**DOMANDE ORALE ALGEBRA E GEOMETRIA (Fioresi, Latini, Tutor) 2022**

*Possibili domande su esercizi sbagliati ai parziali.*

Teorema di Jordan.

Se è matrice quadrata con autovalori reali, ha gli stessi autovalori al quadrato con la stessa molteplicità algebrica? (Sì)

Dimostrare che rango righe di rango colonne .

Dimostrazione .

Discorso su diagonalizzabilità.

Dimostrare che una matrice è diagonale se e solo se l’applicazione lineare è diagonale.

Dimostrare che se e solo se la matrice è diagonalizzabile.

Definizione di tensori.

Da dove si prende ?

Quando un’applicazione lineare è isomorfismo?

In quali dimostrazioni si utilizza il teorema del completamento e in quali il teorema della dimensione?

Dimostrare che è uguale a .

Qual è l'applicazione da W a W e da a (l'identità, ma non solo quella con gli 1 sulla diagonale)

Quando è invertibile? (quando il prodotto scalare è non degenere)

Dimostrare col Teorema di Grassmann che la dimensione di è maggiore di se il prodotto scalare è non degenere.

Definizione di somma e somma diretta di sottospazi. Esempio di somma NON diretta.

Definizione di prodotto tensoriale e applicazione .

Isomorfismo , base duale e prodotto scalare.

Dimostrare che se un prodotto scalare è definito positivo, vettori ortogonali sono linearmente indipendenti.

Differenza tra insieme di generatori e base?

Dimostrare l’equivalenza di e .

Criterio di diagonalizzabilità di una matrice, quando una matrice è diagonalizzabile e cosa deve accadere affinché una matrice sia diagonalizzabile?

Dimostrare che se la somma delle molteplicità geometriche è uguale a quella delle molteplicità algebriche, che è uguale a , allora esiste una base di autovettori.

Dimostrare il Teorema della dimensione.

Enunciare il Teorema di Sylvester e “dimostrarlo”, verificarlo, nel caso 3x3.

Dimostrare che ogni matrice simmetrica ammette almeno un autovalore reale.

Enunciare il Teorema Spettrale nel caso complesso.

Enunciare cos’è un gruppo. Fare un esempio e un controesempio.

Le matrici unitarie formano un gruppo? (Sì, è il gruppo ) Dimostrarlo, mostrarlo, provarlo.

Che cos’è l’algoritmo di Gauss e come lo utilizziamo?

Come utilizzo l’algoritmo di Gauss per calcolare la dimensione del nucleo di una applicazione lineare o di una matrice?

Qual è il collegamento tra l’algoritmo di Gauss e il determinante di una matrice quadrata?

Definire un prodotto scalare su uno spazio vettoriale reale e dire quando è non degenere e definito positivo.

Perché se ci sono autovalori nulli allora il prodotto scalare è degenere? (Esiste un vettore diverso da quello nullo che fa zero moltiplicato scalarmente con tutti gli altri.) Dimostrarlo.

Dimostrare che l’esponenziale di una matrice diagonale è una matrice diagonale.

Parlare dei prodotti scalari.

Dimostrazione a passaggi del Teorema della Dimensione.

Dimostrazione a passaggi del Teorema del Completamento.

Parlare del prodotto scalare di Minkowsky.

Parlare delle matrici ortogonali.

Applicazione che va da a .

Definizione di gruppo.

Teorema di Jordan.

Teorema Rouchè-Capelli.

Prodotti scalari.

Definizione di prodotto scalare definito positivo e non degenere.

Teorema della dimensione e dove si usa.

Teorema di Rouchè-Capelli.

e le condizioni affinché esista un isomorfismo tra e .

Equazioni parametriche e cartesiane di rette e piani (significato e come passare dalle une alle altre).

Diagonalizzazione di applicazioni lineari e matrici, nella teoria e negli esercizi (in particolare anche gli ostacoli a tale procedimento).

Prodotto scalare non degenere e definito positivo e cosa comporta per le matrici associate.

Enuncia il Teorema spettrale.

Somma e somma diretta.

Teorema della dimensione (enunciato).

Dimostrazione .

Parlare degli Spazi duali.

Parlare dei Tensori.

Parlare del Teorema di Sylvester (e la differenza che c’è nell’enunciarlo nei reali e nei complessi).

Teorema del completamento.

Lemma di sostituzione.

Teorema di Sylvester.

Teorema Sylvester.

Le matrici ortogonali sono un gruppo.

.

Isomorfismo e , c'è sempre?

Jordan.

Tensori decomponibili.

Definizione di gruppo, esempio e controesempio.

Matrici hermitiane formano un gruppo?

Teorema Rouchè-Capelli.

Le soluzioni di un sistema lineare formano uno spazio vettoriale?

Enunciato Teorema del completamento.

Dimostrazione che in un prodotto scalare non degenere vettori mutualmente ortogonali non sono linearmente indipendenti.

Dimostrazione che l’esponenziale di una matrice simmetrica è una matrice associata ad un prodotto scalare definito positivo.

Dimostrare che se A è diagonalizzabile allora è invertibile.

Enunciato del Teorema del completamento e Lemma di sostituzione.

Enunciato e dimostrazione del teorema di Rouchè-Capelli.

Enunciato del teorema di Sylvester.