COMPITO C

Algebra e Geometria, Fisica (Fioresi)

5 Novembre, 2018

NOME:	
-------	--

COGNOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

(Si indichi la data di nascita se non si e' in possesso del numero di matricola).

Ci sono 3 esercizi per un totale di 150 punti. Tutto il lavoro deve essere svolto su queste pagine. Non fate la brutta e siate chiari nei ragionamenti.

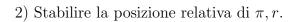
REGOLE

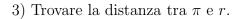
- a e b sono le ultime due cifre NON NULLE e DISTINTE del proprio numero di matricola. Esempio: se il numero di matricola e' 624040066 allora a = 4, b = 6. Nel SOLO caso in cui non si disponga del proprio numero di matricola, a =ultima cifra del mese di nascita b =ultima cifra dell'anno di nascita. NON e' permesso risolvere l'esercizio lasciando i parametri a e b indicati.
- NON e' ammesso in nessun caso l'uso delle formule per la geometria tridimensionale eccetto quelle viste in classe e presenti nel Lang. NON e' permesso l'uso del concetto di DETERMINANTE e del calcolo differenziale (derivate e integrali).
- Non sono permessi calcolatrici, telefonini, libri o appunti.

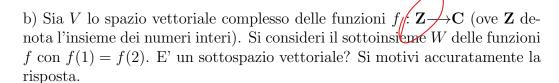
1	
2	
3	
Totale	

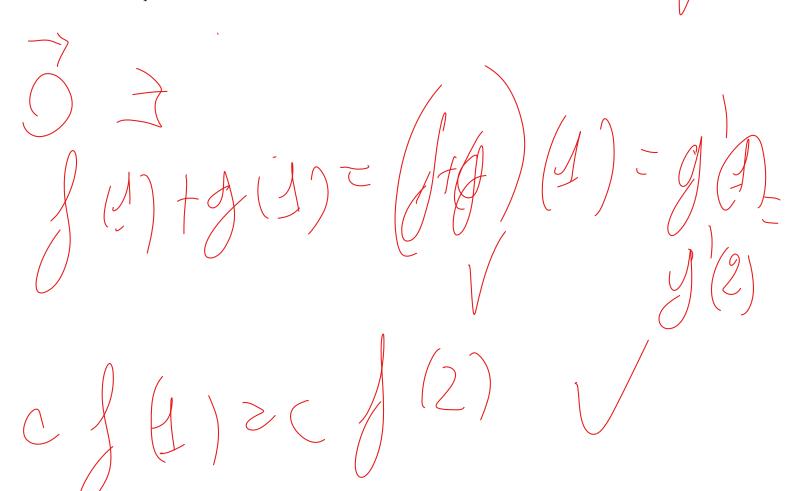
Esercizio 1 (50 punti)

- a) Dati in ${f R}^3$ il piano π di equazione cartesiana $\pi:-x+2y-2z+a=0$ e la retta r di equazioni cartesiane r:-x-2z+3a=0,2y-a=0
- 1) Trovare equazioni parametriche per r.









Esercizio 2 (60 punti)

- a) Si enunci chiaramente il teorema di Rouche' Capelli e si dia la definizione di rango di una matrice.
- b) Si dimostri che l'intersezione di due sottospazi in uno spazio vettoriale dato e' un sottospazio vettoriale.
- c) Si risponda vero o falso dando una motivazione accurata alla risposta.
- I) Siano U e W sottospazi vettoriali di V. Esiste una base di U ed una base di W tali che L'intersezione di tali basi sia una base per $U \cap W$.
- II) Siano A e B matrici $n \times n$ a coefficienti reali. Se rango di A e' uguale a rango di AB allora B e' invertibile.

CREDITO EXTRA (15 punti). Siano U e W sottospazi di V, $V = U \oplus W$ e sia Z un altro spazio vettoriale (tutti gli spazi considerati sono finito dimensionali). Se $f: U \longrightarrow Z$ e' iniettiva e $g: Z \longrightarrow W$ e' suriettiva, con ker(g) = Im(f), allora Z e' isomorfo a V.

Esercizio 3 (40 punti)

a) Si consideri l'applicazione lineare $f: \mathbf{C}^3 \longrightarrow \mathbf{C}^4$, $f(e_1) = e_1 + ie_2 + e_3 + 2e_4$, $f(e_2) = be_2 + ibe_3 + 2e_4$, $f(e_3) = 2e_1 + 2ie_2 + 2e_3 + 2e_4$. E' iniettiva? E' suriettiva? E' biettiva? Si motivi chiaramente la risposta.



b) Si determinino i valori di k (se esistono) per i quali (-2,k,-2,-2) appartiene all'immagine di f.

c) Si determinino i valori di k (se esistono) per i quali (-2,k,-2) appartiene al nucleo di f.

