图1 图优化示意图，注意这个图不是概率图，只是几何示意图，故分析图优化的概率意义不能以此图为基础。起对应的概率图模型如图2所示。

**问题：**

1在SLAM图优化中，观测量是什么，如何获得观测量？

2观测量服从的分布是什么？

3如果是上图情况，我们得到几个管测量？分别是什么？

4 什么条件下获得当前观测的似然度最大？如何求解该条件？

5 在这样的条件下进行极大似然估计比传统的利用匹配特征点进行极大似然估计的优势在哪里？

**答：**

**1在SLAM图优化中，观测量是什么，如何获得观测量？**

观测量是什么：观测量是边（Edge），即两个相机pos之间的相对变化量。

回想SLAM过程中，一直是确定相机的两两相对位置。这种相对位置就是图优化中的观测量。

观测量如何得到：通过两站相机获得的影像的同名点匹配得到。

**2观测量服从的分布是什么？**

我们假定观测量服从高斯分布

真实的两站相机之间的pos变化量为

则观测量服从

**3如果是上图情况，我们得到几个观测量？分别是什么？**

1. P1-P2：；P1-P3：；P2-P3：；P3-P4：
2. P3-P5：；P4-P5：；P5-P6：

共7个Edge的观测量，并且七条边的观测是独立同分布的。

图2 边观测概率模型，7次观测独立同分布，都是高斯分布。每个变量服从各自参数（均值（边的真实值，两站相机的真实相对变化），方差）下的高斯分布。

**4 什么条件下获得当前观测的似然度最大？如何求解该条件？**

典型的极大似然估计问题，我们需要知道的是要估计的参数是什么？只需要写出似然函数即可知道了。因此先写似然函数：

由：

可得如下似然函数：



线性化并列出误差方程，并线性化展开，



稀疏性：每条边只由两个节点确定，因此误差方程矩阵形式是稀疏的。如果每条边都是由所有节点确定的，则矩阵没有稀疏性，如下式所示。当然这是不符合实际的。



上式中，f为非线性函数，所以最终归结为求解非线性最小而成问题。而G2O(Generalized Graphics Optimization)库则提供了Edge极大似然估计框架下的非线性最小二乘问题的优秀求解方法。

上述方程组求解之后，最优解即最有可能获得当前7条边的条件——各个摄站的Pos。

**5 在这样的条件下进行极大似然估计比传统的利用匹配特征点进行极大似然估计的优势在哪里？**

大白话：图优化比传统BA的优势在哪里？

*我根据一些参考文献的猜测：传统的BA在2008前占主流，之后是Graphics的边极大似然方法占主流。只是猜测。*

**首先定性分析优势：**

1 传统BA严格遵循隐状态为一阶马尔科夫链的序列数据分布——线性动态系统

2 其隐状态z为相机pos，各状态之间的转移遵循一阶马尔科夫链，可假定转移概率p(z\_new|z\_old)为线性高斯N( f(z\_old, *ϴ*u), σ2) ，其中，*ϴ*u为转移条件，如速度，方向等。可理解为转移概率的参数，故写为*ϴ*u。该参数不需要估计。

3 观测值x为某个空间三维点（所谓的Landmark，坐标为(X,Y,Z) ）在影像上的坐标（ximage，yimage），可假定发射概率p(x|z\_new)为线性高斯N( f(z\_new, ), σ2)，此时的f体现的是在当前pos下(X,Y,Z)到图像坐标的映射。注意：在每个状态下，可观测到多个观测x（即多个landmark可见）。

当获得大量的观测值和状态之后，确定什么条件使似然度p(x1….N, z1….N)最大就变成了传统BA的任务。在该任务中要估计的未知数中，包含各landmark的坐标(X,Y,Z)、各站的pos（在sfm中还包括相机内方位元素和畸变参数）。如果landmak是稀疏的点云的话，要求解的未知数数量非常巨大。

即传统BA的方程数量与landmark数量有关，会随着概述了膨胀。

而Graphics方法中，没有（XYZ）的估计，即方程数量与多少个landmark无关，只与边的数量有关。

跨相机约束在G2o中以边的形式存在，在传统BA中以多个pos对同一个landmark的观测体现。

**定量分析（下一页）：**

图3 （来自Tim Bailey（Australian Centre for Field Robotics）的经典slam入门PPT），图中橙色（运动参数）和蓝色（landmark）都是参数（参数也可以参与优化），空心为状态变量，实心为观测变量。



按照上面定性分析中假定的线性高斯特性，可得：



似然函数为：



极大似然变为求解最小而成问题，由于fx和fu都是非线性函数，因此又是非线性最小而成，必须泰勒展开，给初值，迭代优化。

在slam中，一般第一个点是确定值，因此可忽略上式中的最左侧一项。故可根据极大似然列出两种类型的误差方程。一种类型表达转移概率，一种类型表达观测。

**状态转移误差方程**



**发射观测误差方程**

首先定义：

表示Landmark——在相机Pos——下得到的图像坐标。进而可得误差方程：



将状态转移和发射观测的误差方程联立求解，通过对，，进行线性化展开，可迭代求解其最优解，此时即获得了landmark、pos和u的极大似然估计值。

如果相机间没有状态转移，则u是不必估计的，此时没有状态转移误差方程。

**再次澄清一点：** 状态转移采用一阶马尔科夫链不表示这个模型不考虑跨相机约束，跨相机约束是通过观测值加进去的。

**\*再一次强调：图 不是 概率图，Graph is Not Probabilistic Graph**