

COMPITO D

Algebra e Geometria, Fisica (Fioresi)

5 Novembre, 2018

NOME:

COGNOME:

NUMERO DI MATRICOLA :

(Si indichi la data di nascita se non si e' in possesso del numero di matricola).

Ci sono 3 esercizi per un totale di 150 punti. Tutto il lavoro deve essere svolto su queste pagine. Non fate la brutta e siate chiari nei ragionamenti.

REGOLE

- a e b sono le ultime due cifre **NON NULLE** e **DISTINTE** del **proprio numero di matricola**. Esempio: se il numero di matricola e' 624040066 allora $a = 4$, $b = 6$. Nel SOLO caso in cui non si disponga del proprio numero di matricola, a =ultima cifra del mese di nascita b =ultima cifra dell'anno di nascita. NON e' permesso risolvere l'esercizio lasciando i parametri a e b indicati.
- NON e' ammesso in nessun caso l'uso delle formule per la geometria tridimensionale eccetto quelle viste in classe e presenti nel Lang, ne' l'uso del DETERMINANTE e del calcolo differenziale (derivate e integrali).
- Non sono permesse calcolatrici, telefonini, libri o appunti.

1	
2	
3	
Totale	

Esercizio 1 (50 punti)

a) Si risponda VERO o FALSO motivando accuratamente la risposta (se si intende usare un risultato e' necessario enunciarlo chiaramente).

I) Se A e B sono due matrici rispettivamente 3×2 e 2×3 allora il rango di AB puo' essere uguale a tre (per una scelta opportuna di A e B).

II) Se v_1, v_2, v_3 sono vettori linearmente indipendenti in V e w_1, w_2, w_3 sono linearmente indipendenti e tali che $w_i \notin \text{span}\{v_1, v_2, v_3\}$ allora la dimensione di V e' almeno 6.

III) Siano B e B' due basi fissate di uno stesso spazio vettoriale V . Se u e v hanno le stesse coordinate rispetto a B e B' allora $u = v$.

b) Si enunci con chiarezza il teorema del completamento.

CREDITO EXTRA (15 punti). Sia $g : V \longrightarrow V$ una applicazione lineare tale che $g^4 = 0$. Allora $\text{id} + g$ e' un isomorfismo.

Esercizio 1 (50 punti)

Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbf{C}^3 \longrightarrow \mathbf{C}^3$, $f(x, y, z) = (ix + ay + iz, 2x + 2z, kx + iay + z)$.

- a) Si calcoli una base per il nucleo e una base per l'immagine al variare di k .
- b) Si dica se esistono valori di k per i quali l'applicazione data è iniettiva, suriettiva, biiettiva.
- c) Scelto un valore opportuno di k (se esiste) si calcoli f^{-1} .

Esercizio 3 (50 punti)

a) Sia V lo spazio vettoriale reale delle funzioni $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. Si consideri il sottoinsieme W delle funzioni f con $f(0) = f(b)$. E' un sottospazio vettoriale? Si motivi accuratamente la risposta.

b) Dati in \mathbf{R}^3 il piano π di equazione cartesiana $\pi : -x - 2z + 3a = 0$ e la retta r di equazioni cartesiane $r : -x + 2y - 2z + a = 0, 2y - a = 0$

1) Trovare equazioni parametriche per r .

2) Stabilire la posizione relativa di π, r .

3) Trovare la distanza tra π e r .