

一种 LFM 参数快速估计方法研究

何旭东<sup>1,2</sup>, 印明明<sup>1,2</sup>, 宋 洋<sup>1,2</sup>

(1.水声对抗技术重点实验室, 上海, 201108;  
2. 上海船舶电子设备研究所, 上海, 201108)

摘要: 本文结合 Radon-Ambiguity 变换和 FRFT 变换的方法对 LFM 信号进行参数估计, 与传统的时频分析方法相比, 该方法具有计算步骤简单, 计算量小的特点, 将二维处理简化为一维处理, 大大简化计算量; 试验结果表明, 该方法具有良好的估计精度, 为工程应用中的实时参数估计提供参考。

关键词: RAT; FRFT; 模糊度; 参数估计

中图分类号: TB533 文献标识码: A

Research on a rapid method for estimating parameter of LFM

HE Xu-dong<sup>1,2</sup>, YIN Ming-ming<sup>1,2</sup>, SONG Yang<sup>1,2</sup>

(1. Science and Technology on Underwater Acoustic Antagonizing Laboratory, Shanghai, 201108, China;  
2. Shanghai Marine Electronic Equipment Research Institute, Shanghai, 201108, China)

Abstract: This paper is focus on estimating parameter of LFM, A method for estimating parameter of LFM with RAT and FRFT has been researched, it is brief compare to traditional method, and less amount of calculation because it simplify planar to linear; the result of experiment testing the method is accurately, it also provide that is suit for estimation instantly in engineering

Key words: RAT; FRFT; parameter estimation, ambiguity

0 引言

目前信号参数估计方法研究集中于对 LFM 信号的参数估计, 常见的方法有短时傅立叶变换<sup>[1]</sup>、Radon-Wigner<sup>[2]</sup>变换、Radon-Ambiguity<sup>[3]</sup>变换以及 FRFT 等<sup>[4,5]</sup>。短时傅立叶变换通过对一段长信号进行截取, 并对截取的信号进行傅立叶变换, 其估计结果受窗函数的选择影响较大, 不同窗函数对旁瓣的抑制程度和主瓣的分辨率不同, 同时, 其时间分辨率和频率分辨率也不能同时变小, 由此不能获得高精度的估计结果。Radon-Wigner 变换、Radon-Ambiguity 变换都是基于二次型时频分布的参数估计方法, 按照 Radon-Wigner 变换定义进行计算, 运算量较大, 且交叉项严重, 后来根据其改进的快速算法降低了运算量, 但失去了 Radon-Wigner 变换本身特有的滤波性质, 降低了估计精度; Radon-Ambiguity 变换的计算量与 Radon-Wigner 变换快速算法的计算量相当, 且具有更高估计精度, 但是只能估计信号的调频斜率, 不能估计信号的初始频率。FRFT 变换是傅立叶变换的

改进形式, 在参数估计时, 需要在二维空间进行搜索, 其估计精度与搜索间隔有关, 计算量较大。

本文结合 Radon-Ambiguity 变换和 FRFT 变换的特点, 将繁琐的多维搜索转变为三次一维搜索, 利用 Radon-Ambiguity 变换估计出信号的调频斜率, 并由此获得 FRFT 变换的变换阶数, 进而估计出信号的初始频率, 避免了 Radon-Ambiguity 变换不能估计信号初始频率的缺点, 相较于 FRFT, 本方法具有更高的精确度, 同时简化了计算过程, 降低了计算量。

1 RAT-FRFT 原理

1.1 Radon-Ambiguity 变换

Radon-Ambiguity 变换首先计算信号的模糊函数, 利用 LFM 信号的模糊函数是过原点的一条直线的特性, 通过 Radon 变换对该直线进行提取, 并由此估计出信号的调频斜率。

模糊度函数是信号的时频特性的一种表示形式, 其一般定义为对信号相关函数作关于时间变量的傅立叶变换, 即:

$$A(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\nu\tau} dt \quad (1)$$

则对于 LFM 信号的模糊度函数为:

作者简介: 何旭东(1983-), 男, 四川绵阳 硕士工程师, 研究方向: 水声对抗及水声信号处理  
通讯作者: 何旭东,

$$\begin{aligned} A(\tau, \nu) &= A^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi(f\tau + k\tau\tau)} e^{-j\nu\tau} d\tau \\ &= A^2 \delta(\nu + 2\pi k\tau) e^{j2\pi f\tau} \end{aligned} \tag{2}$$

由式 (2) 可知 LFM 信号的模糊函数是一条在时频面上过原点的直线，该直线的斜率为信号的调频斜率  $k$ 。

Radon 变换是一种直线积分的投影变换，将一个直角坐标旋转  $\alpha$  得到一个新的直角坐标系  $(u, v)$ ，在新坐标系下对不同的  $u$  值对  $v$  轴做积分，由此获得 Radon 变换的结果，即相当于对原平面内的某一直线进行积分。

$$\begin{aligned} R_u(u) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(\rho \cos \alpha - v \sin \alpha, \rho \sin \alpha + v \cos \alpha) dv \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\rho \cos \alpha - v \sin \alpha, \rho \sin \alpha + v \cos \alpha) \delta(\rho - u) d\rho dv \end{aligned} \tag{3}$$

其中  $-\infty < u < +\infty$ ，且  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < +\frac{\pi}{2}$ ，参数  $u$  为原点移位的位置，即式 (3) 代表了函数  $f(x, y)$  沿着距离原点为  $u$ 、斜率为  $\tan \alpha$  直线的积分结果。

1.2 分数阶傅立叶变换

分数阶傅立叶变换（以下用 FRFT 简称）最早由 Namias 提出，Almeida 分析了其与 WVD 的关系，将 FRFT 解释为一种时频平面的旋转算子。信号  $x(t)$  的  $p$  阶傅立叶定义为：

$$X_p(u) = F_x(p, u) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_p(t, u) dt \tag{4}$$

其中旋转角  $\alpha$  与分数阶  $p$  的关系为： $\alpha = p \frac{\pi}{2}$ ，

$K_p(t, u)$  为 FRFT 的变换核，定义为：

$$K_p(t, u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{(1-j \cot \alpha)}{2\pi}} e^{j\frac{t^2+u^2}{2} \cot \alpha - jut \csc \alpha}, & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t-u), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t+u), & \alpha = 2n\pi \pm \pi \end{cases} \tag{5}$$

由式 (5) 可知，FRFT 从另一个角度揭示了信号的时频特性，因为不同的 LFM 在时频面上表现具有不同初始点、不同斜率的直线，FRFT 通过对不同倾角的直线进行积分，从而区分不同的 LFM，已知 LFM 的信号参数与旋转角度的关系为：

$$\hat{k}_m = -\cot \alpha \tag{6}$$

$$\hat{f}_0 = \hat{u}_0 \csc \alpha \tag{7}$$

因此在获取信号调频斜率后，即可计算出所需的旋转角度  $\alpha$ ，由此进行 FRFT 一维搜索，估计出 LFM 信号的中心频率。

在计算时，由于采用的 Ozaktas's FRFT 快速算法进行了归一化处理，将时域和频域转化为无量纲的量，使信号的时宽带宽统一起来。因此，需要对该算法的计算结果进行量纲还原。

若选取信号的单位时域量纲为  $\Delta t = 1/f_s$ ，单位频域量纲为  $\Delta f = f_s/N$ ，可得到尺度化因子为  $S = \Delta t / \Delta f$ ，利用归一化因子对 Ozaktas 的快速算法获得的估计值进行量纲还原得到  $\hat{k}' = \hat{k} / S$ ， $\hat{f}' = \hat{f} \Delta f$ ，由此可获得准确的估计结果。

2 试验数据处理

利用 RAT-FRFT 和 FRFT 进行试验研究，试验发射 LFM 信号，信号脉冲宽度为 0.12s，信号的起始频率为 32.5kHz，截至频率为 37.5kHz，调频斜率为 41667；信号 SNR 分别为 0dB，5dB，10dB，15dB，20dB，25dB。

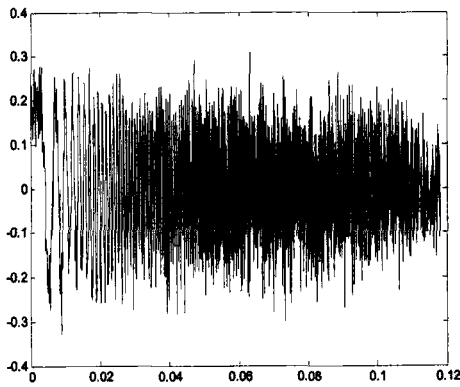


图 1: SNR=0dB 时域信号  
Fig.1 the signal in time domain(SNR=0dB)

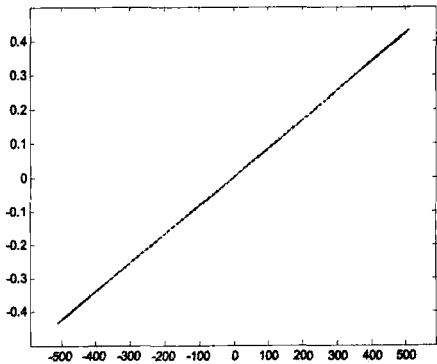


图 2: SNR=0dB 信号的模糊度图  
Fig.2 the ambiguity of signal(SNR=0dB)

图 1-图 4 给出了 SNR=0 dB 时的处理结果，在处理时单独将脉冲截取出来，舍弃了纯噪声部分，因此，从图中可以看出，信号特征较为清晰可辨。

图 2 和图 3 是利用本文采用的方法的处理结果,图 4 是利用 FRFT 的计算结果,观察图 4 可知,图 4 的数据量达到 200\*1200,而图 3 只进行了一维运算,数量为 1200,降低了计算量,加快了计算速度。

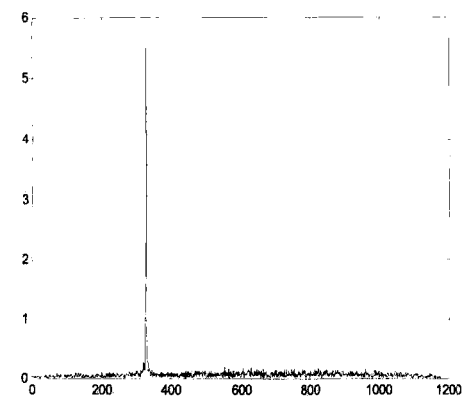


图 3: SNR=0dB RAT\_FRFT 的中心频率估计  
Fig.3 estimation center frequency with RAT\_FRFT(SNR=0dB)

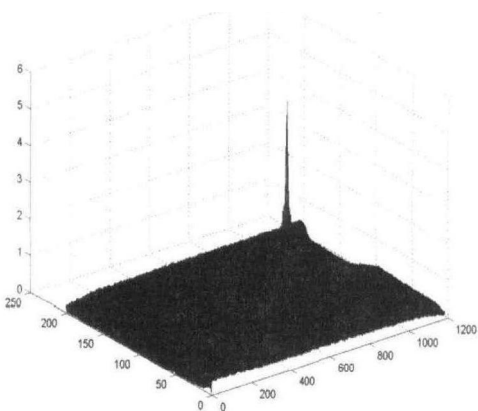


图 4: SNR=0dB FRFT 的参数估计  
Fig.4 estimation with FRFT(SNR=0dB)

表 1 不同信噪比下, AM\_FRFT 的处理结果  
Table 1 Result of AM FRFT in different SNR

信噪比 /dB	中心频率/kHz	中心频率估计误差 /Hz	调频斜率	调频斜率估计误差
25	35	0.009	41981	314
20	35	0.008	42337	670
15	35	0.001	42372	705
10	35	0.006	42301	634
5	35	0.006	42301	634
0	35	0.001	42373	706

表 2 不同信噪比下, FRFT 的处理结果  
Table 2 Result of FRFT in different SNR

信噪比 /dB	中心频率/kHz	中心频率估计误差 /kHz	调频斜率	调频斜率估计误差
25	35	0.055	42196	529
20	35	0.237	41768	101
15	35	0.018	43143	1476
10	35	0.016	43107	1440
5	35	0.088	43143	1476
0	35	0.016	43107	1440

表 1 和表 2 给出了 RAT-FRFT 和 FRFT 的参数估计结果,由表可知,两种方法的处理结果精度较高,且不受信噪比影响,在不同信噪比下的结果近乎一致;对比表 1 和表 2 可知,FRFT 的误差较大,分析其原因在于 FRFT 计算时,要求处理的数据都是信号部分,当含有纯噪声时,会导致调频斜率的估计不准确,进而引起中心频率的估计误差出现。而 RAT-FRFT 采用两个独立的算法进行数据处理,RAT 对信号具有一定适应性,并不局限处理的数据是纯的信号部分,降低了对信号时域检测的要求。

3 结 论

本文研究了一种结合 RAT 和 FRFT 的参数估计方法,给出了 RAT 和 FRFT 的变换过程,给出了其估计 LFM 信号参数的理论公式,并进行试验研究,同时与采用单一的 FRFT 方法进行对比,结果表明,两种方法均具有较高的参数估计精度,但 RAT 和 FRFT 结合的方法将二维搜索简化为一维搜索,降低了运算量,减少运算时间,为工程应用中,实时参数估计提供参考。

参 考 文 献

[1] Koenig R,Dunn H K,Lacy L Y. The sound spectrograph[J] J. Acoust. Soc. Amer. 1946,18:19-49.

[2] Potter R K, K, Kopp G, Green H c. Visible speech.New York: Van Nostrand, 1947.

[3] 张贤达, 保铮.非平稳信号分析与处理[M].北京: 国防工业出版社, 1998:1-20.

Zhang X D,Bao Z:Analyse and Process non-stationary signal[M] Beijing:Defence Industry Press,1998:1-20.

[4] Almedia B.The fractional Fourier transform and time-frequency representation.IEEE Trans Signal Processing,1994,42,3084-3091.

[5] H.M.Ozaktas,O.Arikan .Digital Computation of the Fraction Fourier[J] Transform,IEEE Trans.Signal Processing, Vol 44,1996,p:2141-2150