Classificazione forme quadratiche.

Caso non singolare.

Se $A = A^t \in \mathbb{R}^{n\times n}$ è una matrice simmetrica, definiamo

$$A_k = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2k} \\ \vdots & & & \\ a_{k1} & a_{k2} & & a_{kk} \end{bmatrix} \quad \forall k \in \{1,\dots,n\}$$

(Sottomatrice quadrata $k\times k$)

~~Attenz~~ Vale il seguente Teorema (che non dimostriamo)

Teorema Data $A = A^t \in \mathbb{R}^{n\times n}$, vale quanto segue:

(1) $A > 0 \iff \det A_k > 0 \quad \forall k \in \{1,\dots,n\} \qquad (*)$

(2) $A < 0 \iff (-1)^k \det(A_k) > 0 \quad \forall k \in \{1,\dots,n\} \qquad (**)$

(3) $\begin{cases} \det A \neq 0 \\ (*) \text{ e } (**) \text{ sono entrambe false} \end{cases} \implies A$ è indefinita

ESERCIZI SVOLTI IN CLASSE: classificazione punti critici di

$$f(x,y,z) = x^2 + z^2 e^z + y^2 + (x+1)\frac{y}{2}$$

$$f(x,y,z) = -2x^2 - x^3 - xy - 4yz - y^2 + 4z$$

$$f(x,y,z) = z^4 - 3z^2 - x^2 + ye^{-y} - 2xz$$