

文章编号:1001-0645(2003)03-0371-04

基于 Radon-Ambiguity 变换和分数阶傅里叶变换的 chirp 信号检测及多参数估计

赵兴浩, 陶 然, 周思永, 王 越

(北京理工大学 信息科学技术学院电子工程系, 北京 100081)

摘 要: 研究噪声环境中 chirp 信号的检测以及多参数估计问题。分析和比较了 Radon-Wigner 变换(RWT)法、Radon-Ambiguity 变换(RAT)法和分数阶傅里叶变换(FRFT)扫描法的优缺点。提出了一种基于 RAT 和 FRFT 的新算法,并提出了幅度估计的一种适合于计算的表达式。最后通过计算机仿真验证了该方法的有效性。这种方法与 RWT 法和 FRFT 扫描法相比,将 chirp 信号的检测问题变为一维搜索问题,简化了计算,与单纯的 RAT 法相比,有效地解决了 chirp 信号的初始频率和幅度的估计问题。因此,适合于对 chirp 信号多参数联合估计。

关键词: 分数阶傅里叶变换; Radon-Ambiguity 变换; chirp 信号; 多参数估计

中图分类号: TN 957.51

文献标识码: A

Chirp Signal Detection and Multiple Parameter Estimation Using Radon-Ambiguity and Fractional Fourier Transform

ZHAO Xing-hao, TAO Ran, ZHOU Si-yong, WANG Yue

(Department of Electronic Engineering, School of Information Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The paper focuses on detection and parameter estimation of chirp signals in a noisy environment. Several approaches to such problem including the so-called RWT method, RAT method, and FRFT scan method are compared and analyzed. On the basis of analyzing these methods, an new method based on RAT and FRFT is presented. For the amplitude estimation of chirp signal, an expression which is suitable for computation is given. Computer simulations have verified the effectiveness of the method. Compared with RWT and FRFT scan methods, this method reduces the chirp detection to mere one-dimensional search. Meanwhile, compared with pure RAT method, it can estimate efficiently the initial frequency and amplitude of chirp signals. Hence, this method suits for use on applications requiring multiple parameters joint estimation of chirp signals.

Key words: fractional Fourier transform; Radon-Ambiguity transform; chirp signal; multiple parameter estimation

在现代雷达和通信等系统中,线性调频信号(chirp)是一类特别引人关注的典型非平稳信号。例

如,在雷达系统中,对作径向匀加速运动的目标而言,其雷达回波即为线性调频信号,而且复杂运动目

标回波在一小段时间里,常可用线性调频作一阶近似^[1]。又如,在 SAR 系统中,运动或静止的点状目标的回波都可近似为线性调频信号^[2]。

众所周知,目标的各种状态和特性都在 chirp 信号的参数中得到反映。例如,通过估计 chirp 信号的初始频率和调频率参数,可以获取运动目标的速度和加速度信息;通过 chirp 信号的幅度估计,可以了解目标的大小及反射特性。因此,最大限度地获取目标信息就必须进行 chirp 信号多参数估计。作者提出了一种基于 Radon-Ambiguity 变换(RAT)和分数阶 Fourier 变换(FRFT)进行 chirp 信号多参数估计的新方法,并给出了幅度估计的一种适合计算的表达式。通过仿真计算验证了该方法的有效性。

1 传统方法介绍

作者旨在研究多分量 chirp 信号的检测和多参数估计问题。目前的时频分析类处理方法大致可归纳为 3 种:RWT 法^[3],RAT 法和 FRFT 扫描法^[1,4~6]。以上方法各有优劣。RWT 方法将 chirp 信号的检测问题变换为在一个二维平面上搜索最大值的问题,由于需要对信号的 Wigner-Ville 分布沿时频平面上所有直线求积分,故计算量很大。RAT 方法将 RWT 的二维搜索简化为一维搜索,由于只需要对信号的模糊函数沿模糊平面的所有过原点的直线求积分,从而减小了计算量。但是它以抛弃了初始频率信息为代价,因而只适合仅对调频率参数感兴趣的场合。基于 FRFT 的检测器是线性的,因此 FRFT 扫描法从根本上克服了 RWT 和 RAT 方法存在的交叉项干扰问题。但是 FRFT 扫描法需要在每个分数域对信号做一次 FRFT 变换。虽然现在已提出多种 FRFT 计算方法,但是还没有像 FFT 那样快速而通用的离散计算方法,文献[7]的计算方法虽然有效,但它不满足分数阶傅里叶变换的基本的旋转相加特性,因而并非严格意义上的 DFRFT,而且它还需要作内插和尺度变换的处理。文献[8~10]的方法计算量又很大。因而一般来说这种依赖 FRFT 的多次重复运算的检测方法运算量很大。

2 Chirp 信号检测和多参数估计方法

在对已有各种方法分析比较的基础上,作者提出了一种基于 RAT 和 FRFT 的改进方法。FRFT 扫描法必须在所有分数域上对信号做 FRFT 的原因是因为 chirp 信号的调频率未知。若事先能够

算出调频率,则只需在相应分数域上对信号做 FRFT 变换,就可以准确估计出 chirp 信号的初始频率,同时,利用 FRFT 的线性变换特性,也可以通过一定的变换估计出 chirp 信号的幅度。而 RAT 方法正好是一种估计单一调频率参数的有效方法。假定观测信号模型为

$$r(t) = \sum_{i=1}^n A_i \exp(j2\pi(f_i t + 0.5 f_{m_i} t^2)) + n(t), \quad (1)$$

式中 $n(t)$ 为高斯白噪声; f_i, f_{m_i}, A_i 分别为第 i 个 chirp 信号的初始频率、调频率、幅度。

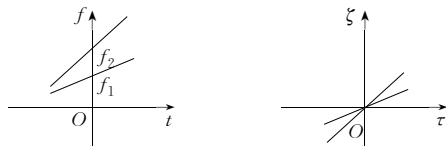
2.1 RAT 法检测 chirp 信号并估计调频率信号的模糊函数定义为

$$A_r(\tau, \zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} r(t + \tau/2) r^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi\zeta t} dt. \quad (2)$$

将式(1)中的第 i 个 chirp 信号代入模糊函数定义式(2),得到单分量 chirp 信号的模糊函数为

$$A_{s_i}(\tau, \zeta) = A_i^2 \delta(\zeta - f_{m_i} \tau) \exp(j2\pi f_i \tau), \quad (3)$$

从式(3)可以看出,在理想情况下, chirp 信号的模糊函数的模值在模糊平面上为一条经过原点的斜率为调频率的直线冲击函数。图 1 给出了 2 个 chirp 信号的 Wigner 分布和模糊函数的示意图。



(a) chirp 信号 Wigner 分布 (b) chirp 信号模糊函数的模

图 1 2 个 chirp 信号的 Wigner 分布和模糊函数的示意图

Fig. 1 Illustration of WVD and AF of a bicomponent chirp signal

可以看出,图 1b 的 2 条斜线的倾角与 1a 的相同,代表调频率,但是在 1a 中看到的初始频率在 1b 中却不见了。这是因为求 chirp 信号的模糊函数后,初始频率的信息隐藏在了模糊函数的相位中,而 1b 只显示模糊函数的模值。利用 chirp 信号的模糊函数的模值通过原点这一特点,在求模糊函数的 Radon 变换时只需求所有经过原点的直线的积分。这样,由 RAT 变换构成了一种 chirp 信号检测器

$$\eta(f_m) = \int_{-\infty}^{\infty} |A_r(\tau, \zeta)| \delta(\zeta - f_m \tau) d\tau d\zeta = \int_{-\infty}^{\infty} |A_r(\tau, f_m \tau)| d\tau. \quad (4)$$

这种检测器是以 f_m 为参数域的一维检测器,当观测信号中含有调频率为 f_{m_0} 的 chirp 信号时,检测器在 $f_m = f_{m_0}$ 点出现峰值,由给定的门限可以检测 chirp 信号,并估计出 chirp 信号的调频率。

2.2 FRFT 法估计 chirp 信号初始频率

这里给出分数阶傅里叶变换与 Wigner 分布的重要关系,即一个信号的 Wigner 分布在分数阶域上的直线积分投影就是该信号在此分数阶域上的 FRFT 模的平方。而 chirp 信号的 Wigner 分布为一直线,因此在与该直线相垂直的分数阶域上求分数阶傅里叶变换,在该域的某点出现最大值。

在用 RAT 法估计出了 chirp 信号的调频率 \hat{f}_m 的前提下,可以算出分数阶傅里叶变换的阶次 a 为

$$a = 2\text{arccot}(-\hat{f}_m)/\pi. \quad (5)$$

再求该阶次的分数阶傅里叶变换。然后在分数阶域 u_a 上搜索出现最大值的 u_{a0} 点坐标,便可估计出 chirp 信号的初始频率 \hat{f}_0 为

$$\hat{f}_0 = u_{a0} \csc(a\pi/2). \quad (6)$$

2.3 利用 FRFT 估计 chirp 信号的幅度

对 chirp 信号的幅度进行估计是以文献[7]提出的一种分数阶傅立叶变换的数值计算方法为基础的,因此先简要介绍这种数值计算方法。

假定信号 $f(t)$ 的时间取值被限定在 $[-\Delta t/2, \Delta t/2]$, 频谱被限定在 $[-\Delta f/2, \Delta f/2]$, 则信号的时宽带宽积为 $N = \Delta t \Delta f$ 。由于时间和频率的量纲不同,不便于数值计算,因此预先要对量纲作归一化。

引入尺度化参数 $s = \sqrt{\Delta t/\Delta f}$, 令 $x = t/s, v = fs, x$ 和 v 分别表示时间和频率归一化后的新标尺,且均为量纲为 1 的量。在新坐标中,时间和频率的限定区间统一为 $[-\Delta x/2, \Delta x/2]$, 其中 $\Delta x = \sqrt{\Delta t \Delta f}$ 。这样,满足采样定理的信号采样点数为 $N = \Delta x^2$ 。

函数 $f(x)$ 的分数阶傅里叶变换 $\{F^a f\}(x)$ 定义为

$$\{F^a f\}(x) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} B_a(x, x') f(x') dx', \quad (7)$$

式中

$$B_a(x, x') = A_\varphi \exp(i\pi(x^2 \cot \varphi - 2xx' \csc \varphi + x'^2 \cot \varphi)),$$

$$\text{而 } A_\varphi = \exp(i\pi \text{sgn}(\sin \varphi)/4 + i\varphi/2)/|\sin \varphi|^{1/2},$$

$$\varphi = a\pi/2.$$

文献[7]在满足上述的假定条件下,导出了一种离散的分数阶傅里叶变换公式

$$\{F^a f\}\left(\frac{f_m}{2\Delta x}\right) = \frac{A_\varphi}{2\Delta x} \exp\left(i\pi(\alpha - \beta)\left(\frac{f_m}{2\Delta x}\right)^2\right) \times$$

$$\sum_{m=-N}^N \exp\left(i\pi\beta\left(\frac{f_m - n}{2\Delta x}\right)^2\right) \exp\left(i\pi(\alpha - \beta) \times \left(\frac{n}{2\Delta x}\right)^2\right) \times$$

$$f\left(\frac{n}{2\Delta x}\right), \quad (8)$$

式中 $\alpha = \cot \varphi, \beta = \csc \varphi, |f_m| \leq N$ 。在理想情况下一个 chirp 信号在相应的分数阶域上为冲击函数,而在实际的数值计算中,由于信号的时间截取和采样,理想的冲击函数就变为在某个离散点处的一个有限的最大值。chirp 信号的幅度和最大值存在对应关系, chirp 信号的幅度越大,则经过离散分数阶傅里叶变换后得到的最大值也越大。因此,由经过离散分数阶傅里叶变换后得到的最大值就可以估计出原始 chirp 信号的幅度。下面推导幅度估计的表达式。

为推导方便,假定 chirp 信号的调频率为 $\alpha = \cot \varphi$, 初始频率为 0。设经过归一化和采样后的 chirp 信号为

$$f\left(\frac{n}{2\Delta x}\right) = A \exp\left(-j\pi\alpha\left(\frac{n}{2\Delta x}\right)^2\right) |n| \leq N. \quad (9)$$

把式(9)代入式(8)得到

$$\{F^a f\}\left(\frac{f_m}{2\Delta x}\right) = \frac{A_\varphi A}{2\Delta x} \exp\left(i\pi\alpha\left(\frac{f_m}{2\Delta x}\right)^2\right) \times$$

$$\sum_{n=-N}^N \exp\left(-i\pi\beta\frac{2f_m n}{(2\Delta x)^2}\right). \quad (10)$$

因为假定 chirp 信号的初始频率为 0, 所以它的分数阶傅里叶变换当 $f_m = 0$ 时取得最大值。因为 $|A_\varphi| = 1/|\sin \varphi|^{1/2}, N = \Delta x^2$, 把 $f_m = 0$ 代入式(10)并在等号两边取绝对值得到

$$|\{F^a f\}(f_m)| \approx |A| \sqrt{N}/|\sin \varphi|^{1/2}. \quad (11)$$

这样就从离散分数阶傅里叶变换公式出发,导出了 chirp 信号的幅度与变换后的最大值之间的关系式。需要特别指出,当 chirp 信号的初始频率不为 0 时,最大值的位置不在 $f_m = 0$ 处,但是最大值的大小仍旧与信号幅度保持同样的关系。因此可以得到 chirp 信号的幅度估计表示式为

$$\hat{A} = |\max_m \{F^a f\}(f_m)| \cdot |\sin \varphi|^{1/2}/\sqrt{N}. \quad (12)$$

3 计算机仿真

假定一个观测信号中含有 2 个 chirp 信号分量,第 1 个 chirp 信号参数为:初始频率 $f_1 = 5$ Hz,调频率 $f_{m_1} = 5$ Hz/s,幅度 $A_1 = 1$ mV;第 2 个 chirp 信号参数为:初始频率 $f_2 = 1$ Hz,调频率 $f_{m_2} = 15$ Hz/s,幅度 $A_2 = 0.8$ mV。观测时间为 $t_0 = 2$ s,采

样频率选 $f_s=200$ Hz, 干扰噪声为高斯白噪声, 信噪比为 -3 dB。第 1 步先对该观测信号作 RAT 变换, 仿真结果如图 2 所示。

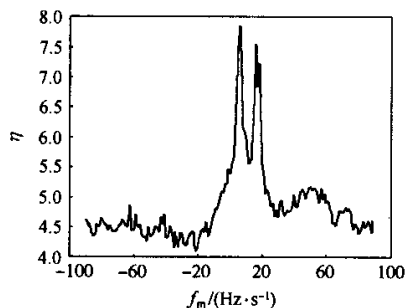
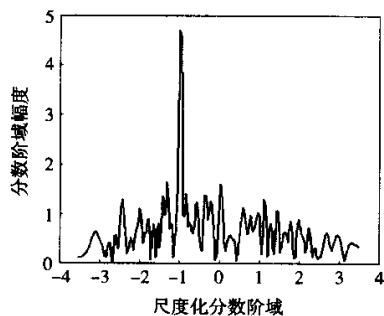
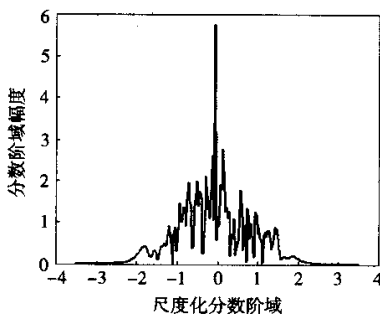


图 2 RAT 变换的仿真结果

Fig. 2 Simulation of the RAT



(a) 信号的 a_1 阶 FRFT



(b) 信号的 a_2 阶 FRFT

图 3 FRFT 变换的仿真结果

Fig. 3 Simulation of the FRFT

4 结束语

作者提出的方法有以下几个特点: ①将 RAT 和 FRFT 相结合, 即先利用 RAT 快速发现目标, 然后利用 FRFT 对目标作细致分析。这种检测和估计分离的方法在一定意义上可以增加系统的灵活性, 例如, 在检测到多个目标后, 可以只对感兴趣的目标作细致分析。②增加了对 chirp 信号幅度的估计, 利用离散 FRFT 公式导出幅度估计的一种适合于计算的表达式。这在已有方法中没有涉及, 作者认为, chirp 信号的幅度和相位参数具有与调频率和初始频率参数同等重要的地位, 在探测和医学等领域应用中, 可以从中获取丰富信息, 因此该方面值得深入研究。

总之, 与 RWT 法和 FRFT 扫描法相比, 该方法将 chirp 信号的检测问题变为一维搜索问题, 简化了信号检测过程, 同时与单纯的 RAT 法相比, 它又

横坐标轴代表调频率 f_m , 由图 2 可清楚地看到 2 个尖峰, 由给定的门限可以检测出 2 个 chirp 信号, 并可估计出它们的调频率分别为 $\hat{f}_{m_1} = 5.2$ Hz/s, $\hat{f}_{m_2} = 15.4$ Hz/s。

利用式(5)算出每个 chirp 信号所对应的分数阶傅里叶变换阶次 $a_1 = -0.121$, $a_2 = -0.042$ 。对观测信号分别作 a_1 和 a_2 阶分数阶傅里叶变换, 仿真结果如图 3 所示。

利用式(6)计算出 chirp 信号初始频率估值为 $\hat{f}_1 = 4.9397$ Hz, $\hat{f}_2 = 0.9396$ Hz。再利用公式(12)计算出 chirp 信号的幅度估计 $\hat{A}_1 = 1.042$ mV, $\hat{A}_2 = 0.753$ mV。由仿真结果可以看出, 在较强的噪声环境下, 参数估计的效果仍然很好。

有效地解决了 chirp 信号的初始频率和幅度参数的估计问题。因此不失为一种全面而有效的 chirp 信号检测和多参数估计方法。

参考文献:

- [1] Tao Ran, Ping Xianjun, Zhao Xinghao. Detection and estimation of moving targets based on fractional Fourier transform [Z]. International Conference on Signal Processing, Beijing, 2002.
- [2] Dong Yongqiang, Tao Ran. SAR moving target detection and imaging based on WVH transform [J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 1999, 8 (1): 94-100.
- [3] Barbarossa S. Analysis of multicomponent LFM signals by a combined Wigner-Hough transform [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1995, 43: 1511-1515.

(下转第 377 面)

有效的,而且 PGA 对各阶相位误差都有很好的补偿能力。



图2 PGA补偿后成像结果

Fig.2 Imaging result after PGA

3 结束语

为了得到较高的分辨率和图像质量,在进行机载 SAR 信号处理时,必须进行运动补偿。通常采用惯导补偿和自聚焦算法相结合的补偿手段。作者对基于惯导的运动补偿和 PGA 算法进行分析和验证,指出利用惯导进行运动补偿时,惯导的精度和数据率同样重要,缺一不可;PGA 算法的优点是可以补偿任意阶相位误差,缺点是实现复杂,运算量大。

参考文献:

- [1] Buckreuss S. Motion compensation for airborne SAR based on inertial data, RDM and GPS[Z]. The 1994 International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Paris, 1994.
- [2] Blacknell D, Freeman A, Quegan S, et al. Geometric accuracy in airborne SAR images[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1989, 25(2):241—255.
- [3] 臧铁飞,龙 腾,吴嗣亮等. 一种新的星载 SAR 多普勒调频率的估计方法[J]. 北京理工大学学报, 2000, 20(6):729—732.
Zang Tiefei, Long Teng, Wu Siliang, et al. A new method of estimating the Doppler frequency rate of spaceborne SAR [J]. Journal Beijing Institute of Technology, 2000, 20(6):729—732. (in Chinese)
- [4] Wahl D E, Eichel P H, Ghiglia D C, et al. Phase gradient autofocus——A robust tool for high resolution SAR phase correction [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1994, 30(3):827—835.
- [5] Horrell J M, Knight A, Inggs M R. Motion compensation for airborne SAR[J]. Proceedings of the 1994 IEEE South African Symposium on Communications and Signal Processing, 1994, 7803:128—131.
- [6] Su Hongyu, Long Teng, He Peikun. Analysis of motion compensation and an implementation solution for airborne SAR systems[Z]. The 2nd SPIE International Symposium on Multispectral Image Processing and Pattern Recognition, Wuhan, 2001.
- [7] 张澄波. 综合孔径雷达[M]. 北京: 科学出版社, 1989.
Zhang Chengbo. Synthetic aperture radar [M]. Beijing: Science Press, 1989. (in Chinese)
- [8] 林茂庸,柯有安. 雷达信号理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1981.
Lin Maoyong, Ke Youan. Radar signal theory [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1981. (in Chinese)
- [9] Processing, 1994, 42:3084—3091.
- [7] Ozaktas H M, Kutay M A. Digital computation of the fractional Fourier transform[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1996, 44(9):2141—2150.
- [8] Pei S C, Yeh M H. Discrete fractional Fourier transform based on orthogonal projections[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1999, 47(5):1335—1348.
- [9] Candan C, Kutay M A. The discrete fractional Fourier transform [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2000, 48(5):1329—1337.
- [10] Tao Ran, Ping Xianjun, Zhao Xinghao. A novel discrete fractional Fourier transform[Z]. CIE International Conference of Radar, Beijing, 2001.
- [4] Wang Minsheng, Chan Andrew K. Linear frequency-modulated signal detection using Radon-Ambiguity transform[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1998, 46:571—586.
- [5] 董永强,陶 然. 含未知参数的多分量 Chirp 信号的分数阶傅里叶分析[J]. 北京理工大学学报, 1999, 19(5):612—616.
Dong Yongqiang, Tao Ran. The fractional Fourier analysis of multicomponent chirp signals with unknown parameters[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 1999, 19(5):612—616. (in Chinese)
- [6] Almeida B. The fractional Fourier transform and time-frequency representation[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 42:3084—3091.

(上接第 374 面)