \frac{dh}{\frac{1}{(1-\frac{h}{\bar{h}})} \max(V_r(0))} = \frac{h_f}{\max(V_r(0))} \cdot \ln\left(\frac{1}{1-\frac{h_f}{\bar{h}}}\right)$$

Scrivere le due equazioni scalari di bilancio delle forze in assi vento per un velivolo in salita non stazionario. Definire analiticamente le prestazioni di angolo di salita e velocità di salita, e mostrare sotto quale ipotesi sia possibile sfruttare i diagrammi di Penaud per il VORU per l'analisi di tali prestazioni.

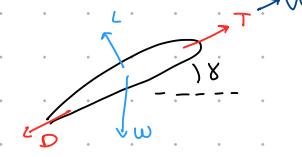
Le eq. in caso non stazionario sono:  $\begin{cases} m\dot{V} = T - D - w \sin \gamma \\ L = w \cos \gamma \end{cases}$  ottenute nell'HP di volo simmetrico  $B=0$

Volto rettilineo  $\dot{\gamma}=0$ , volo nel piano verticale  $\dot{x}=0$ , con  $\alpha \ll \gamma$  ed  $E$  minima.

E' possibile definire l'angolo di salita  $\gamma$  come  $\sin \gamma = \frac{T - D - m\dot{V}}{w} = \frac{T - D - \dot{V}}{w} = SEP - \frac{\dot{V}}{g}$  e la velocità di salita come  $V_r = w \sin \gamma = \frac{P_a - P_r - \frac{V_r}{g}}{w}$ , che posso massimizzare

Nell'HP di  $V$ =costante ottengo cost  $\frac{dT}{dV} = 0$  e  $\frac{dP_a}{dV} = \frac{dP_r}{dV}$ .

Per poter sfruttare i diagrammi di Penaud per il volo è necessario aggiungere l'HP di  $\dot{\gamma} \ll \gamma$ .



2) Di un velivolo generico, siano noti le caratteristiche della polare parabolica  $k$  e  $C_{D_0}$ , il relativo coefficiente di portanza massimo  $C_{L_{MAX}}$ , peso  $W$ , superficie alare  $S$ , e la spinta disponibile in funzione della velocità  $T = T_0 + T_2 V_{EAS}^2$ . Per una data quota, di cui si conosce la densità dell'aria  $\rho$ , si riporti la procedura di calcolo per determinare la velocità di volo corrispondente alla condizione di salita rapida (si ipotizzi  $T_2 < 0$ ).

Per un generico velivolo la condizione di salita rapida corrisponde a  $V_{V_{max}} = SEP = \frac{P_a - Pr}{W} = \frac{TV - DV}{W}$   
 $V_{V_{max}}$  si ha per  $(P_a - Pr)_{max} \Rightarrow \frac{\partial P_a}{\partial V} = \frac{\partial Pr}{\partial V}$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_{D_0} + k C_L^2) = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_{D_0} + k \left( \frac{W}{\frac{1}{2} \rho S V^2} \right)) \Rightarrow D = \alpha V^2 + \frac{b}{V^2}$$

$$T = T_0 + T_2 \frac{V_{EAS}^2}{\beta} = T_0 + T_2 \frac{\rho}{\beta} V^2 \Rightarrow T = C + d V^2$$

dico da testo

Ricavo le rispettive potenze

$$Pr = DV = \alpha V^3 + \frac{b}{V}$$

$$P_a = TV = CV + DV^3$$

$$V_{V_{max}} \text{ quando } \frac{\partial P_a}{\partial V} = \frac{\partial Pr}{\partial V} \text{ cioè } C + 3dV^2 = 3\alpha V^2 - \frac{b}{V^2}$$

$$\Rightarrow CV^2 + 3(C-d)V^4 + b = 0 \text{ è una biquadratica. Risolvo e trovo } V$$

bisogna inoltre verificare che  $C < C_{max}$  altrimenti  $C^* = C_{max}$  e ricalcolo  $V$

- 1) Di un velivolo generico, noti il baricentro  $\xi_C$ , il peso  $W$ , la superficie alare  $S$ , la polare analitica nella forma  $C_D = C_{D_0} + k_1 C_L + k_2 C_L^2$ , il margine dimensionale del punto neutro  $\xi_N$  e il margine dimensionale del punto critico  $\xi_C$ .
- 2) Di un velivolo a getto ideale, in configurazione con flap estratti al 40%, siano noti il peso  $W$ , la superficie alare  $S$ , la polare analitica nella forma  $C_D = C_{D_0} + k_1 C_L + k_2 C_L^2$ , il relativo coefficiente di portanza massimo  $C_{L_{MAX}}$ , e la spinta disponibile  $T = T_0$ . Per una quota fissata, di cui si conosce la densità dell'aria  $\rho$ , si riporti la procedura di calcolo della velocità di volo corrispondente alla condizione di salita rapida.

La condizione di salita rapida si trova quando  $V_{V_{max}} = \frac{P_a - Pr}{W}$   
 dobbiamo pertanto impostare  $\frac{\partial P_a}{\partial V} = \frac{\partial Pr}{\partial V}$

$$P_a = TV = DV \Rightarrow \frac{\partial P_a}{\partial V} = T = T_0 = d$$

$$Pr = DV = \frac{1}{2} \rho S V^3 (C_{D_0} + k_1 C_L + k_2 C_L^2) = \frac{1}{2} \rho S V^3 (C_{D_0} + k_1 \frac{W}{\frac{1}{2} \rho S V^2} + k_2 \left( \frac{W}{\frac{1}{2} \rho S V^2} \right)^2)$$

$$= \alpha V^3 + b V + \frac{c}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial P_a}{\partial V} = 3\alpha V^2 + b - \frac{c}{V^2}$$

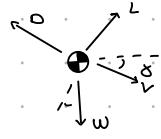
Equaglio e Risolvo la biquadratica da cui ricavo  $V$

$$3\alpha V^2 + b - \frac{c}{V^2} = d$$

# ALIANTE

Motivare x quali assetti si ottengono le prestazioni ottime (minima velocità di discesa e minimo angolo di discesa) per un aliante in volo stazionario e in aria calma.

Partendo dalle equazioni di equilibrio si ha  $\begin{cases} D = -WS\sin\gamma \\ L = W\cos\gamma \end{cases}$  (osserviamo  $T = 0$ )



$$\text{da cui } \sin\gamma = -\frac{D}{W} \quad Pr = -W\sin\gamma \quad Pa = 0 \Rightarrow SEP = Vv = -\frac{Pr}{W}$$

E' possibile definire  $\gamma_d = -\gamma$ ,  $V_d = -Vv$  per cui possiamo riscrivere le espressioni

$$\sin\gamma_d = \frac{D}{W} \quad V_d = \frac{Pr}{W}$$

Pertanto per minimizzare l'angolo di discesa  $\gamma_d$  e' necessario minimizzare  $D$  e per minimizzare  $W$  e' necessario minimizzare  $Pr$ .

Supponendo  $\gamma_d \ll 1$   $\gamma_d = \frac{D}{W}$  sapendo che  $E = \frac{W}{D} \Rightarrow D_{\min}$  corrisponde a massimizzare  $E$

$$\text{Per quanto riguarda } Pr = DV = \frac{W}{E} V = \frac{W}{E} \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2}PSCL}} = \frac{W}{EVCL} \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2}PS}} = \frac{W}{F} \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2}PS}}$$

Per minimizzare  $Pr$  e' necessario massimizzare  $F$  e quindi massimizzare  $E$ , l'endurance cioè il tempo di volo

## DECOLLO

Definire velocità di rotazione, di distacco (LIFT OFF) e lunghezza di decollo a terra. Speciale perché la lunghezza di decollo è superiore a quella della corsa a terra.

$V_R$  = velocità a cui viene cambiato l'assetto del velivolo assumendo quello di decollo

$V_{LO}$  = velocità di decollo e' quella in cui  $L = w$

La take off distance (lunghezza di decollo) è la proiezione a terra dello spazio percorso dall'aereo da inizio a fine decollo.

Essa è misurazione della corsa a terra in quanto il decollo si considera terminato quando viene raggiunta la velocità di salita/climb. Nella TO distanza è compresa la proiezione di un tratto di spazio che l'aereo percorre in aria accelerando da  $V_{LO}$  a  $V_{CLIMB}$

# CROCIERA

Si dà espressione del tempo di volo in crociera × velivolo a getto in crociera-salita e si mostri come massimizzare tale prestazione

$$\text{Definiamo } C_T = \frac{\dot{W}_F}{T} \parallel \text{TSFC} \quad \text{e } \dot{W}_F = -\frac{dW_F}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dW_F}{\dot{W}_F} = \frac{dW_F}{C_T} \quad \xrightarrow{\text{ma in volo } T=D=\frac{L}{E} = \frac{W}{E}}$$

Si definisce tempo di volo in crociera, o endurance,  $t_C = \int_{t_1}^{t_2} dt = -\int_{W_1}^{W_2} \frac{dW}{C_T} = -\int_{W_1}^{W_2} \frac{E}{W_C T} dW$   
la risuzione dell'integrale dipende dal programma di crociera.

Per la crociera-salita "Step climb", varia  $\rho$  col tempo, ma  $V = \text{cost}$   $\alpha = \text{cost}$ ,  $f \downarrow h \uparrow$

$$\text{Pertanto } t_C = -\int_{W_1}^{W_2} \frac{E}{W_C T} dW = -\frac{E}{C_T} \ln\left(\frac{W_2}{W_1}\right) = \frac{E}{C_T} \ln\left(\frac{W_1}{W_2}\right)$$

$$\text{Si puo' definire } z = \frac{W_F}{W_1} = \frac{W_1 - W_2}{W_1} = 1 - \frac{W_2}{W_1} = 1 - z \quad \text{Frazione di combustibile}$$

$$\text{Da cui: } \frac{W_1}{W_2} = \frac{1}{1-z}$$

$$\Rightarrow t_C = \frac{E}{C_T} \ln\left(\frac{1}{1-z}\right)$$

Per massimizzare  $t_C$  bisogna aumentare  $E$ , o diminuire  $C_T$

Dimostrare che il tempo di volo in crociera decelerata è > quello in crociera salita per getto

$$\text{Definiamo } C_T = \frac{\dot{W}_F}{T} \parallel \text{TSFC} \quad \text{e } \dot{W}_F = -\frac{dW_F}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dW_F}{\dot{W}_F} = \frac{dW_F}{C_T}$$

Si definisce tempo di volo in crociera, o endurance,  $t_C = \int_{t_1}^{t_2} dt = -\int_{W_1}^{W_2} \frac{dW}{C_T} = -\int_{W_1}^{W_2} \frac{E}{W_C T} dW$   
la risuzione dell'integrale dipende dal programma di crociera.

Per la crociera-salita "Step climb", varia  $\rho$  col tempo, ma  $V = \text{cost}$   $\alpha = \text{cost}$ ,  $f \downarrow h \uparrow$   
mentre x la crociera decelerata varia  $V$  che diminuisce, ma  $f = \text{cost}$   $\alpha = \text{cost}$

$$\text{Pertanto } t_C = -\int_{W_1}^{W_2} \frac{E}{W_C T} dW = -\frac{E}{C_T} \ln\left(\frac{W_2}{W_1}\right) = \frac{E}{C_T} \ln\left(\frac{W_1}{W_2}\right)$$

$$\text{Si puo' definire } z = \frac{W_F}{W_1} = \frac{W_1 - W_2}{W_1} = 1 - \frac{W_2}{W_1}$$

$$\text{Da cui: } \frac{W_1}{W_2} = \frac{1}{1-z} \Rightarrow$$

$$t_C = \frac{E}{C_T} \ln\left(\frac{1}{1-z}\right)$$

Il tempo risulta uguale, basta che l'assetto sia costante

Si dà espressione del tempo di volo in crociera × velivolo a getto in crociera decelerata e si mostri come massimizzare tale prestazione

$$\text{Definiamo } C_T = \frac{\dot{W}_F}{T} \parallel \text{TSFC} \quad \text{e } \dot{W}_F = -\frac{dW_F}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dW_F}{\dot{W}_F} = \frac{dW_F}{C_T} \quad \xrightarrow{\text{ma } T=D=\frac{L}{E} = \frac{W}{E}}$$

Si definisce tempo di volo in crociera, o endurance,  $t_C = \int_{t_1}^{t_2} dt = -\int_{W_1}^{W_2} \frac{dW}{C_T} = -\int_{W_1}^{W_2} \frac{E}{W_C T} dW$   
la risuzione dell'integrale dipende dal programma di crociera.

Per la crociera decelerata, varia  $V$  col tempo, ma  $f = \text{cost}$   $\alpha = \text{cost}$

$$\text{Pertanto } t_C = -\int_{W_1}^{W_2} \frac{E}{W_C T} dW = -\frac{E}{C_T} \ln\left(\frac{W_2}{W_1}\right) = \frac{E}{C_T} \ln\left(\frac{W_1}{W_2}\right)$$

$$\text{Si puo' definire } z = \frac{W_F}{W_1} = \frac{W_1 - W_2}{W_1} = 1 - \frac{W_2}{W_1} \quad \text{FRAZIONE DI COMBUSTIBILE} \quad \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = 1 - z$$

$$\text{Da cui: } \frac{W_1}{W_2} = \frac{1}{1-z}$$

$$\Rightarrow t_C = \frac{E}{C_T} \ln\left(\frac{1}{1-z}\right)$$

Per massimizzare  $t_C$  bisogna aumentare  $E$ , o diminuire  $C_T$

Espressione del range (autonomia chilometrica) in crociera per un velivolo a getto

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V dt = -\int_{W_1}^{W_2} \frac{V dW}{\dot{W}} = \int_{W_1}^{W_2} \frac{V E}{W_C T} dW = \frac{E}{C_T} \int_{W_2}^{W_1} \sqrt{\frac{W}{f_{\text{SC}}}} dW$$

Risulta dopo aver stabilito il tipo di volo in crociera

INCIDENZA  $\alpha$  E VELOCITA' V

3) Un velivolo a getto è in procinto di eseguire una crociera a velocità costante. Siano noti i massimi prestazionali della polare aerodinamica ( $\max(E) = \max(C_L/C_D)$ ,  $\max(F) = \max(C_L\sqrt{C_L}/C_D)$  e  $\max(G) = \max(\sqrt{C_L}/C_D)$ ), il peso a inizio crociera  $W_1$ , la superficie alare  $S$ , la quota iniziale e la relativa densità dell'aria  $\rho_1$ , il consumo specifico di combustibile (TSFC)  $C_T$  e il peso del combustibile riservato per la crociera  $W_{F_{CR}}$ . Si calcoli la massima autonomia chilometrica ottenibile. Si calcoli inoltre, il minimo peso di combustibile  $W_{F_{LO}}$  necessario a garantire 20 minuti di attesa in volo (tempo di loiter) a fine crociera.

$$(\alpha, V) = \text{cost}$$

$\Rightarrow$   $\rho$  varia e abbiamo una crociera-salita

Per calcolare il massimo ronze, sapendo che  $C_T = \frac{\dot{W}_F}{T}$ , che  $\frac{dW_F}{dt} = \dot{W} \Rightarrow dt = \frac{dW}{\dot{W}_F} = \frac{dw}{\dot{W}}$

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V dt = - \int_{W_1}^{W_2} \frac{V}{\dot{W}_F} dw = - \int_{W_1}^{W_2} \frac{V}{C_T T} dw \Rightarrow \text{per piccoli angoli di salita } T = \frac{W}{E}$$

$$= \int_{W_2}^{W_1} \frac{EV}{CTW_1} dw = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{W_1}{\frac{1}{2} \rho S V C_L}} \ln \frac{W_1}{W_2} \quad W_2 = W_1 - \dot{W}_F \\ \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{1}{1-z}$$

$$= \sqrt{\frac{W_1}{\frac{1}{2} \rho S}} \frac{G}{C_T} \ln \left( \frac{1}{1-z} \right) \quad \rightarrow \text{e' max quando } G \text{ e' massimo}$$

Per calcolare il peso di fuel a fine crociera usato per 20 minuti di loiter calcolo

$$T_{20} = \int_{T_1}^{T_2} dt = \int_{W_2}^{W_1} \frac{dw}{\dot{W}_F} = \int_{W_2}^{W_1} \frac{E}{C_T w} dw = \frac{E}{C_T} \int_{W_1 - W_{F_{CR}}}^{W_1 - W_{F_{LO}}} \frac{dw}{w} = \frac{E}{C_T} \ln \left( \frac{W_1 - W_{F_{CR}}}{W_1 - W_{F_{CR}} - W_{F_{LO}}} \right)$$

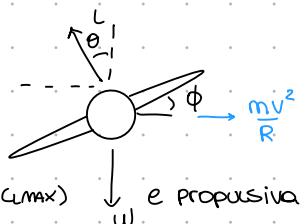
Invertendo la formula ricavo  $W_{F_{LO}}$

# VIRATA CORRETTA

10) Di un velivolo, siano noti le caratteristiche della polare parabolica  $k$  e  $C_{D_0}$ , il relativo coefficiente di portanza massimo  $C_{L_{max}}$ , il peso  $W$ , superficie alare  $S$ , e la potenza disponibile, per ogni quota, in funzione della velocità del tipo  $P = \bar{P}V_{EAS}$  e il fattore di carico massimo strutturale  $n_{max}$ . Per una quota fissa nota, si riporta la procedura di calcolo per determinare i valori del raggio e del tempo di inversione in una virata corretta al fattore di carico massimo ottenibile tenuto conto di tutte le limitazioni a tale manovra.

E' necessario partire dalle eq. di bilancio

$$\begin{cases} W = L \cos \phi \\ \frac{mV^2}{R} = L \sin \phi \end{cases} \quad + \quad L = nW$$



In virata corretta bisogna rispettare 3 limitazioni: strutturale ( $n_{max}$ ), aerodinamica ( $C_{L_{max}}$ ) e propulsiva &  $\bar{P}_{max}$

Dopo aver definito  $R = \frac{V^2}{g\sqrt{n^2-1}}$  [Ricavato da:  $\frac{L \sin \phi}{L \cos \phi} = \tan \phi = \frac{mv^2}{RW} = \frac{mV^2}{Rg} = \frac{V^2}{Rg}$  con  $\tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{\sqrt{1-n^2}\phi}{\cos \phi} = \sqrt{\frac{1-n^2}{n^2}} = \sqrt{n^2-1}$ ]

Si prosegue come segue:

- fissa manettone  $\delta T_{max}$ . avendo  $\delta$  e  $V_{TAS}$  :  $T = \frac{\partial P}{\partial V} = \frac{\partial \bar{P}}{\partial V} \frac{\delta}{\delta \bar{P}} V_{TAS}$
- da HP  $T = D$  (vincolo propulsivo) ricavo  $C_D = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho V_{TAS}^2 S} = C_{D0} + K C_L^2 \Rightarrow C_L^* = \sqrt{\frac{C_D - C_{D0}}{K}}$   
se  $C_L^* > C_{L_{max}}$  prosegua con  $C_L_{max}$ .  
se  $C_L^* < C_{L_{max}}$  ok, prosegua con  $C_L^*$
- da CL ricavo  $L = \frac{1}{2} \rho S C_L V_{TAS}^2$  e ricavo  $n = \frac{L}{W}$   
se  $n^* < n_{max}$  ok, prosegua con  $n^*$   
se  $n^* > n_{max}$  prosegua con  $n_{max}$

Da qui posso calcolare  $R = \frac{V^2}{g\sqrt{n^2-1}}$   $T_{IT} = \frac{\bar{P} R}{V} \rightarrow$  TEMPO INVERTIRE LA ROTTA

Es analogo in un'altra TDE dove viene dato  $n < n_{max}$

da CL ricavo  $L = \frac{1}{2} \rho S C_L V_{TAS}^2$  e ricavo  $n_{max} = \frac{L}{W}(C_{L_{max}})$

Nota che ora conoscendo  $n$  si puo' ripetere il processo al contrario  $n \rightarrow C_L \rightarrow C_D \rightarrow \delta T$

mostrare analiticamente l'effetto del fattore di carico sul diagramma di P necessaria in virata corretta evidenziando su quali curve si posizionano i punti di lavoro caratterizzati da medesimo assetto, quota e diverso fattore di carico.

Sapendo che  $E = \frac{L}{D} = \frac{nW}{D} \Rightarrow D = \frac{nW}{E}$

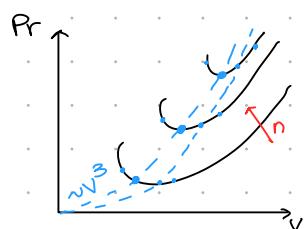
Per due fattori di carico  $n_1, n_2$  diversi si ha  $\frac{D_2}{D_1} = \frac{n_2 W/E}{n_1 W/E} = \frac{n_2}{n_1}$

Sapendo che  $V = \sqrt{\frac{nW}{\frac{1}{2} \rho S c_a}}$   $\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{n_2 W}{n_1 W}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2} \rho S c_a}} = \sqrt{\frac{n_2}{n_1}}$

Pertanto si osserva  $(\frac{D_2}{D_1}) = (\frac{V_2}{V_1})^2$

$\Rightarrow D_n = k V^2$  : vari punti si trovano su delle quadratiche al variare di  $n$

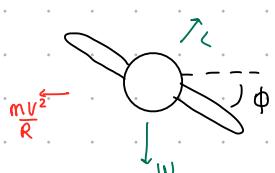
$\Rightarrow$  Ricordando  $P_r = DV = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$  : vari punti si trovano su delle cubiche



DEFINIRE UNA MANOVRA DI VIRATA CORRETTA E SCRIVERNE LE EQUAZIONI!

La virata corretta si ottiene ruotando attorno l'asse di rotolamento; questo comporta un'inclinazione della portanza e la generazione di una forza centrifuga.

Si parla di virata corretta quando le componenti di L equilibrio peso e fc



$$\begin{cases} L \sin \phi = \frac{mv^2}{R} \\ L \cos \phi = w \end{cases} \quad \text{INOLTRE vale } L = nW \quad \Rightarrow \quad n = \frac{1}{\cos \phi}$$

$$C_D = C_D(C_L)$$

# MODELLO A DUE SUPERFICI

2) Partendo dalle equazioni di equilibrio in VORU, adottando legami costitutivi in forma non omogenea per forza di portanza e momento di beccheggio, si mostri la soluzione generale del problema di equilibrio in incidenza e deflessione del grado di libertà di controllo, ottenuta con inversione matriciale.

In VORU:  $\begin{cases} L = W \\ M_G = 0 \end{cases}$  con  $L = L/\alpha \alpha + L/8 \delta + l_0$   
 $M_G = M_{\alpha}/\alpha + M_{\delta}/8 \delta + M_{l_0}$

legami costitutivi in  
forma NON omogenea

Si puo' passare alle forme omogenee con inversione matriciale.

Adimensionalizzo:

$$\begin{cases} CL = CL/\alpha \alpha + CL/8 \delta = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} - C_{L0} \\ CM_{\alpha} = CM_{\alpha}/\alpha + CM_{\delta}/8 \delta = - C_{M\alpha 0} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} CL/\alpha & CL/8 \delta \\ CM_{\alpha}/\alpha & CM_{\delta}/8 \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} - C_{L0} \\ - C_{M\alpha 0} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \alpha \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \delta \end{bmatrix} = A^{-1} b$$

con  $A^{-1} = \frac{1}{CL/\alpha CM_{\delta}/8 \delta - CM_{\alpha}/\alpha CL/8 \delta} \begin{bmatrix} CM_{\delta}/8 \delta - CL/8 \delta \\ - CM_{\alpha}/\alpha & CL/\alpha \end{bmatrix}$

Si mostri su quali variabili e come agire per ridurre la stabilita' statica longitudinale di un velivolo tradizionale a due superfici.

Assumiamo di vedere ale e coda come superfici distinte legate solo dalla relazione  $\delta = \delta_{/\alpha} \alpha + \delta_0$  (downwash) e assumendo di avere un equilibratore in coda, si ottiene:

$$CM_{\alpha}/\alpha = (\delta_{ACT} - \delta_q) \alpha^w + m \sigma(1 - \delta_{/\alpha}) (\delta_{ACT} - \delta_q) \alpha^t$$

dove  $\alpha = CL/\alpha$      $\sigma = \frac{S^T}{S}$      $m = \frac{\alpha^T}{\alpha}$

Per avere s. statica longitudinale  $CM_{\alpha}/\alpha < 0$

$$\delta_{ACT} - \delta_q < (\delta_q - \delta_{ACT}^w) \frac{\alpha^w}{m \sigma \alpha^t}$$

Def. stabilita' longitudinale  
cioe' col una perturbazione dell'angolo di  
incidenza il velivolo risponde con un momento  
di beccheggio di segno opposto per  
annullare tale perturbazione

Una volta fissato il tenzone  $\alpha$  o  $\delta$ , l'effetto della coda e' tanto piu' stabilizzante quanto  
piu' le corde si spostano; questo non significa pero' che se  $\delta_{ACT} > \delta_q$  allora e' instabile, ma tende  
solo ad essere piu' vicino all'instabilita' (es. Conard).

Dimostrare analiticamente quale sia la posizione del punto neutro per un velivolo a  
due superfici descrivendo i termini coinvolti

Assumiamo di vedere ale e coda come superfici distinte legate solo dalla relazione  $\delta = \delta_{/\alpha} \alpha + \delta_0$   
(downwash) e assumendo di avere un equilibratore in coda, e' possibile ricavare le seguenti espressioni.

Per  $CL/\alpha$  e  $CM_{\alpha}/\alpha$

$$CL/\alpha = \alpha^w + \alpha^T m \sigma (1 - \delta_{/\alpha})$$

$$CM_{\alpha}/\alpha = \alpha^w (\delta_{AC}^w - \delta_p) + \alpha^T m \sigma (1 - \delta_{/\alpha}) (\delta_{ACT}^T - \delta_p)$$

dove  $\delta_i$  indica la posizione del punto  $i$  sulla corda.

Ricordando che  $x_N - x_q = \frac{M_{q/\alpha}}{CL/\alpha}$  e che  $\delta_N - \delta_q = \frac{CM_{q/\alpha}}{CL/\alpha}$ .

Allora basta sostituire le espressioni sopra con  $P = q$

$$\delta_N = \delta_q + \alpha^w (\delta_{AC}^w - \delta_q) + \alpha^T m \sigma (1 - \delta_{/\alpha}) (\delta_{ACT}^T - \delta_q)$$

$$\alpha^w + \alpha^T m \sigma (1 - \delta_{/\alpha})$$

$$\delta_N = \frac{\alpha^w \delta_{AC}^w + \alpha^T m \sigma (1 - \delta_{/\alpha}) \delta_{ACT}^T}{\alpha^w + \alpha^T m \sigma (1 - \delta_{/\alpha})} \Rightarrow x_N = \delta_N \cdot C \quad \text{con } C = MAC = \frac{1}{S} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} C(y)^2 dy$$

per semplificita' possiamo considerare  $q$  come l'origine del SDR  $\Rightarrow \delta_q = 0$

Si mastri per un velivolo di costruzione tradizionale modellato come due superfici, attraverso uno studio dell'espressione della derivata del coeff. di momento di Berchecchio rispetto all'incidenza, l'effetto stabilizzante dell'impennaggio orizzontale

Per avere stabilità statica longitudinale è necessario che  $C_{M\alpha} < 0$ .

In particolare  $C_{M\alpha} = a^W (\bar{E}_{AC}^W - \bar{E}_q) + a^T M \sigma (1 - E/\alpha) (\bar{E}_{AC}^T - \bar{E}_q)$

In questa espressione tutti i termini risultano essere positivi eccetto  $(\bar{E}_{AC}^T - \bar{E}_q) < 0$

Questa formula significa che la coda deve stare dietro e che questo ha un effetto stabilizzante.

L'effetto è tanto più stabilizzante se si aumenta il modulo del rapporto volumetrico di coda  $\sigma (\bar{E}_{AC}^T - \bar{E}_q)$

Si deve quindi portare la coda più indietro possibile e aumentare la superficie t

Si potrebbe pensare di avere un at macchiore, questo aumenterebbe la stabilizzazione ma si raggiungerebbe lo stallo prima

$$\begin{aligned} \text{con } a &= C_{L\alpha} \\ M &= \frac{q^T}{q} \quad \text{con } q = q^W \\ \sigma &= \frac{s^T}{s} \quad \text{con } s = s^W \end{aligned}$$

# STABILITÀ

Un velivolo in configurazione tradizionale (coda dietro l'ala) pesa 5180 kgf. In VORU genera una portanza di 4960 kgf. Indicare se stabile o meno.

Il velivolo in configurazione tradizionale presenta alle davanti il baricentro e coda dietro

Sfruttando la soluzione del triun per cui  $\begin{cases} L^A = (1+\varepsilon)W \\ L^C = -\varepsilon W \end{cases}$  con  $\varepsilon = \frac{e}{d} = \frac{x_g - x_{neut}}{x_{neut} - x_{cont}}$  (parametro di stabilità di Borr)

e risulta essere  $\varepsilon < 0$  pertanto

essendo  $x_N > x_C$ , cioè  $d > 0 \Rightarrow \varepsilon < 0$  x forza. allora la configurazione del velivolo è instabile



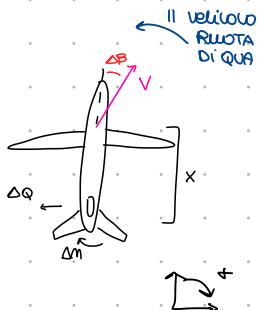
ENUNCIARE IL CRITERIO DI STABILITÀ DIREZIONALE, chiarendo il significato dei termini coinvolti e spiegando quale sia il comportamento atteso di un velivolo stabile direzionalmente

Un velivolo stabile direzionalmente è un velivolo che ad una perturbazione direzionale  $\Delta\beta > 0$  risponde con un momento di rimbardata tale per cui la perturbazione viene annullata, permettendo al velivolo di tornare nella configurazione di partenza.

Analiticamente: a  $\Delta\beta < 0$  corrisponde  $\Delta M < 0$

a  $\Delta\beta > 0$  corrisponde  $\Delta M > 0$  (se la deriva è a poppa)

$\Rightarrow \Delta M_B > 0$  cioè ad una perturbazione direzionale corrisponde un momento convettivo di rimbardata di segno opposto



Dove  $\Delta M$  è il momento generato dalla forza applicata sulla deriva, quindi callo portanza sul Piano Verticale

1) Di un velivolo sono noti le posizioni adimensionali di punto neutro  $\xi_N$ , punto di controllo  $\xi_C$  e baricentro  $\xi_G$  e il peso  $W$ . Si riporti la procedura per il calcolo della portanza di incidenza e controllo e si mostri quando sia soddisfatta la condizione di stabilità statica.

E' necessario definire  $e = \frac{x_g - x_N}{c} = \xi_g - \xi_N$   $d = \frac{x_N - x_C}{c} = \xi_N - \xi_C$  e  $\varepsilon = \frac{e}{d}$ ;

Valendo  $\begin{cases} L^A = (1+\varepsilon)W \\ L^C = -\varepsilon W \end{cases}$  per calcolare  $L^A, L^C$  è necessario calcolare  $\varepsilon$  da definizione ed inserirlo nel sistema

Si ha stabilità statica longitudinale quando  $C_m g/\alpha < 0$  (cioè ad una perturbazione dell'angolo di incidenza, il velivolo risponde con un momento di beccheggio rispetto  $g$  di segno opposto) cioè quando  $e = \xi_g - \xi_N > 0$ .

Sapendo che  $\begin{cases} L = L/\alpha(\alpha - \alpha_0) + L/\delta(\delta - \delta_0) = W \\ M_g = M_g/\alpha(\alpha - \alpha_0) + M_g/\delta(\delta - \delta_0) = 0 \end{cases}$  IN VORU

posso riscrivere  $M_g/\alpha$  secondo la definizione di PUNTO NEUTRO  $M_{N/\alpha} = 0$

$$\Rightarrow M_N = M_g - L(x_N - x_g) \xrightarrow{\partial/\partial\alpha} M_{N/\alpha} = M_{g/\alpha} - L/\alpha(x_N - x_g) = 0 \Rightarrow M_{g/\alpha} = L/\alpha(x_N - x_g)$$

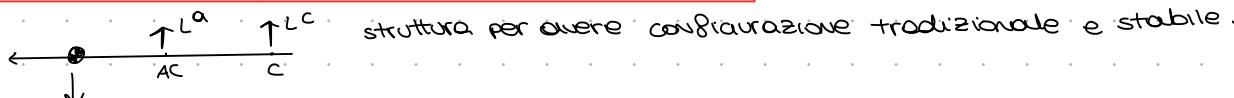
$$\Rightarrow M_g = L/\alpha(x_N - x_g)(\alpha - \alpha_0) + M_{g/\delta} \underbrace{(\delta - \delta_0)}_{L/\delta(x_c - x_g)(\delta - \delta_0)}$$

Adimensionalizzando  $M_{g/\alpha} = L/\alpha(x_N - x_g)$  si ha:  $C_m g/\alpha = C_{l/\alpha}(E_N - E_g)$

Supponendo  $C_{l/\alpha} > 0$  è evidente che si ha stabilità per  $C_m g/\alpha < 0$  cioè  $\xi_g - \xi_N > 0$

baricentro davanti punto neutro / AC

8) Due velivoli da trasporto merci Alenia C27J Spartan (con configurazione tradizionale e stabile), con medesimo peso, sono caratterizzati da una curva di portanza troncata con pendenza  $C_{L/\alpha}^* = 4.51$  per il primo e 4.37 per il secondo. Si indichi quale dei due velivoli ha un baricentro più avanzato, motivando la risposta.



Dalle formule di Borr si può sapere che  $L = L^A + L^C = L/\alpha \left( \frac{1}{1+\varepsilon} \right) (\alpha - \alpha_0)$  adimensionalizzando si ha  $C_L = C_{l/\alpha} \left( \frac{1}{1+\varepsilon} \right) (\alpha - \alpha_0)$  [formula analitica della portanza troncata]

essendo  $\varepsilon = \frac{x_g - x_N}{x_N - x_C} = \frac{e}{d}$  si osserva che il baricentro è più avanzato quando  $e$  è più elevato.

Allora  $C_{l/\alpha}^*$  deve essere il più piccolo.

2) Mostrare come ottenere l'espressione della pendenza della curva di portanza troncata a partire dalle equazioni di equilibrio in VORU, facendo uso della formulazione di Borri. Disegnare l'andamento qualitativo delle curve di portanza troncate per posizioni di baricentro sempre più avanzate.

RICERCA  
 $\delta - \delta_0$

La formulazione di Borri definisce  $L^B = L_{1/\alpha}(\alpha - \alpha_0)$  e  $L^C = L_{1/\beta}(\delta - \delta_0)$ .

Partendo dalle eq. di equilibrio in VORU si ha:  $\begin{cases} L = L^B + L^C = L_{1/\alpha}(\alpha - \alpha_0) + L_{1/\beta}(\delta - \delta_0) = w \\ M_G = M_{G1/\alpha}(\alpha - \alpha_0) + M_{G1/\beta}(\delta - \delta_0) = 0 \end{cases}$

posso riscrivere  $M_{G1/\alpha}$  secondo la definizione di punto neutro  $M_{N1/\alpha} = 0$

$$\Rightarrow M_N = M_G - L(X_N - X_G) \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial \alpha}} M_{N1/\alpha} = M_{G1/\alpha} - L_{1/\alpha}(X_N - X_G) = 0 \Rightarrow M_{G1/\alpha} = L_{1/\alpha}(X_N - X_G)$$

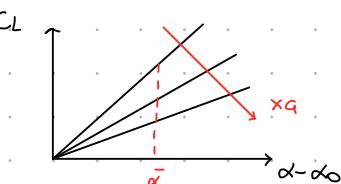
$$\Rightarrow M_G = L_{1/\alpha}(X_N - X_G)(\alpha - \alpha_0) + L_{1/\beta}(X_C - X_N)(\delta - \delta_0) = 0$$

Ricordando che  $X_G - X_N = e$   $X_N - X_C = d$  si puo' riscrivere la portanza come  $L = \frac{1}{1+\epsilon} L_{1/\alpha}(\alpha - \alpha_0)$

Essendo  $\epsilon = \frac{X_G - X_N}{X_N - X_C} = \frac{e}{d}$  si osserva che il baricentro e' piu' avanzato quando e' piu' elevato.

Allora  $C_{1/\alpha}$  deve essere il piu' piccolo.

Graficamente si ha:



all'avanzare di  $X_G$  aumenta l'angolo di incidenza con i relativi problemi di stall e la portanza diminuisce

Di un velivolo sono noti  $E_N$ ,  $E_C$ ,  $E_G$ ,  $w$ ,  $C_{1/\beta}$ . Considerando condizione in VORU con VEPS. Riportare procedura x calcolare  $(\delta - \delta_0)$  (deflessione equilibratore)

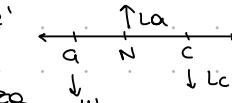
Definisco  $\epsilon = \frac{X_G - X_N}{X_N - X_C}$  parametro di stabilita' alla Borri

$$\text{Definisco } L^C = -\epsilon w = L_{1/\beta}(\delta - \delta_0) \Rightarrow \delta - \delta_0 = -\frac{\epsilon w}{L_{1/\beta}} = -\frac{E_G - E_N w}{E_N - E_C L_{1/\beta}}$$

$$\text{con } L_{1/\beta} = \frac{1}{2} \rho_0 V^2 S C_{1/\beta}$$

**Curva di portanza troncata e' piu' pendente della curva di portanza. Margine di stabilita'**

La curva di portanza troncata ha espressione  $L = L_{1/\alpha} \left( \frac{1}{1+\epsilon} \right) (\alpha - \alpha_0)$  dove  $L_{1/\alpha}^* = L_{1/\alpha} \left( \frac{1}{1+\epsilon} \right)$  e' la pendenza della curva con  $\epsilon = \frac{X_G - X_N}{X_N - X_C} > 0$  poiche'



Se la curva e' piu' pendente della curva di portanza non troncata  $L = L_{1/\alpha}(\alpha - \alpha_0) + L_{1/\beta}(\delta - \delta_0)$  significa che  $\epsilon < 0 \Rightarrow$  il velivolo non e' stabile staticamente

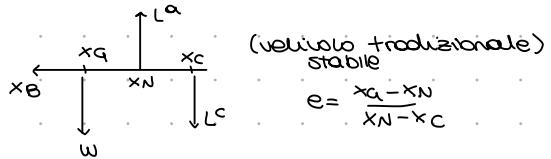
Di un velivolo sono noti  $E_C$ ,  $E_G$ ,  $w$ ,  $L^C$ . Si calcoli  $E_N$  ed il margine di stabilita' e Essendo nota la portanza di controllo  $L^C = L_{1/\beta}(\delta - \delta_0)$ , e' possibile sfruttare la relazione  $L^C = -\epsilon w$  con  $\epsilon$  = parametro di stabilita' di Borri per trovare cio' che cerca.

$$\text{In particolare } \epsilon = \frac{E_G - E_N}{E_N - E_C} \Rightarrow L_C = -\frac{E_G - E_N w}{E_N - E_C} \text{ Ricavo } E_N = \frac{E_C L_C - E_G w}{L_C - w}$$

Ricavato  $E_N$  definisco il margine di stabilita' e come:  $e = \frac{X_G - X_N}{C} = \frac{E_G - E_N}{C}$

Per avere stabilita' statica longitudinale e deve essere  $> 0$ , infatti  $C m g_{1/\alpha} = C_{1/\alpha} (E_N - E_G) < 0$

scrivere le eq. di equilibrio in vari con la formulazione di barri e relativi parametri



Spuntato def. punto neutro e di controllo  $M_{N1\alpha} = 0$   $M_{C1\delta} = 0$   $M_{N1\alpha} = M_{1\alpha}(\alpha - \alpha_0)$   
 $M_{C1\delta} = M_{1\delta}(\delta - \delta_0)$

$$\Rightarrow M_{1\alpha} = L_{1\alpha}(x_N - x_a)$$

$$M_{1\delta} = L_{1\delta}(x_c - x_a)$$

$$M_g = M_{1\alpha}(\alpha - \alpha_0) + M_{1\delta}(\delta - \delta_0) = \frac{L_{1\alpha}(x_N - x_a)(\alpha - \alpha_0)}{L^a} + \frac{L_{1\delta}(x_c - x_a)(\delta - \delta_0)}{L^c} = L^a(x_N - x_a) + L^c(x_c - x_a) = 0$$

$$L^a(x_N - x_a) + L^c(x_c - x_a) = L^a(-e \cdot c) + L^c(-(e+d)) = 0$$

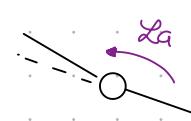
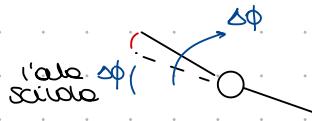
$$\begin{cases} L^a = \omega - L^c \\ (\omega - L^c)(-ec) + L^c(-(e+d)) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} L^a = (1+\epsilon)\omega \\ L^c = -\epsilon\omega \end{cases}$$

Enunciare e dimostrare il criterio di stabilità statica laterale e mostrare se un angolo diedro positivo sia stabilizzante o meno

Il criterio di stabilità laterale afferma che in seguito ad una perturbazione che causa una variazione dell'angolo di rollio  $\phi$  ( $\Delta\phi > 0$ ), viene a crearsi un momento di rollio,  $L_a < 0$ , che annulla tale perturbazione.

Ipotizziamo che il velivolo subisce una perturbazione verso DX; la portanza si inclina a destra e la componente verticale non è più in grado di sostenere il peso del velivolo  $\Rightarrow$  esso derapata a DX di un angolo  $\beta$  ( $\Delta\beta > 0$ )

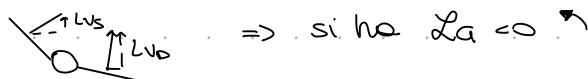
Si ha uno scivolamento dell'ala



Quando la derapata positiva induce un momento di rollio verso SX ( $L_a < 0$ )  $\Rightarrow$  il velivolo è stabile lateralmente se invece induce un momento verso DX ( $L_a > 0$ )  $\Rightarrow$  instabile.

Il momento generato è dato dalle differenze di portanza tra ala DX e SX

Ala DX ha  $L_{vert} > L_{vert}$  delle SX



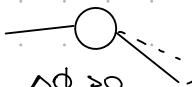
Analiticamente, per evidenziare le dipendenze da  $\beta$  e il fatto che  $B, L$  abbiano segno opposto vale,  $L_{1B} < 0$  STABILE

Il maggior contributo di rollio è dato dall'angolo diedro (che l'ala forma con l'orizzontale) positivo.

Se esso fosse negativo



una situazione del tipo



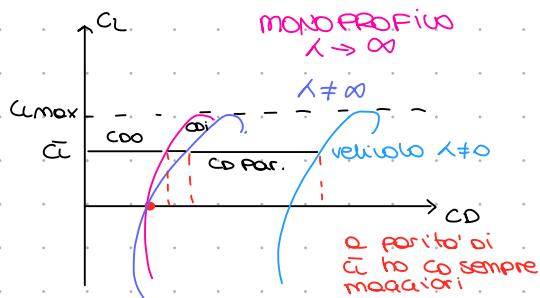
si avrebbe  $\Delta\phi > 0$

una perturbazione che rolla il velivolo verso DX genera e l'ala SX contribuirebbe maggiormente in termini di portanza se  $\Delta\beta > 0$  e  $L_{1\beta} > 0 \Rightarrow L_{1B} > 0 \rightarrow$  si avrebbe instabilità

Un ala alta ha un effetto positivo sulla stabilità del velivolo in quanto la posizione più bassa consente di riportare più facilmente l'aereo in posizione di equilibrio contribuendo al momento stabilizzante

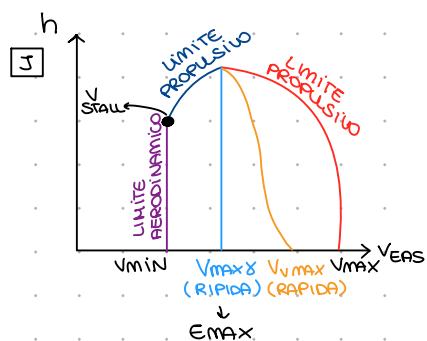
# GRAFICI

Mostrare graficamente l'andamento delle polari per: ali monoprofilo infinita, allungamento finito e velivolo con ali finite.



Nel caso di allungamento  $\infty$ , non si hanno effetti di bordo (vortici o 'estremità') e il  $CD$  è più basso ( $E$  maggiore). Con  $\lambda$  finito si ha una curva con pendenza inferiore e si raggiunge lo stall ad  $\alpha$  più alti; in questo caso si ha un contributo di resistenza inerzia  $CD$  che peggiora l'efficienza. Per un velivolo la  $E$  peggiora ulteriormente a causa delle superfici che non generano  $L$  ma solo  $D$ . Resta uguale il  $CL_{max}$  e l'andamento qualitativo (forma) ma la curva trasla.

Disegnare il diagramma di inviluppo di volo in quota e velocità EAS per un velivolo a getto semplificato, evidenziando le condizioni corrispondenti alla salita ripida, rapida e relativi assetti.



L'assetto di salita RIPIDA, per un Turbogetto semplice, si ottiene a  $E_{max}$ . Infatti dalle eq. di bilancio in salita stazionaria si ha:  $\sin\alpha = \frac{T - D}{W}$ ; a  $T$  fissato si nota che  $\alpha_{max}$  si ha a  $D_{min}$  (cioè  $E_{max}$ ). Necessario per un getto

Per quanto riguarda la salita RAPIDA dobbiamo fare riferimento all'equazione  $V_u = \frac{P_a - P_r}{W}$ . Per massimizzare la velocità di salita rapida si deve massimizzare  $(P_a - P_r)$  cioè:

$$\frac{\partial P_a}{\partial V} = \frac{\partial P_r}{\partial V}$$

Nel grafico di Penman bisogna trovare  $V$  tale per cui  $P_a, P_r$  hanno la stessa inclinazione.

Analiticamente, supponendo  $CD = C_0 + kCL^2$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_0 + kCL^2) = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_0 + k \left( \frac{W}{\frac{1}{2} \rho S V^2} \right)) \Rightarrow D = aV^2 + \frac{b}{V^2}$$

$$P_r = DV = aV^3 + \frac{b}{V} \quad \frac{\partial P_r}{\partial V} = 3aV^2 - \frac{b}{V^2}$$

$$\text{Se } P_a = TV \quad \frac{\partial P_a}{\partial V} = T$$

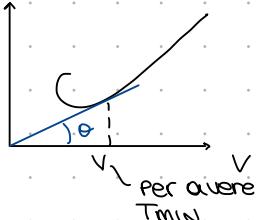
$$\text{Equazione: } 3aV^2 - \frac{b}{V^2} = T \quad \text{Risolvendo e trovo } V \text{ per cui si ha } V_{max}$$

$$\hookrightarrow \frac{3}{4} \rho^2 S^2 C_0 V^4 - \frac{1}{2} P_a S T V^2 - k W = 0 \quad \text{biquadratica}$$

mostrare su Penman  $P_r - V$  come ottenere graficamente la velocità di  $T_{min}$  necessario spiegare il ragionamento teorico di base. Individuare a quale assetto di  $T_{min}$  si posiziona.

Nell'HP di Varu si ha  $\begin{cases} L = W \\ T = D \end{cases}$ ; per avere spinta minima si deve minimizzare la droga

$P_r$

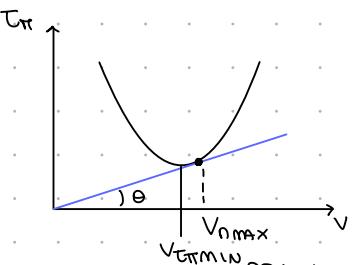


moltiplico e diviso per  $V$  si ha:  $D = \frac{DV}{V} = \frac{P_r}{V} = \tan\theta \approx \theta$

per minimizzare  $D$  devo minimizzare  $\theta$  che nel grafico corrisponde all'angolo  $\times$  cui la secante uscente dall'origine è  $\tan$  alle curve.

Questo è anche il punto  $\times$  cui si ha massima efficienza  $E = \frac{W}{D}$

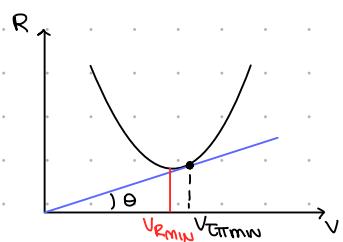
mostrare come ottenere graficamente la condizione di  $n_{max}$  (Fattore Di Corso) sue diagonale Teleoppi di virata - velocità. Inoltre mostrare motivo teorico



$TIR$  è definito come  $TIR = \frac{V}{R}$   
Questo significa che  $\tan \theta = \frac{V}{R}$   
Dato che  $\begin{cases} L \cos \phi = W \\ L \sin \phi = \frac{m v^2}{R} \end{cases}$  IN virata corretta è  $n = \frac{1}{\cos \phi}$   
e' immediato vedere che  $\tan \theta \sim \frac{1}{n}$

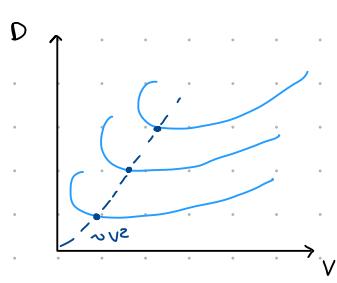
Pertanto al coefficiente minimo corrisponde  $\phi$  massimo e quindi  $n = \frac{1}{\cos \phi}$  max

mostrare come ottenere graficamente la condizione di minimo Teleoppi di virata sue diagonale raccio di virata - velocità. Inoltre mostrare motivo teorico



si osserva che per minimizzare  $TIR$  bisogna tracciare la tangente al grafico e minimizzare il coefficiente angolare della semiretta uscente dall'origine.  
Questo perché  $TIR = \frac{TIR}{V}$  e  $\tan \theta = \frac{R}{V} \Rightarrow TIR = \frac{1}{\tan \theta}$

mostrare analiticamente l'effetto del peso sul diagramma di spinta necessaria evidenziando su quali curve si posizionino sue diagonale di penuria punti di lavoro caratterizzati da medesimo assetto e medesima quota



Sapendo che  $E = \frac{L}{D} = \frac{W}{D}$  Nell'ipotesi di voro

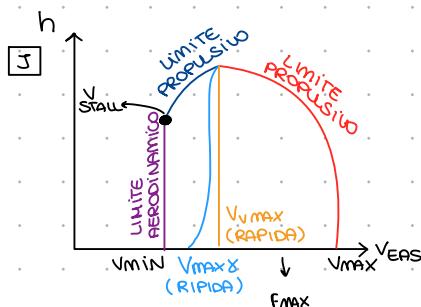
scriviamo il rapporto tra drag per pesi differenti  $D_1 = \frac{W_1}{E} \quad D_2 = \frac{W_2}{E}$   
 $\Rightarrow \frac{D_1}{D_2} = \frac{W_1}{W_2}$

valutiamo ora la coordinate  $V$  al variare del peso

$$V_1 = \sqrt{\frac{W_1}{\frac{1}{2} \rho S C_L}} \quad V_2 = \sqrt{\frac{W_2}{\frac{1}{2} \rho S C_L}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{W_1}{W_2}} \quad \text{pertanto} \quad \frac{D_1}{D_2} = \frac{V_1^2}{V_2^2} \quad \text{i punti allo stesso assetto si muovono su parabole al variare del peso}$$

Disegnare il diagramma di inviluppo di volo in quota e velocità EAS per un velivolo a elica semplificato, evidenziando le condizioni corrispondenti alla salita rapida, rapida e relativi assetti

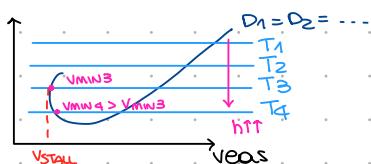


In un motore ad elica semplificato, poiché vale  $F = \text{cost}$ , se si massimizza  $V_EAS = \frac{P_f}{W}$  si avrà  $\frac{\partial F}{\partial V} = 0$ ; avendo  $V_{max}$  corrisponde all'assetto di min  $P_f(V)$  che a sua volta viene ottenuto a  $\max(F)$  infatti:

$$P_f = DV = \frac{W}{E} \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2} \rho S C_L}} = \frac{W}{F} \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2} \rho S C_L}}$$

Esprimendo il grafico in  $V_{EAS}$  il limite aerodinamico resta costante poiché il diagramma di Penrudd  $D(V_{EAS})$  mostra  $D$  costante con la quota; analogamente avendo  $F$  costante anche  $V_{max}$  rimane tale (linea verticale)

Il limite propulsivo subentra quando la spinta  $T$ , che nel Penrudd si abbassa all'aumentare di  $h$ , inizia ad intersecare  $D$



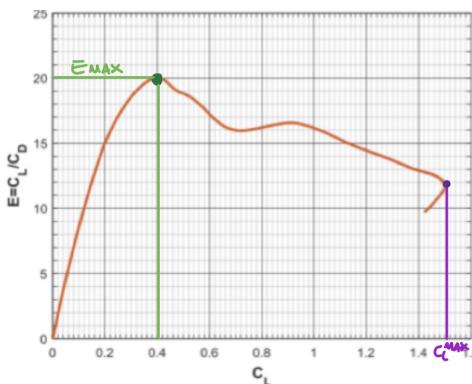
# ESERCIZIETTI

- 6) Si consideri un velivolo la cui efficienza in funzione del coefficiente di portanza appare nel grafico seguente.

i. Si calcoli il rapporto spinta-speso necessario a realizzare in condizioni stazionarie un angolo di rampa pari a 0.15 rad nella condizione di minima spinta necessaria.

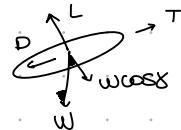
ii. Con quale carico alare si ottiene una velocità di stallo pari a 40 m/s con densità aria pari a 0.5 kg/m<sup>3</sup>?

- a) circa 80 N/m<sup>2</sup>   b) circa 160 N/m<sup>2</sup>   ~~c) 600 N/m<sup>2</sup>~~   d) 8000 N/m<sup>2</sup>   e) Nessuna risposta possibile



$$\delta = 0,15 \text{ rad}$$

siamo in salita



$$\text{minima spinta} = \text{max efficienza} \rightarrow E = 20 \text{ in corrispondenza di } C_L = 0,4$$

$$\text{salito. } \left\{ \begin{array}{l} L = w \cos \delta \\ T = D + w \sin \delta \end{array} \right. \quad E = \frac{C_L}{C_D} \Rightarrow C_D = 0,02 \quad D = \frac{1}{2} \rho S C_D V^2$$

$$w = \frac{L}{\cos \delta} \rightarrow \frac{T}{w} = \frac{D + w \sin \delta}{w} \cos \delta \quad \text{ma } \delta = 0,15 \text{ rad} \ll 1 \quad \frac{T}{w} = \frac{D + w \sin \delta}{w} = \frac{1}{E} + \sin \delta = \frac{1}{E} + \delta = 0,2$$

$$\frac{w}{L} = \frac{1}{\cos \delta} = \frac{1}{\delta} = 1$$

$$V_s = 40 \text{ m/s} \quad \rightarrow \alpha C_{L\max} = 1,5 \Rightarrow L = \frac{1}{2} \rho S C_{L\max} V_s^2 \quad L = w \cos \delta \approx w \Rightarrow \frac{w}{s} = \frac{1}{2} \rho C_{L\max} V_s^2 = 600 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

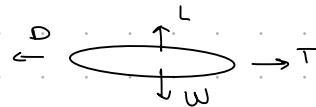
$$\Rightarrow \text{volo. } V_{\min} ? \quad \frac{w}{s} = 3200 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad C_{L\max} = 2 \quad \rho = 0,5 \text{ kg/m}^3$$

$$L = w = \frac{1}{2} \rho S C_{L\max} V_{\min}^2$$

$$V_{\min}^2 = \frac{2w}{\rho C_{L\max}} = \frac{1}{\rho C_{L\max}} \Rightarrow V_{\min} = 80 \text{ m/s}$$

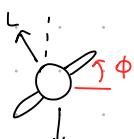
HP da  $V_{\min}$  equivale a quella di stallo

ma non avendo specificato alcun diagramma di penombra  
NON E' POSSIBILE RISONDARE



$$1) \text{ UN velivolo generico. virata corretta } n = 1,5 \quad E = \frac{C_L}{C_D} = 10 \quad T/w = ?$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L \cos \phi = w \\ L \sin \phi = m \frac{V^2}{R} \end{array} \right. \quad L = n w$$



$$L = \frac{1}{2} \rho S C_L V^2 = n w$$

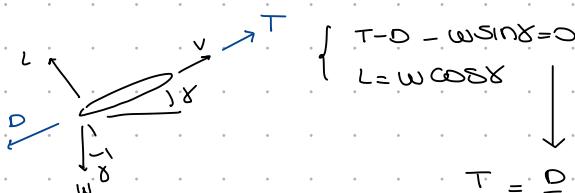
$$C_L = \frac{2n w}{\rho S V^2} = \frac{2w}{\rho S V^2 \cos \phi}$$

$$\Rightarrow C_D = \frac{2w}{E \rho S V^2 \cos \phi}$$

$$\text{HP. } T = D = \frac{1}{2} \rho S V^2 \left( \frac{2w}{E \rho S V^2 \cos \phi} \right)$$

$$\frac{T}{w} = \frac{D}{w} = \frac{1,5}{10} = 0,15$$

$$E_{\max} = 20 \quad F_{\max} = E \sqrt{C_L \max} = 12,5 \quad \max g = 33,3 \quad \frac{T}{w} = ? \text{ in salita con } \delta = 0,15 \text{ rad in condizione di spinta necessaria minima}$$



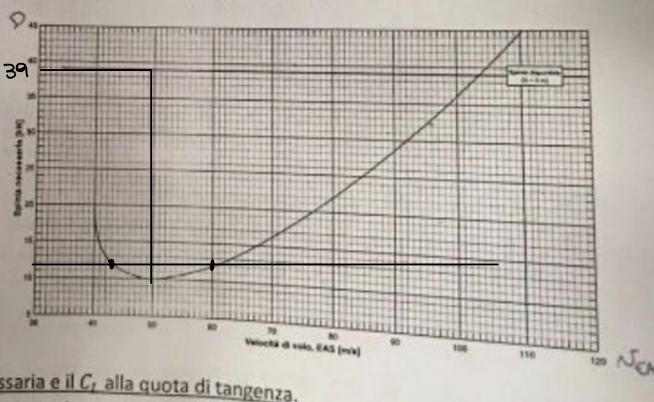
$$\left\{ \begin{array}{l} T - D - w \sin \delta = 0 \\ L = w \cos \delta \end{array} \right.$$

$$\frac{T}{w} = \frac{D}{w} + \gamma = \frac{1 + \delta}{E}$$

HP  $\gamma \ll L \approx w$

- 3) Si consideri un velivolo turbogetto ideale, con peso  $W = 145000 \text{ N}$ , carico alare  $\frac{W}{S} = 1225 \text{ N/m}^2$  e quota di tangenza  $h_{th} = 10700 \text{ m}$  (densità a tale quota,  $\rho_{10700} = \frac{25}{81} \rho_0$ ). Con riferimento al diagramma di Pénau in figura si calcoli (se possibile, e in caso contrario lo si indichi)

- L'efficienza massima del velivolo e il  $C_L$  corrispondente
- Il massimo angolo di rampa ottenibile a quota nulla in radianti.
- La velocità (TAS) di volo, la spinta necessaria e il  $C_L$  alla quota di tangenza.
- Le velocità minima e massima in volo orizzontale rettilineo uniforme alla quota  $h = 8483 \text{ m}$  (densità a tale quota,  $\rho_{8483} = \frac{49}{121} \rho_0$ ) con spinta pari a un terzo della spinta al livello del mare.



a)  $E_{max} \rightarrow D_{min}$

$$E_{max} = \frac{L}{D_{min}} = \frac{W}{D_{min}} = 14,5$$

$$C_D = \frac{D_{min}}{\frac{1}{2} \rho_0 S V_{EAS}^2} = 55,7 \times 10^{-3}$$

$$C_L = E \cdot C_D = 0,8$$

$$\rho_{min} = 10 \text{ kN}$$

$$S = \frac{145000}{1225} = 118,86 \text{ m}^2$$

b)  $\gamma_{max} = ?$  si ottiene massimizzando  $T - D$  cioè  $\frac{\partial T}{\partial \gamma} = \frac{\partial D}{\partial \gamma}$  che si traduce in  $D_{min}$

$$\begin{array}{l} \text{Diagramma: } \begin{array}{l} \uparrow L \\ \swarrow V \\ \downarrow \omega \end{array} \quad T - D - L \sin \gamma = 0 \\ L = W \quad \text{VORU} \quad \rightarrow T - D - W \sin \gamma = 0 \end{array}$$

$$\rightarrow \sin \gamma = \frac{T - D}{W} = \frac{39000 - 10000}{145000} \quad \gamma = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$$

c) TAS?  $T = ?$   $C_L$  a  $h_{th}$

qui viene raggiunta a  $E_{max}$  uso  $V_{EAS} = 50 \text{ m/s}$

$$V_{TAS} = V_{EAS} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = 90 \text{ m/s}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho \frac{T}{S} C_D V_{TAS}^2 = 99,98 \text{ N} \quad \text{corrisponde a } D_{min} \quad \Rightarrow C_L = 0,8 \text{ come prima} \\ \text{e } T = 39 \text{ kN}$$

d)  $V_{min}$  e  $V_{max}$  in volo a  $h = 8483 \text{ m}$  con  $\rho_h = \frac{49}{121} \rho_0$   $T = \frac{1}{3} T_0$

$$T = \frac{39}{3} = 13 \text{ kN}$$

Il grafico  $D(V_{EAS})$  riunisce lo stesso ma  $T$  si abbassa.

Guarda intersezioni:

$$V_{min} \neq V_{stall} \quad \text{e } V_{min} \approx 42 \text{ m/s} \quad V_{max} \approx 60 \text{ m/s}$$

$W = 2500 \text{ kgf}$ , VORU,  $L_a = 2430 \text{ kgf}$  STABILE? VELIVOL CANARD

$$\begin{array}{c} \uparrow L^c \\ \overbrace{E_C \quad E_g \quad E_N} \\ \downarrow W \end{array} \quad E = \frac{e}{d} \quad d = E_N - E_C < 0 \quad \text{velivolo canard}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_a = (1 + \varepsilon) W \\ L_c = -\varepsilon W \end{array} \right. \quad \left( \frac{L_a}{W} \right) - 1 = \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = -28,0 \times 10^{-3} < 0 \Rightarrow \text{STABILE}$$

$$\text{CONF. ATTERAGGIO} \quad V_{\text{AVVICINAMENTO}} = 125\% \cdot V_{\text{MIN}} \quad \bar{C}_L = 1,75 \% \quad C_L = \frac{7}{4} C_L \quad C_D = C_{D0} + k_1 C_L + k_2 C_L^2 \quad C_{\text{MAX NOTO}}$$

$$T = T_0 + \frac{1}{2} \rho V_{EAS}^2 \quad V_{\text{AVV}} = ?$$

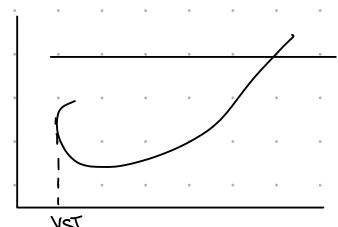
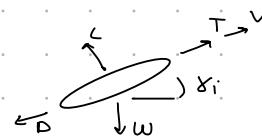
Velocità generico

$$\text{Parto dalle equazioni del moto} \quad \left\{ \begin{array}{l} T = D + \frac{1}{2} \rho V^2 S \\ L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \\ SEP = W = T V - D V \end{array} \right.$$

$$\text{IN discesa si ha } \gamma_d = -\gamma \quad V_d = -V \sin \gamma \quad \rightarrow \quad V_d = \frac{D V - T V}{W}$$

$$V_{\text{ST}} = \sqrt{\frac{W/S}{2 \cdot \rho C_{\text{MAX}}}}$$

$$\text{Se } T_{\text{STALLO}} > D_{\text{STALLO}} \Rightarrow V_{\text{MW}} = V_{\text{STALLO}}$$



$$D = \frac{1}{2} \rho S (C_{D0} + k_1 C_L + k_2 C_L^2)$$

Un deltaplano sperimentale è caratterizzato da corda media aerodinamica  $C_{MAC} = 2.0$  m e carico alare  $W/S = 2500 \text{ N/m}^2$ . L'asse longitudinale ha verso positivo in avanti e origine nel bordo d'attacco. Il verso positivo per i momenti in beccheggio è a cabrare. In questo sistema di riferimento il centro aerodinamico si trova al  $x_{AC} = -0.46$  m (pari al 23% della corda media aerodinamica) e il legame costitutivo aerodinamico del velivolo, rispetto all'angolo di incidenza geometrico  $\alpha$  e alla deflessione dell'equilibratore  $\delta_E$ , è il seguente:

$$\begin{cases} C_L = 5.10 \alpha + (2.0 - 0.05 X_7) \delta_E \\ C_{MAC} = -(0.50 + 0.02 X_7) \delta_E \end{cases}$$

dove  $C_{MAC}$  rappresenta il coefficiente di momento rispetto centro aerodinamico.

Si calcoli quanto segue.

- a) Il margine di stabilità per la posizione dimensionale del baricentro  $x_{CG} = -(0.16 + 0.02 X_8)$  m.

m. s. =	<b>15%</b>	[%MAC]
---------	------------	--------

- b) La posizione dimensionale del punto di controllo  $x_C$  e il valore del parametro di stabilità alla Borri  $\varepsilon$ , per la stessa posizione del baricentro del punto a).

$x_C =$	<b>-0.960</b> [m]	$\varepsilon =$	<b>0.600</b>
---------	-------------------	-----------------	--------------

- c) La pendenza della curva di portanza trimmata, per la stessa posizione del baricentro del punto a).

$C_{L\alpha}^* =$	<b>3.188</b> [1/rad]
-------------------	----------------------

- d) Motivando la risposta, indicare che tipo di profilo utilizzato (concavo, simmetrico, reflex, altro).

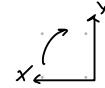
--	--	--	--

- e) Sempre per la stessa posizione del baricentro indicata al punto a), l'angolo di incidenza  $\bar{\alpha}$  e la deflessione dell'equilibratore  $\bar{\delta}_E$  per l'equilibrio a velocità equivalente  $V_{EAS} = (80 + 3 X_8)$  m/s.

$\bar{\alpha} =$	<b>11.46</b> [deg]	$\bar{\delta}_E =$	<b>-10.96</b> [deg]
------------------	--------------------	--------------------	---------------------

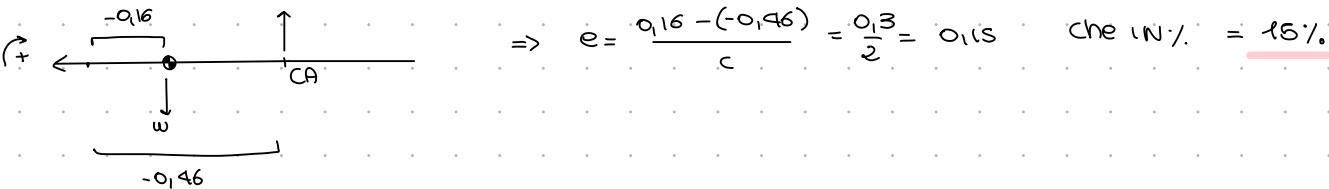
$$C_{MAC} = 2 \text{ m}$$

$$\frac{W}{S} = 2500 \text{ N/m}^2$$



$$x_{AC} = -0.46 \text{ m} \approx 23\% C_{MAC}$$

a) marciamo la stabilità:  $\varepsilon = E_a - E_N = \frac{x_A - x_N}{c}$  per  $x_A = -0.16 \text{ m}$



- b) POSIZIONE PUNTO DI CONTROLLO  $x_C$  e  $\varepsilon$

$$C_{MAC} = -0.5 \delta_E$$

$$\frac{C_{MAC}}{\delta_E} = E_C - E_{AC} = E_C - \frac{x_{AC}}{c} \Rightarrow E_C = \frac{C_{MAC}/\delta_E}{c} + \frac{x_{AC}}{c} = -\frac{0.50}{c} + \frac{(-0.46)}{c} = -0.480$$

$$\Rightarrow x_C = E_C \cdot C_{MAC} = -0.480 \cdot 2 = -0.960 \text{ m}$$

$$\text{ricavo } \varepsilon = \frac{x_A - x_N}{x_N - x_C} = 0.6$$

- c) PENDENZA DELLA PORTANZA TRIMMATA

$$C_{L\alpha}^* = C_L/\alpha \left( \frac{x_N - x_C}{x_A - x_C} \right) = 5.10 \left( \dots \right) = 3.188 \quad = \frac{C_L/\alpha}{1+\varepsilon}$$

è semplice valutare la tipologia di profilo osservando il suo comportamento ad  $\alpha=0$ . Nei casi in cui si guardi ad un solo  $\alpha$  diverso da zero, non c'è possibilità di intuire la tipologia di profilo. Qualora invece abbia a disposizione il legame costitutivo aerodinamico, potrebbe utilizzarne il fatto che il  $C_{mac}$  (coefficiente di momento espresso rispetto al centro aerodinamico del profilo) è uguale al  $C_{mz}$ .

- d) TIPO DI PROFILO

calcolare  $\alpha$ ,  $\delta_E$

$$C_{MAC} = -0.50 \delta_E$$

$$C_L = 5.10 \alpha + 2 \delta_E$$

$$\frac{C_{MAC}}{C_L} = E_a - E_{AC}$$

$$C_L = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho_0 S V_{EAS}^2} = 0,637$$

↓  
1,225

$$C_{MAC} = C_L (\xi_a - \xi_{AC}) = 0,637 \left( -\frac{0,16}{2} - \frac{0,46}{2} \right) = -0,50 \text{ de} \Rightarrow \xi_e = -0,191 \text{ rad} = -10,95 \text{ deg}$$

calcolo  $\alpha \rightarrow \alpha = C_L - 2\xi_e = \frac{-0,191}{5,10} = 11,45 \text{ degr}$

---

$$W = 450 \text{ kN}$$

$$S = 92 \text{ m}^2$$

$$C_D = 0,03 + 0,032 C_L^2$$

$$TSFC = CT = 0,8 \frac{\text{N}}{\text{N}_h} = \frac{0,8}{3600} \frac{\text{N}}{\text{N}_D}$$

$$\rho_N = 0,7 \text{ kg/m}^3$$

VELOCITÀ A GETTO

crociera a  $\alpha, v = \text{cost}$  in cond di max autonomia chilometrica  $\rightarrow$  max range  
consumo  $W_F = 8000 \text{ kg}$

a) ricavare  $Z = \frac{W_F}{W_1} = \frac{8000 \cdot 9,81 \text{ N}}{450000} = 0,1744$

b) Trovare  $C_{LW}$  e  $V_{IN}$

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v dt = \int_{w_1}^{w_2} \frac{v}{\dot{w}} dw = \int_{w_1}^{w_2} \frac{V}{CT} dw = \int_{w_1}^{w_2} \frac{VE}{GW} dw = \frac{E}{CT} \int_{w_1}^{w_2} \sqrt{\frac{w_1}{2} \rho S C_L} \frac{dw}{w} = \frac{G}{CT} \sqrt{\frac{w_1}{2} \rho S} \ln\left(\frac{w_1}{w_2}\right)$$

per massimizzare  $S$  devo massimizzare  $G = \frac{E}{\sqrt{G}} = \begin{cases} C_{LMAX} = \sqrt{\frac{C_D}{3}} = \sqrt{\frac{0,03}{3 \cdot 0,032}} = 0,559 \\ C_D MAX = \frac{4}{3} C_D = \frac{4}{3} \cdot 0,03 = 0,04 \end{cases}$

$$\Rightarrow V_{IN} = \sqrt{\frac{w_1}{2} \rho S C_{LMAX}} = 158,114 \text{ m/s}$$

c) Trovare  $C_{LFN}$ ,  $V_{FN}$ ,  $\rho_F$ .

$C_{LF} = C_L$  assetto → costanti da testo  
 $V_F = V_1$  velocità

$$\rho_F \neq \rho_N$$

$$V_F^2 = \frac{W_2}{\frac{1}{2} \rho_F S C_{LF}} \rightarrow \rho_F = \frac{W - W_F}{\frac{1}{2} S C_{LF} V^2} = 0,5779 \text{ kg/m}^3$$

d) Durata della crociera  $T$

$$CT = \frac{W_F}{T} \rightarrow W_F = CT T \quad \dot{w}_F = \frac{dw_F}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dw_F}{CT T}$$

$$T = \int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{w_2}^{w_1} \frac{1}{CT} \frac{dw}{w} = \int_{w_2}^{w_1} \frac{E}{CT} \frac{dw}{w} = \frac{E}{CT} \ln\left(\frac{w_1}{w_2}\right) = \frac{C_L}{C_D CT} \ln\left(\frac{w_1}{w_1 - W_F}\right)$$

$= 12052$

$$= 12000 + 52 \text{ secondi}$$

$\downarrow : 3600$   
3,34778 ore  $\xrightarrow{\text{funzione deg calcolatrice}}$  3 h 20 m 52 s

$$\frac{C_L}{C_D} = \frac{0,559}{0,03 + 0,032 \cdot 0,559^2} = 13,97$$

Un'ala volante monoprofilo è caratterizzata da corda media aerodinamica  $c_{MAC} = 2.5$  m e carico alare  $W/S = 2500 \text{ N/m}^2$ . L'asse longitudinale ha verso positivo in avanti e origine nel bordo d'attacco. Il verso positivo per i momenti in beccheggio è a cabrare. In questo sistema di riferimento il centro aerodinamico si trova al  $x_{AC} = -0.575$  m (pari al 23% della corda media aerodinamica) e il legame costitutivo aerodinamico del velivolo, rispetto all'angolo di incidenza geometrico  $\alpha$  e alla deflessione dell'equilibratore  $\delta_E$ , è il seguente:

$$\begin{cases} C_L = 4.70 \alpha + (2.1 - 0.05 X_7) \delta_E \\ C_{MAC} = -(0.35 + 0.02 X_7) \delta_E \end{cases}$$

dove  $C_{MAC}$  rappresenta il coefficiente di momento rispetto centro aerodinamico (non rispetto al baricentro).

$$C_{MAC} = 2,5 \text{ m}$$

$$W/S = 2500 \text{ N/m}^2$$



$$X_{AC} = -0,575 \text{ m}$$

$$X_g = -0,35 \text{ m}$$

a) margine di stabilità:

$$e = \frac{x_g - x_{AC}}{c} = 0,09 = 9\%$$

b)  $x_C = ? \quad E = ?$

$$\frac{C_{MAC}/se}{C_L/se} = \frac{E_C - E_{AC}}{E_L - E_{AC}} \Rightarrow E_C = \frac{-0,35}{2,1} + \frac{(-0,575)}{2,5} = -0,396 \Rightarrow x_C = \frac{E_C \cdot c_{MAC}}{c} = -0,992$$

$$E = \frac{x_g - x_{AC}}{x_{AC} - x_C} = 0,539$$

c) pendenza della curva di partenza triunfata

$$C_{L/\alpha}^* = C_{L/\alpha} \left( \frac{x_{AC} - x_C}{x_g - x_C} \right) = 3,052$$

$\downarrow$   
4,70

d) tipo di profilo

$$C_{LzL} = 2,1 > 0 \Rightarrow \text{CONCAVO}$$

e) calcolare  $\delta_e$ ,  $\alpha$  VIAS = 80 min

$$C_L = \frac{w}{\frac{1}{2} \rho S V^2} = 0,637$$

$$\frac{C_{MAC}}{C_L} = E_g - E_{AC}$$

$$C_{MAC} = C_L (E_g - E_{AC})$$

$$-0,35 \delta_e = 0,637 (x_g - x_{AC}) \Rightarrow \delta_e = -9,38 \text{ deg}$$

$-0,1637 \text{ rad}$

$$\text{ho trovato } \delta_e = 4,70 \alpha = C_L - 2,1 (-0,1637)$$

$$\alpha = \frac{C_L - 2,1 (-0,1637)}{4,70} = 0,2163 \text{ rad}$$

$= 11,96 \text{ deg}$

Velivolo a getto

$$W = 400 \text{ kN}$$

$$S = 95 \text{ m}^2$$

$$C_0 = 0,02 + 0,035 C_L^2$$

$$\text{TSFC} = C_T = 0,85 \frac{\text{N}}{\text{Nh}} = 0,2361 \cdot 10^{-3}$$

$$f_h = 0,75 \text{ kg/m}^3$$

$$C_T = \frac{W_F}{T}$$

$$\frac{dW}{dT} = -W_F = -T C_T$$

crociere

→ decelerate

$$R = 2000 \text{ km} = 2000000 \text{ m}$$

max. varianza chilometrica

$$R = \int_{t_1}^{t_2} \frac{V dt}{\frac{W}{C_T}} = \int_{w_2}^{w_1} \frac{V E}{C_T w} dw = \frac{E}{C_T} \sqrt{\frac{1}{2} \rho S c} \int_{w_2}^{w_1} \frac{\sqrt{w}}{w} dw = \frac{E}{C_T} \sqrt{\frac{1}{2} \rho S c} \cdot 2\sqrt{w} \Big|_{w_2}^{w_1} = 2c \left( \sqrt{w_1} - \sqrt{w_2} \right)$$

$$\sqrt{w_2} = -\frac{R}{T} + \sqrt{w_1} \Rightarrow W_F = w_1 - w_2 = 68792,14 \text{ N}$$

b)  $C_{L1}, V_{IN}$

per massimizzare  $S$  devo massimizzare  $G = \frac{E}{\sqrt{A}} = \begin{cases} C_{L1\max} = \sqrt{\frac{C_0}{3k}} = \sqrt{\frac{0,02}{3 \cdot 0,035}} = 0,4364 \\ C_{Dq\max} = \frac{4}{3} C_0 = \frac{4}{3} \cdot \frac{0,02}{0,035} = 0,026 \end{cases}$

$$\Rightarrow V_{IN} = \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2} \rho S c_{\max}}} = 160,40 \text{ m/s}$$

$$\downarrow \\ CD = 0,02666$$

$$\Rightarrow E = 16,36$$

c)  $C_{LF}, V_{FN}$

$$C_{LF} = C_{L1} = 0,4364$$

$$V_F \rightarrow \text{mi serve il peso finale} \rightarrow \sqrt{\frac{W - W_F}{\frac{1}{2} \rho S c_{\max}}} = 145,97 \text{ m/s}$$

Per un C-141 Starlifter, velivolo quadrimotore a getto, riportare la procedura analitica per calcolare la sua efficienza massima  $E_{MAX}$  a partire dai dati relativi ad una crociera in salita, fatta in condizioni di massima autonomia oraria. Si assumano quindi noti il peso di inizio crociera  $W_1$ , il peso di combustibile consumato  $W_{FUEL}$ , il tempo speso in volo  $T$ , la densità dell'aria alla quota di inizio crociera  $\rho_1$ , il consumo specifico di combustibile  $C_T$  e la superficie alare  $S$ . Inoltre, qualora i dati a disposizione lo permettano (in caso contrario lo si indichi), si calcoli la densità dell'aria  $\rho_2$  alla quota di fine crociera.

$$T_{max} \rightarrow E_{max}$$

$$W_1, W_F, T, \rho_1, C_T, S, \rho_2$$

crociera salita

$$T = \int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{dw}{\dot{\omega}} = \int \frac{dw}{C_T T} = \frac{E}{C_T} \int \frac{1}{\dot{\omega}} dw = \frac{E}{C_T} \ln\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)$$

$$\omega_2 = \omega_1 - w_F$$

Inverto e trovo  $E_{max}$

IN C-S mantengo costante  $V$  e assetto

$$V = \sqrt{\frac{W_1}{\frac{1}{2} \rho_1 S C_L}} \rightarrow C_L = \frac{W_1}{\frac{1}{2} \rho_1 S V^2} = \frac{W_2}{\frac{1}{2} \rho_2 S V^2} \Rightarrow \text{Ricavo } \rho_2 \rightarrow \text{ma NON ho la velocità!}$$

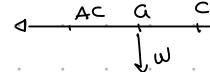
$\downarrow$   
cost

$$\frac{W_1}{\rho_1} = \frac{W_2}{\rho_2} \Rightarrow \rho_2 = \frac{W_2}{W_1} \rho_1$$

Velivolo tradizionale (ala + coda)

$$W/S = 750 \text{ N/m}^2$$

equilibrio in volo



a) Nota  $C_L/\alpha = 3,78$

$$C_{L/\alpha}^* = 4,00$$

$$\epsilon = ?$$

$$C_{L/\alpha}^* = C_{L/\alpha} \left( \frac{x_{AC} - x_C}{x_A - x_C} \right) = \frac{C_{L/\alpha}}{1 + \epsilon} \Rightarrow C_{L/\alpha}^* + C_{L/\alpha}^* \epsilon = C_{L/\alpha} \Rightarrow \epsilon = \frac{C_{L/\alpha} - C_{L/\alpha}^*}{C_{L/\alpha}^*}$$

$$\epsilon = -0,055$$

b) Nota  $\alpha - \alpha_0 = 0,15$

$$\delta_E - \delta_{E0} = 0,3$$

calcolare  $C_L$ ,  $V_{EAS}$ ,  $C_{L/\alpha}$

$$L = L/\alpha (\alpha - \alpha_0) = \frac{C_{L/\alpha}}{1 + \epsilon} (\alpha - \alpha_0)$$

$$\Rightarrow C_L = \frac{C_{L/\alpha}}{1 + \epsilon} (\alpha - \alpha_0) = 0,6$$

$$V_{EAS} = \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2} \rho_0 S C_L}} = 45 \text{ m/s}$$

$$\text{so che } L^a = (1+\epsilon)w \rightarrow w = \frac{L^a}{(1+\epsilon)}$$

$$L^c = -\epsilon w = -\frac{\epsilon}{1+\epsilon} L^a$$

$$L_{1/8}(\delta-\delta_0) = \frac{-\epsilon}{1+\epsilon} L_{1/8}(d-d_0)$$

$$\Rightarrow C_{1/8} = \frac{-\epsilon}{1+\epsilon} \frac{C_{1/8}(d-d_0)}{(\delta-\delta_0)} = 0,110$$

c) staticamente stabile, instabile, neutro?

$$\epsilon < 0$$

$$\epsilon = \frac{e}{d} \text{ ma } d > 0 \text{ poiché velivolo tradizionale} \Rightarrow \epsilon < 0 \Rightarrow \text{instabile}$$

MOTORELICO

$$V = 78 \text{ m/s}$$

$$\mathcal{L} = \frac{V}{R} = 0,145$$

$$\rho = 99 \text{ kg/m}^3$$

$$W = 6000 \text{ N}$$

$$S = 12 \text{ m}^2$$

$$C_D = 0,05 + 0,065 C_L^2$$

$$C_{STAB} = -1,7$$

$$n_{MAX} = 6$$

$$P_a = 150 \text{ kW}$$

$$a) R = \frac{V}{\mathcal{L}} = 173,33 \text{ m}$$

$$b) n_{TURN} = ? \quad \phi_{TURN} = ? \quad C_{TURN} = ?$$

$$R = \frac{V^2}{g\sqrt{n^2-1}} \Rightarrow \sqrt{n^2-1} = \frac{V^2}{gR} \Rightarrow n^2 = \frac{V^4}{(gR)^2} + 1 = 13,802 \quad n = 3,71$$

$$n = \frac{1}{\cos\phi} \Rightarrow \phi = \arccos \frac{1}{n} = 74,36 \text{ deg}$$

$$C_{TURN} = \frac{nW}{\frac{1}{2} \rho S V^2} = 0,6775$$

c) Dimostrare e commentare se la manovra e' realizzabile o meno

$$- n_{TURN} < n_{MAX} \text{ ok}$$

$$- C_{TURN} < C_{STAB} \Rightarrow \text{ok}$$

$$- Da polare ricavo CD = 0,05 + 0,065 C_L^2 = 0,0798$$

$$\Rightarrow D = \frac{1}{2} \rho S C_D V^2 = 2,621 \text{ kN}$$

$$P_f = DV = 204,49 \text{ kW} > P_a \Rightarrow \text{NON E' REALIZZABILE}$$

Un velivolo generico è caratterizzato da corda media aerodinamica  $c_{MAC} = 3.0$  m. L'asse longitudinale ha verso positivo verso la prua e origine nel bordo d'attacco. Il verso positivo per i momenti in beccheggio è a cabrare. Il centro aerodinamico del gruppo ala-fusoliera si trova al  $x_{ACwb} = -0.69$  m e il legame costitutivo aerodinamico del velivolo, rispetto all'angolo di incidenza geometrico  $\alpha$  e alla deflessione dell'equilibratore  $\delta_E$ , è il seguente:

$$\begin{cases} C_L = (4.5 + 0.1 X_7) \alpha + (0.2 + 0.05 X_8) \delta_E + 0.1 \\ C_{M_{ACwb}} = 0.50 \alpha + 1.4 \delta_E - 0.03 \end{cases}$$

dove  $C_{M_{ACwb}}$  rappresenta il coefficiente di momento rispetto al centro aerodinamico del gruppo ala-fusoliera. Si calcoli quanto segue.

$$\begin{cases} C_L = 4.6 \alpha + 0.2 \delta_E + 0.1 \\ C_{M_{AC}} = 0.5 \alpha + 1.4 \delta_E - 0.3 \end{cases}$$

a)  $X_N$ ,  $X_C$

$$\frac{C_{M_{AC}}/\delta_E}{C_L/\delta_E} = \frac{\delta_E}{\delta_E} - \frac{X_C - X_{AC}^{wb}}{C} \rightarrow \frac{1.4}{0.2} = \frac{X_C - X_{AC}^{wb}}{C} \quad X_C = 7 \cdot C + X_{AC} = 13.34 \text{ m}$$

Posso già intuire  
configurazione  
canard

$$\frac{C_{M_P}/\alpha}{C_L/\alpha} = \frac{\delta_N - \delta_P}{\alpha} \rightarrow \frac{C_{M_{AC}}/\alpha}{C_L/\alpha} = \frac{\delta_N - \delta_{AC}^{wb}}{\alpha} = \frac{X_N - X_{AC}^{wb}}{C} \Rightarrow X_N = -0.356$$

$e^+$  + ouanti  
di AC  
 $\Rightarrow$  configurazione  
canard

b) Dato  $X_G = -0.1$ ,  $e = ?$ ,  $C_{L/\alpha} = ?$

$$e = \frac{X_G - X_N}{X_N - X_C} = -0.0187$$

$$e = \frac{e}{d} < 0 \quad \text{ma } d < 0 \Rightarrow e > 0 \text{ stabile}$$

$$C_{L/\alpha} = \frac{C_{L/\alpha}}{1+e} = 4.585$$

$w, s, g$

$$T = T_0 + T_2 v^2 \quad T_2 < 0$$

$$C_{00}, k_1, k_2 \quad k_1 < 0 \quad \text{NOTI}$$

$$C_0 = C_{00} + k_1 C_L + k_2 C_L^2$$

v. salita rapida

$V_r \rightarrow \max$

$$V_r = \left( \frac{P_a - P_r}{w} \right)_{\max} \rightarrow \frac{\partial P_a}{\partial V} = \frac{\partial P_r}{\partial V}$$

$$P_a = TV = T_0 V + T_2 V^3$$

$$\frac{\partial P_a}{\partial V} = T_0 + 3T_2 V^2$$

$$D = \frac{1}{2} \rho S V^2 \left( C_{00} + k_1 \left( \frac{w}{\frac{1}{2} \rho S V^2} \right) + k_2 \left( \frac{w}{\frac{1}{2} \rho S V^2} \right)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \rho S C_{00} V^2 + k_1 w + \frac{k_2 w^2}{\frac{1}{2} \rho S V^2}$$

$$P_r = \frac{1}{2} \rho S C_{00} V^3 + k_1 w V + \frac{k_2 w^2}{\frac{1}{2} \rho S V}$$

$$\frac{\partial P_r}{\partial V} = \frac{3}{2} \rho S C_{00} V^2 + k_1 w - \frac{k_2 w^2}{\frac{1}{2} \rho S V^2}$$

$$T_0 + 3T_2 V^2 = \frac{3}{2} \rho S C_{00} V^2 + k_1 w - \frac{k_2 w^2}{\frac{1}{2} \rho S V^2} \rightarrow \text{risolvo biquadratica}$$

trovo  $V$

se fosse stato assegnato un valore di  $C_L \max \Rightarrow$  farei d'auto verificare che  $C_L < C_L \max$

altrimenti  $C_L = C_L \max$  e ricalcolo  $V$

- 7) Sia dato il diagramma di Pénaud in virata corretta di un velivolo generico alla quota a cui avviene la virata. Tenendo conto di tutte le limitazioni connesse a tale manovra e ponendo come limite massimo del fattore di carico  $n_{MAX} = 2,5$ ,

- Si disegni il grafico del massimo angolo di rollio in funzione della velocità di volo
- Si evidenzii direttamente nel grafico il range (o i range) in cui è attiva la limitazione propulsiva
- Se i dati a disposizione lo permettono, viceversa lo si indichi, si calcoli il raggio di virata minimo  $R_{min}$  ottenibile alla velocità di  $V_{turn} = (70 + 2X_7)$  m/s.

$R_{min} =$	218	[m]
-------------	-----	-----

$\rightarrow V = 70$

$$n = \frac{1}{\cos 66,4^\circ} \approx 2,5$$

$$R = \frac{V^2}{g(n^2-1)} = 218 \text{ m/s}$$

$$n_{MAX} = 2,5$$

$$\begin{cases} L \sin \phi = \frac{mv^2}{R} \\ L \cos \phi = w \end{cases}$$

$$\tan \phi = \frac{v^2}{gr}$$

=> per avere  $\phi_{MAX}$  devo minimizzare R

$$\arctan\left(\frac{v^2}{gr}\right) \quad \text{con } R = \frac{v^2}{g(n^2-1)}$$

$$\left(\frac{v^2}{g(n^2-1)}\right) =$$

$$\phi = \arctan\left(\sqrt{n^2-1}\right)$$

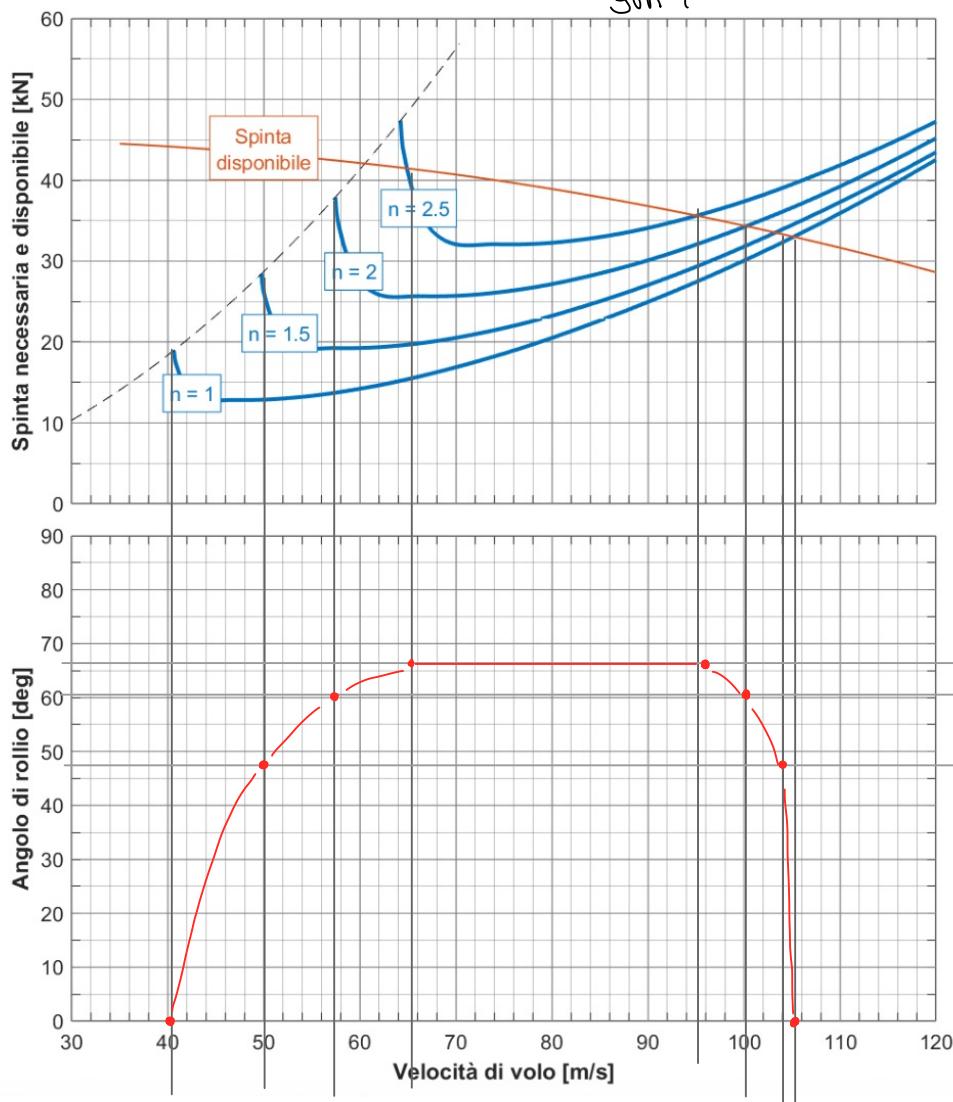
$$\downarrow$$

$$n = 1 \quad V = 40 \quad \phi = 0^\circ$$

$$n = 1,5 \quad V = 50 \quad \phi = 48,18^\circ$$

$$n = 2 \quad V = 58 \quad \phi = 60^\circ$$

$$n = 2,5 \quad V = 65 \quad \phi = 66,4^\circ$$



0-60 limitazione aerodinamica

60-65 limitazione propulsiva

65-95 " strutturale

→ propulsiva

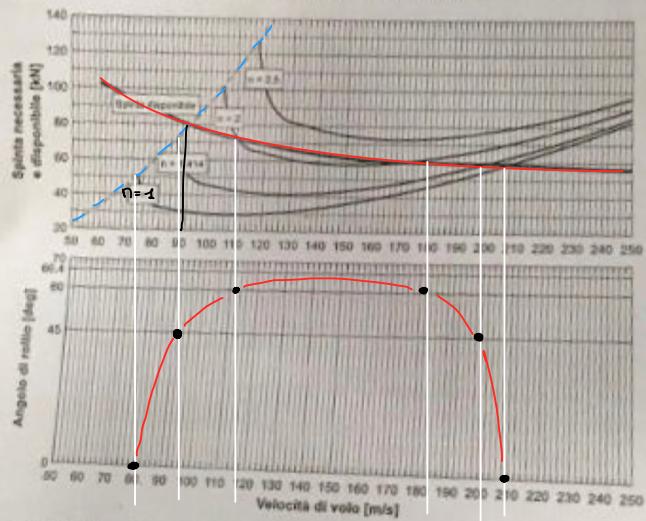
95-105

5) È riportato in figura il diagramma di Pénaud in virata corretta a quota  $h = 2900$  m (densità aria  $\rho_{2900} = 0.75 \rho_0$ ) per un velivolo generico del peso di  $W = 440$  kN. Tenendo conto di tutte le limitazioni connesse a tale manovra e ponendo come limite massimo del fattore di carico  $n_{\max} = 2.5$ , si disegni il grafico del massimo angolo di rollio, evidenziando quale limitazione è attiva per diversi range di velocità.

(Nota:  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ;  $\cos(66.4^\circ) = 0.4$ )

Inoltre, quanto risulta essere il minimo raggio di virata ottenibile alla velocità di 200 m/s?

- a. 20.4 m
- b. 300 m
- c. 2.880 km
- X d. 4.078 km
- e. Infinito
- f. A quella velocità non può essere effettuata una virata corretta.



Osserviamo nel grafico

$n=1$  moto rettilineo  $R \rightarrow \infty$   $\phi=0$

$n=1.14 = \sqrt{2}$   $V=90$   $\Rightarrow R \approx 825$   $\phi = 45^\circ$

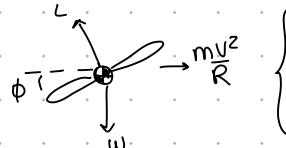
$n=2$   $V=110$   $R \approx 712$   $\phi = 60^\circ$

$n=2$   $V=180$   $R=1907$   $\phi = 59.99^\circ \approx 60^\circ$

!

Dal 0-90 m/s aerazione aerodinamica, 90-210 propulsiva.

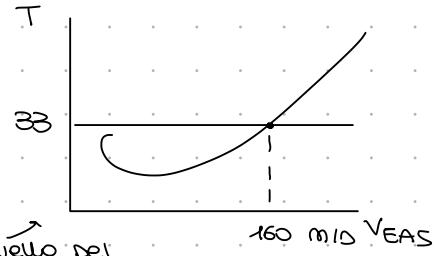
virata corretta  $E_{\max} = \left(\frac{C_L}{CD}\right)_{\max} = 20$   $\frac{T}{W} = 0.1$  determinare  $\phi = \text{bank/rollio} = ?$   $n = ?$



$$\begin{cases} L = nW \\ L \cos \phi = W \\ L \sin \phi = \frac{mv^2}{R} \end{cases} \quad \cos \phi = \frac{W}{L} \quad E = \frac{C_L}{CD} = \frac{L}{D} = \frac{nW}{T} = \frac{n}{\frac{T}{W}} = 20 \Rightarrow n = 20 \cdot 0.1 = 2$$

$$\Rightarrow \phi = \arccos\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$T = 33 \text{ kN}$   $\rho = 64 \text{ g/m}^3$   $h = 4.5 \text{ km}$  Velocità di volo?



$$V = V_{EAS} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = 0.64$$

$$V = 160 \sqrt{\frac{1}{0.64}} = 200 \text{ m/s}$$

MOTIVARE:

$$\frac{D_0}{D_1} = \frac{W_1 E}{W_1 E} = 1 \quad \text{e che} \quad \frac{V_0}{V_1} = \sqrt{\frac{\frac{W}{\frac{1}{2} PSC_L}}{\frac{W}{\frac{1}{2} PSC_L}}} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_0}}$$

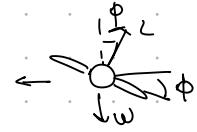
$$\Rightarrow V_{4.5} = V_0 \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_{4.5}}}$$

$$h = 2900 \text{ m}$$

$$\rho_h = 0.75 \rho_0$$

$$W = 440 \text{ e } 3 \text{ N}$$

$$n_{\max} = 2.5$$



virata corretta

$$\begin{cases} L \cos \phi = W \\ L \sin \phi = \frac{mv^2}{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan \phi = \frac{mv^2}{WR} = \frac{v^2}{gR}$$

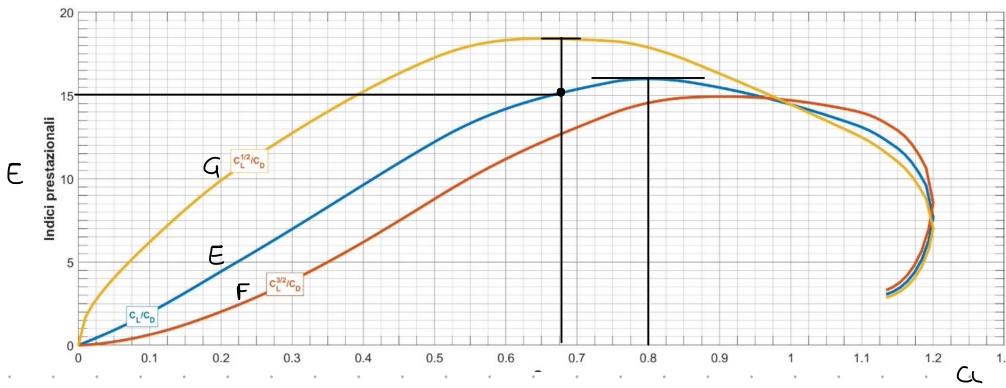
$\Rightarrow$  a  $V$  fissato per massimo  $\phi$  bisogna minimo  $R \rightarrow R = \frac{v^2}{gR} \Rightarrow n$  deve essere max

$n_{\max}$  dipende dal regime di velocità a cui mi trovo x soddisfare aerazione propulsiva  $T_{req} < T_{air}$

a  $n_{\max}$   $T_{req} > T_{air} \Rightarrow$  non potrò mai volare a  $n = 2.5$

Bisogna soddisfare anche una limitazione aeromeccanica (linea blu tratteggiata)

- 6) Si consideri un turbogetto ideale con carico alare  $W/S = 700 \text{ N/m}^2$  e superficie alare  $S = 35 \text{ m}^2$ , i cui indici prestazionali sono rappresentati in figura. Si calcoli:
- La velocità equivalente alla quota di tangenza.
  - La spinta necessaria in VORU all'assetto che massimizza l'autonomia chilometrica



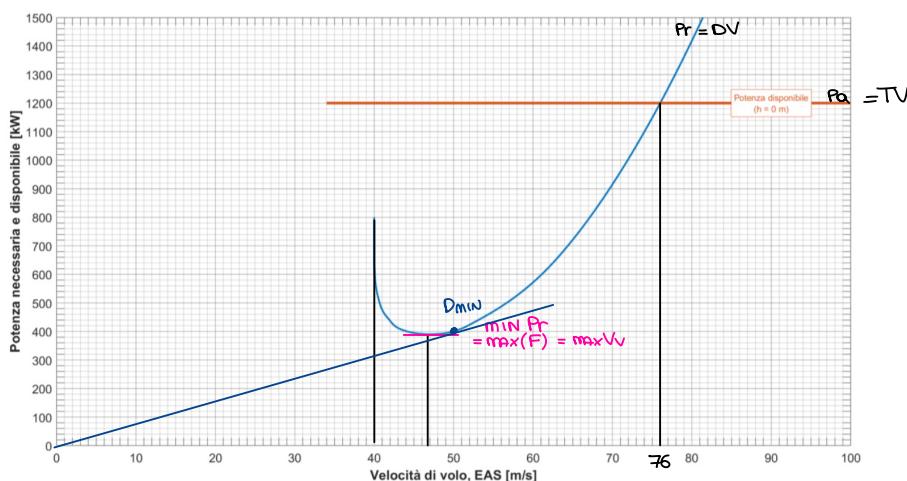
a) quota di tg  $\rightarrow E_{\max}$   $C_L = 0.8$   $\Rightarrow V_{EAS} = \sqrt{\frac{W}{\frac{1}{2} \rho S C_L}} = 37.79 \text{ m/s}$

b)  $\max R \rightarrow G_{\max} = \frac{E}{C_L} = \frac{C_L}{C_0 \sqrt{C_L}} = \frac{\sqrt{C_L}}{C_0} = \frac{C_L^{1/2}}{C_0} \rightarrow$  quando la curva Gialla

Da grafico ricavo  $G_{\max} \rightarrow R_{\max}$ . Si ha per  $C_L = 0.67$

$$\Rightarrow T = D = \frac{W}{E(0.67)} = \frac{W}{15} = \frac{W \cdot S}{S \cdot 15} = 1633 \text{ N}$$

- 7) Con riferimento al diagramma di Pénaud in potenze di un velivolo motoelica ideale caratterizzato da carico alare  $\frac{W}{S} = 1225 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$  e superficie alare  $S = 97.96 \text{ m}^2$ , si calcoli:  $\rightarrow W = 120 \text{ kN}$
- La velocità di stallo, minima e massima in VORU a quota nulla.
  - La massima velocità di salita associata alla condizione di salita rapida a quota nulla.
  - L'efficienza massima del velivolo.



a)  $V_{STALL0} = V_{MIN} = 40 \text{ m/s}$   
 $V_{MAX} = 76 \text{ m/s}$

b)  $\max Vv = \max \left( \frac{Pa - Pr}{W} \right)$   
 $\downarrow$   
 $\frac{\partial Pa}{\partial v} = \frac{\partial Pr}{\partial v}$   
 $\downarrow$  stessa inclinazione  
 $\Rightarrow v = 47 \text{ m/s}$

c)  $E_{\max} \rightarrow D_{\min} \Rightarrow Pr = DV$   
 $\downarrow$   
 $400 \text{ kN} = D_{\min} \cdot 50 \text{ m/s} \rightarrow D_{\min} = 8 \text{ kN}$

$$E_{\max} = \frac{L}{D_{\min}} = \frac{\frac{W}{S}}{D_{\min}} = \frac{120}{8} \frac{\text{kN}}{\text{kN}} = 15$$

$$\varepsilon_N \quad \varepsilon_C \quad \varepsilon_A \quad w_{IS} \quad C_{IS} \quad VORU \quad (\delta - \delta_0)$$

Definisco  $\varepsilon = \frac{x_A - x_N}{x_N - x_C}$  parametro di stabilità alla Barri

$$\text{Definisco } L^c = -\varepsilon w = L_{IS}(\delta - \delta_0) \Rightarrow \delta - \delta_0 = -\frac{\varepsilon w}{L_{IS}} = -\frac{\varepsilon_A - \varepsilon_N}{\varepsilon_N - \varepsilon_C} w \quad \text{con } L_{IS} = \frac{f}{2} \rho_0 v_{gas}^2 C_{IS}$$

$$L^c = (1 + \varepsilon) w = L_{IS}(\alpha - \alpha_0)$$

- 3) Sia dato il diagramma di Pénaud in virata corretta di un velivolo generico, per la quota a cui avviene la virata. Tenendo conto di tutte le limitazioni connesse a tale manovra e ponendo come limite massimo del fattore di carico  $n_{MAX} = 2.5$ ,
- Si disegni QUI SOTTO il grafico del massimo angolo di rollio in funzione della velocità di volo.
  - Si evidensi direttamente in tale grafico quale limitazione è attiva per i diversi range di velocità.
  - Si calcoli il minimo tempo di inversione alla velocità di 51 m/s.

