Universidad del Valle de Guatemala

Modelación y Simulación

Sección 10

Lab 6

Brian Carrillo - 21108

Carlos López - 21666

Josué Morales - 21116

Marco Ramírez - 21032

Guatemala, 03 de octubre del 2024

Ejercicio #1

a) Modelo matemático
Función objetivo = Utilidad = Ingresos - Penalización
Variables:

$$x_1 = cantidad\ de\ chamarras\ con\ capucha$$
$$x_2 = cantidad\ de\ chamarras\ rellenas$$
$$x_3 = cantidad\ de\ pantalones$$
$$x_4 = cantidad\ de\ pares\ de\ guantes$$

$$s_1 = cantidad\ faltante\ de\ chamarras\ con\ capucha$$
$$s_2 = cantidad\ faltante\ de\ chamarras\ rellenas$$
$$s_3 = cantidad\ faltante\ de\ pantalones$$
$$s_4 = cantidad\ faltante\ de\ pares\ de\ guantes$$

Límites:

$$x_1 \leq 800$$
$$x_2 \leq 750$$
$$x_3 \leq 600$$
$$x_4 \leq 500$$

$$Max\ z = (30x_1 + 40x_2 + 20x_3 + 10x_4) - (15s_1 + 20s_2 + 10s_3 + 8s_4)$$

Restricciones de tiempo:

$$0.30x_1 + 0.30x_2 + 0.25x_3 + 0.15x_4 \leq 1000$$
$$0.25x_1 + 0.35x_2 + 0.30x_3 + 0.10x_4 \leq 1000$$
$$0.45x_1 + 0.50x_2 + 0.40x_3 + 0.22x_4 \leq 1000$$
$$0.15x_1 + 0.15x_2 + 0.20x_3 + 0.10x_4 \leq 1000$$

Restricciones de demanda:

$$x_1 + s_1 = 800$$
$$x_2 + s_2 = 750$$
$$x_3 + s_3 = 600$$
$$x_4 + s_4 = 500$$

Restricción de no negatividad:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0$$

$$Max\ z\ = (30x_1 + 40x_2 + 20x_3 + 10x_4) -$$
$$(15(800 - x_1) + 20(750 - x_2) + 10(600 - x_3)\ + 8(500 - x_4))$$

$$Max\ z\ = 45x_1 + 60x_2 + 30x_3 + 18x_4 - 37000$$

$$0.30x_1 + 0.30x_2 + 0.25x_3 + 0.15x_4 \leq 1000$$
$$0.25x_1 + 0.35x_2 + 0.30x_3 + 0.10x_4 \leq 1000$$
$$0.45x_1 + 0.50x_2 + 0.40x_3 + 0.22x_4 \leq 1000$$
$$0.15x_1 + 0.15x_2 + 0.20x_3 + 0.10x_4 \leq 1000$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

b)

	z	x1	x2	x3	x4	s5	s6	s7	s8	**Sol**	
z	1	-45	-60	-30	-18	0	0	0	0	0	
s5	0	0,3	0,3	0,25	0,15	1	0	0	0	1000	3333,333333
s6	0	0,25	0,35	0,3	0,1	0	1	0	0	1000	2857,142857
s7	0	0,45	**0,5**	0,4	0,22	0	0	1	0	1000	2000
s8	0	0,15	0,15	0,1	0,05	0	0	0	1	1000	6666,666667

	z	x1	x2	x3	x4	s5	s6	s7	s8	**Sol**
z	1	9	0	18	8,4	0	0	120	0	120000
s5	0	0,03	0	0,01	0,018	1	0	-0,6	0	400
s6	0	-0,065	0	0,02	-0,054	0	1	-0,7	0	300
x2	0	0,9	1	0,8	0,44	0	0	2	0	2000
s8	0	0,015	0	-0,02	-0,016	0	0	-0,3	1	700

Producción óptima		x1	0	83000
		x2	2000	
		x3	0	
		x4	0	
Utilidad obtenida		83.000		
Merma	1900			
Penalización	22000			

c) El resultado hecho a mano y utilizando JuMP es el mismo.

Ejercicio #2

Variables de decisión:

- X_i: Número de ventanas producidas en el mes i, para i=1,2,...,6.
- I_i: Inventario de ventanas al final del mes ii, para i=1,2,...,6.

Parámetros:

- d_i: Demanda de ventanas en el mes i, d=[180,250,190,140,220,250].
- c_i: Costo de producción por ventana en el mes i, c=[50,45,55,52,48,50].
- h_i: Costo de almacenamiento por ventana al final del mes i, h=[8,10,10,10,8,8].
- C: Capacidad máxima de producción mensual, C=225.

Restricciones:

- La cantidad de ventanas producidas cada mes no puede exceder la capacidad máxima de 225 ventanas:

$$x_i \leq 225 \quad para\ i = 1, 2, \ldots, 6.$$

- Balance de inventarios:

$$I_{i-1} + x_i = d_i + I_i \qquad para \quad i = 1, 2, \ldots, 6$$

Función objetivo:

- Minimizar el costo total, que incluye los costos de producción y almacenamiento:

$$\sum_{i=1}^{6} c_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^{6} h_i \cdot I_i$$

b)

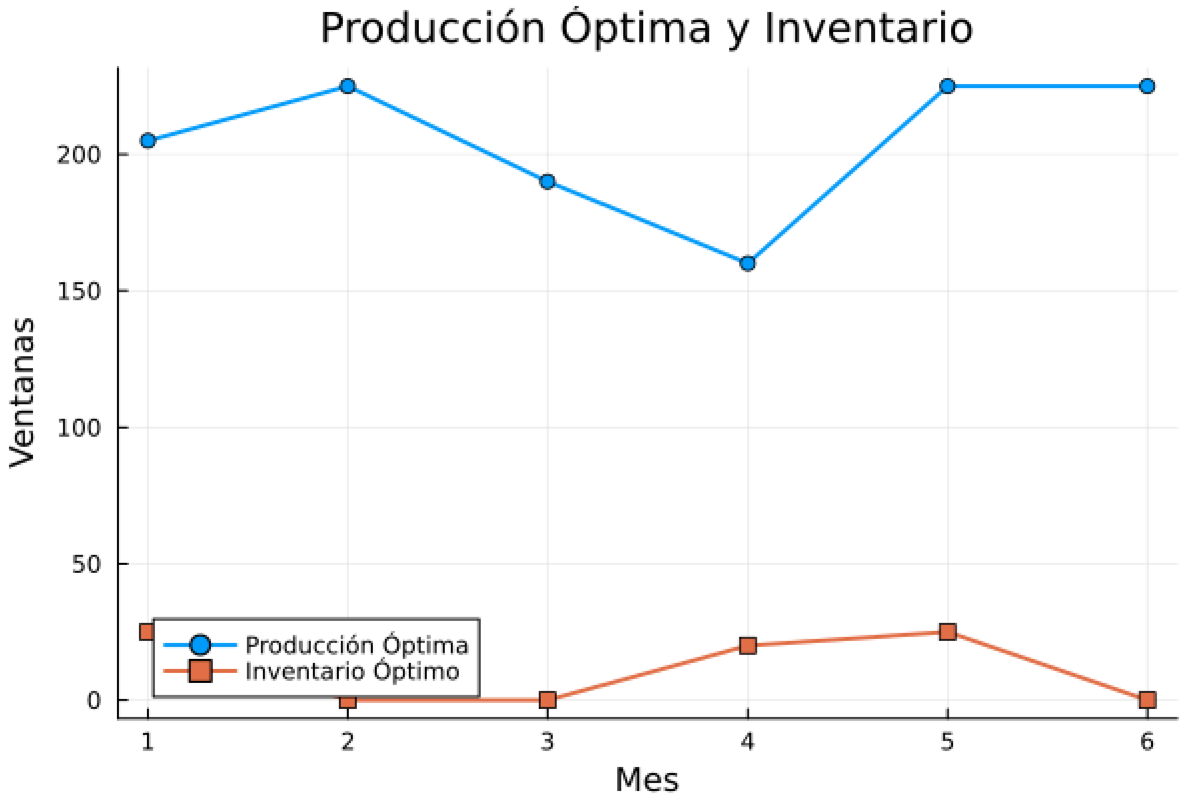
Producción e Inventario Óptimos:

- Producción Óptima (en ventanas por mes):
  - Mes 1: 205 ventanas
  - Mes 2: 225 ventanas (máximo)
  - Mes 3: 190 ventanas
  - Mes 4: 160 ventanas
  - Mes 5: 225 ventanas (máximo)
  - Mes 6: 225 ventanas (máximo)
- Inventario Final (en ventanas por mes):
  - Mes 1: 25 ventanas
  - Mes 2: 0 ventanas
  - Mes 3: 0 ventanas
  - Mes 4: 20 ventanas
  - Mes 5: 25 ventanas
  - Mes 6: 0 ventanas

Este patrón de producción permite satisfacer la demanda de cada mes, pero con algunos meses de sobreproducción (como en los meses 1, 2, 5, y 6), lo que permite acumular inventario que se utiliza en los meses siguientes.

Costo total:

El costo total asociado a esta producción es de \$61,795. Este costo incluye tanto los costos de producción como los costos de almacenamiento de inventario. La acumulación de inventario en meses donde el costo de producción es más bajo ayuda a minimizar el costo total, a pesar de incurrir en costos de almacenamiento.



c) ¿Se obtiene la misma solución óptima al introducir restricciones enteras?

Las soluciones con variables continuas y con restricciones enteras son idénticas. Esto debido a que la solución continua ya tiene valores enteros, y en este caso no es necesario modificar ajustes en la producción debido a restricciones de integridad. Por lo tanto, no hubo impacto en los costos al introducir restricciones enteras.

Ejercicio #3

a) Formulación del problema de programación lineal

El ingeniero de tránsito ha observado que la cantidad de autobuses requeridos en la ciudad varía de manera constante durante intervalos sucesivos de 4 horas. El objetivo es minimizar el número total de autobuses que circulan a lo largo del día, mientras se cumple con la demanda de autobuses en cada uno de los intervalos de tiempo.

Variables de decisión:

- $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6$: Número de autobuses que comienzan su turno en los intervalos definidos (cada 4 horas).

Función objetivo:

Minimizar el número total de autobuses que deben estar en circulación:

$Minimizar\ Z\ =\ x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6$

Restricciones:

Cada autobús opera 8 horas continuas, por lo que cubre dos intervalos de 4 horas consecutivas. Se debe garantizar que en cada intervalo de tiempo haya suficientes autobuses para satisfacer la demanda.

Los intervalos y sus respectivas demandas son:

- d1=4 Demanda de autobuses entre las 12:00 AM y las 4:00 AM
- d2=8 Demanda entre las 4:00 AM y las 8:00 AM
- d3=10 Demanda entre las 8:00 AM y las 12:00 PM
- d4=7 Demanda entre las 12:00 PM y las 4:00 PM
- d5=12 Demanda entre las 4:00 PM y las 8:00 PM
- d6=4 Demanda entre las 8:00 PM y las 12:00 AM

Las restricciones son las siguientes, asegurando que en cada intervalo haya suficientes autobuses:

$x_1 + x_6 \geq$ 4(para el intervalo 12:00 AM - 4:00 AM)

$x_1 + x_2 \geq$ 8(para el intervalo 4:00 AM - 8:00 AM)

$x_2 + x_3 \geq$ 10(para el intervalo 8:00 AM - 12:00 PM)

$x_3 + x_4 \geq$ 7(para el intervalo 12:00 PM - 4:00 PM)

$x_4 + x_5 \geq$ 12(para el intervalo 4:00 PM - 8:00 PM)

$x_5 + x_6 \geq$ 4(para el intervalo 8:00 PM - 12:00 AM)

Además, las variables xi deben ser no negativas:

$$x_i \geq 0\ para\ todo\ i$$

b) Resolución del problema usando JuMP en Julia

Resultados:

- Número total de autobuses necesarios: 26
- Distribución óptima de autobuses:
  - Turno 1 (12:00 AM - 4:00 AM): 4 autobuses
  - Turno 2 (4:00 AM - 8:00 AM): 4 autobuses
  - Turno 3 (8:00 AM - 12:00 PM): 6 autobuses
  - Turno 4 (12:00 PM - 4:00 PM): 8 autobuses
  - Turno 5 (4:00 PM - 8:00 PM): 4 autobuses
  - Turno 6 (8:00 PM - 12:00 AM): 0 autobuses

Este resultado indica que, para satisfacer la demanda de autobuses en la ciudad durante todo el día, se necesitan 26 autobuses, distribuidos de manera óptima en los diferentes turnos según la demanda.

Conclusión:

Se determinó que el número óptimo de autobuses necesarios para cubrir las demandas de la ciudad es 26, distribuidos de manera eficiente a lo largo de los intervalos de tiempo.

Ejercicio #4

Para maximizar la recaudación de impuestos en el proyecto, el modelo ha determinado la distribución óptima de unidades a construir, respetando las restricciones de área disponible, financiación, y porcentajes mínimos de cada tipo de unidad.

Distribución óptima de unidades

El resultado en variables enteras nos indica que la distribución óptima para maximizar la recaudación de impuestos es la siguiente:

- **36 unidades sencillas**: Estas casas ocupan un total de 36 × 0.18 = 6.48 acres
- **99 unidades dobles**: Estas casas ocupan un total de 99 × 0.28 = 27.72 acres.
- **31 unidades triples**: Estas casas ocupan un total de 31 × 0.4 = 12.4 acres.
- **14 unidades cuádruples**: Estas casas ocupan un total de 14 × 0.5 = 7.0 acres.

El **área total ocupada por estas unidades es de** 6.48 + 27.72 + 12.4 + 7.0 = 53.6 acres.

Dado que el área disponible para construcción es de 63.75 × (1 − 0.15) = 63.75 acres − 9.5625 acres =54.1875 acres (considerando que el 15% del área es para calles y espacios abiertos), la solución respeta las restricciones del área disponible, usando prácticamente todo el terreno disponible (53.6 acres de 54.1875 acres).

Costos de construcción y financiación

El modelo también tiene en cuenta que el costo total de construcción no debe exceder los $15 millones disponibles en financiación. Los costos de construcción para cada tipo de unidad son los siguientes:

- **36 unidades sencillas**: 36 × 50,000 = $1,800,000
- **99 unidades dobles**: 99 × 70,000 = $6,930,000
- **31 unidades triples**: 31 × 130,000 = $4,030,000
- **14 unidades cuádruples**: 14 × 160,000 = $2,240,000

- El **total de unidades** es 36+99+31+14=180
- Las **unidades triples y cuádruples** suman 31+14=45, lo que representa 45/180×100≈25%, cumpliendo la restricción.
- Las **unidades sencillas** son 36, lo que representa 36180×100=20%, cumpliendo con el requisito mínimo del 20%.
- Las **unidades dobles** son 99, lo que representa 99180×100=55%, mucho más del mínimo del 10%.

Recaudación de impuestos

La recaudación total de impuestos se obtiene al multiplicar el número de unidades de cada tipo por el impuesto correspondiente:

- **36 unidades sencillas**: $36 \times 1000 = 36{,}000$
- **99 unidades dobles**: $99 \times 1900 = 188{,}100$
- **31 unidades triples**: $31 \times 2700 = 83{,}700$
- **14 unidades cuádruples**: $14 \times 3400 = 47{,}600$

Por lo tanto, la **recaudación total de impuestos** es:

- $36{,}000 + 188{,}100 + 83{,}700 + 47{,}600 = 355{,}400\$$

Comparación con la solución continua

En la solución continua, los resultados fueron muy similares, con una recaudación de **$355,555.56**. La pequeña diferencia en la recaudación entre las soluciones continua y entera es **$155.56**, lo cual es despreciable en el contexto del problema, ya que en la vida real sólo podemos construir unidades enteras.