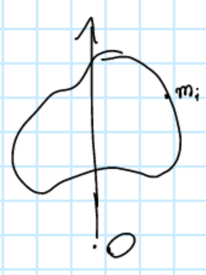
domande 27 gennaio

mercoledì 27 gennaio 2021 15:12

qual'è la relazione fra momento angolare e velocità angolare



$\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i$

$L = \sum \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i = \ldots$

$\ldots = \sum (m_i d_i^2)\vec{\omega} - \sum m_i z_i \omega \vec{d}_i$

cos'è una condizione di equilibrio stabile?

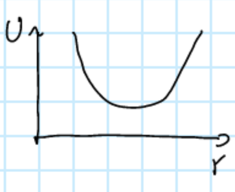
una pallina in fondo ad una buca di potenziale, un punto dove il potenziale ha un minimo.

se $U(r \pm dr)$ → se ci spostiamo un po' a destra o un po' a sinistra

che forza si sente nell'intorno del minimo di potenziale

il grafico dell'energia potenziale nell'intorno del punto è una parabola

$U = A + Br^2$



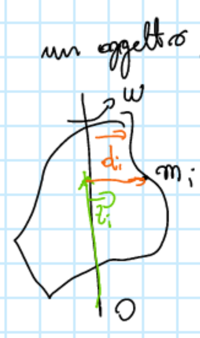
$F = -\frac{dU}{dr} = \underbrace{-2Br}$ → la forza è di tipo elastica

2° INTERROGATO

un sistema che ruota su se stesso trovare relazione fra velocità angolare e momento

un oggetto generico che ruota attorno ad un asse generico, $\vec{r}_i = \vec{d}_i + \vec{z}_i$

momento rispetto al polo O



$\vec{L} = \sum \vec{r}_i \times m_i \vec{v}_i$

sappiamo che $\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{d}_i$

$\vec{L} = \sum m_i \vec{r}_i \times \vec{\omega} \times \vec{d}_i$

uso il bac - cab

$\vec{L} = \sum m_i \left[\vec{\omega}(\vec{r}_i \cdot \vec{d}_i) - \vec{d}_i(\vec{r}_i \cdot \vec{\omega})\right]$

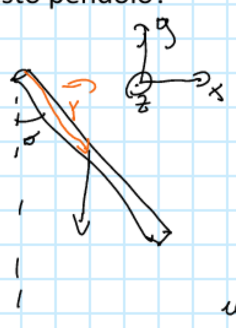
$\vec{L} = \sum m_i d_i^2 \vec{\omega} - \underbrace{\sum m_i z_i \omega \vec{d}_i} \to L_\perp$

chiamo $\sum m_i d_i^2 = I$ inerzia

$\vec{L} = I\vec{\omega} - \vec{L}_\perp$

applichiamo questa legge ad un pendolo fisico, come possiammo trovare il periodo di oscillazione di questo pendolo?

il sistema ha un solo grado di libertà quindi mi interessa il momento solo lungo z



$I = \frac{ML^2}{3}$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times M\vec{g} = \frac{L}{2} \cdot \sin\theta \cdot M \cdot g\,\hat{k}$

usiamo $\frac{dL_z}{dt} = \tau_z$

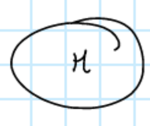
$\frac{\cancel{M}L^{\cancel{2}}}{\cancel{3}}\ddot{\theta} = \frac{\cancel{L}}{\cancel{2}} \sin\theta\, \cancel{M} g\,\hat{k}$ per angoli piccoli $\sin\theta \approx \theta$

$\ddot{\theta} = \frac{g}{L}\theta$

3° INTERROGATO

c'è un oggetto di massa m piccolo che si avvicina da molto lontano cosa succede?

$\vec{L} = r \mu v \sin\theta$ → parametro d'impatto b



per capire la traiettoria bisogna considerare l'energia meccanica

$E = K + U = \frac{1}{2}\mu v^2 - G\frac{Mm}{r}$

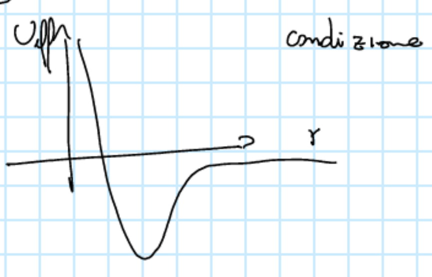
$v = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\varphi}\hat{\varphi}$

ricordiamo $L = \mu r^2 \dot{\varphi}$

$= \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\mu r^2\dot{\varphi}^2 - G\frac{Mm}{r}$

$= \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{\mu^2 r^4 \dot{\varphi}^2}{\mu r^2} - G\frac{Mm}{r}$ ($\mu^2 r^4 \dot{\varphi}^2 \to L^2$)

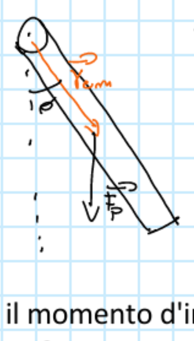
$= \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \underbrace{\frac{L^2}{\mu r^2} - G\frac{Mm}{r}}_{U_{eff}}$



condizione orbita ellittica $E < 0$

4° INTERROGATO

supponi di avere un asta rigida appesa per un'estremità e spostarla dal punto di equilibrio, cosa succede?



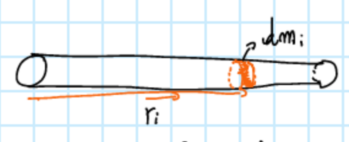
$\vec{\tau}_{F_p} = r_{cm} \cdot \sin\theta \cdot M \cdot g$

$\tau_{F_p} = I\ddot{\theta}$

$\sin\theta \approx \theta$

$I\theta = r_{cm} M \cdot g \cdot \theta$

cos'è il momento d'inerzia e come calcolerebbe il momento d'inerzia di quest'asta rispetto ad un suo estremo?



ogni elemento infinitesimo $dm_i = \rho A \cdot dr = \lambda\, dr$

$I = \sum m_i r_i^2 = \int_0^L \lambda r^2 dr = \lambda\left[\frac{r^3}{3}\right]_0^L = \frac{\lambda L^3}{3} = \frac{ML^2}{3}$

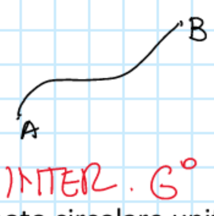
INTER. 5°

cos'è una forza conservativa?

una forza è conservativa se per ogni percorso chiuso il lavoro è zero (ma non per uno)

definizione del lavoro?

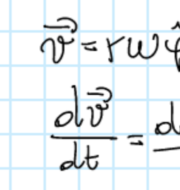
dato un una traiettoria generica gamma γ e un campo della forza $\vec{F}$



$L = \int_{\gamma\, A}^{B} \vec{F} \cdot \vec{ds}$

INTER. 6°

mi fa vedere che nel moto circolare uniforme c'è un'accellerazione?



$\theta = \omega t$

$\vec{r} = \begin{cases} x(t) = r\cos\omega t \\ y(t) = r\sin\omega t \end{cases}$

chiamo il versore $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$

e $\hat{\varphi} = \frac{\vec{v}}{r\omega}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{cases} x(t) = -r\omega \sin(\omega t) \\ y(t) = r\omega\cos(\omega t) \end{cases}$

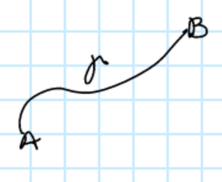
dunque $\hat{\varphi} \cdot \hat{r} = 0$

$\vec{v} = r\omega\hat{\varphi}$ chiamo $\vec{\omega} = \omega\hat{k}$ dunque $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\,\vec{\omega}\times\vec{r}}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{\omega}}{dt}}_{=0} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega}\times\vec{\omega}\times\vec{r} = \vec{\omega}\underbrace{(\vec{\omega}\cdot\vec{r})}_{=0} - \vec{r}(\vec{\omega}\cdot\vec{\omega}) = -\omega^2\vec{r} = -\omega^2 r\hat{r}$

$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d r\hat{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d\hat{r}}{dt} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\varphi}\hat{\varphi}$ dove $\dot{\varphi}$ è la velocità angolare

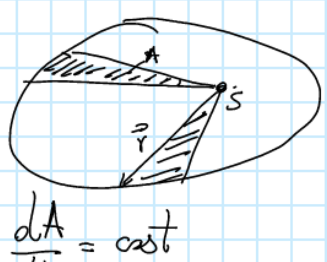
vorrei che definisse quando una forza è conservativa $L = \int_{\gamma\, A}^{B} \vec{F} \cdot \vec{ds}$



una forza è conservativa se questo integrale non dipende dal percorso. ⇒ dunque ∃ una primitiva del lavoro

INTERROGATO 7

enunci la seconda legge di keplero e imposti la dimostrazione



$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{\tau}$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ $F = \frac{1}{r^2}\hat{r}$

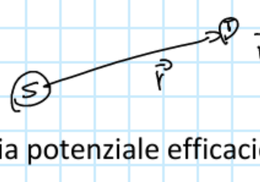
$\vec{\tau} = 0 \Rightarrow L = \text{costante}$

$\frac{dA}{dt} = \text{cost}$

$= \frac{1}{2}\vec{r} \times \vec{dr}$

$\frac{dA}{dt} = \frac{\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt}}{2} = \frac{\mu \times \vec{r} \times \vec{v}}{2\mu} = \frac{L}{2\mu} = \text{costante}$

esprima L in coordinate polari



$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d\hat{r}}{dt} = \dot{r}\hat{r} + r\omega\hat{\varphi}$ $L = r^2 \mu \dot{\theta}\hat{k}$

energia potenziale efficacie direi, non ho capito + CONSIDERAZIONI

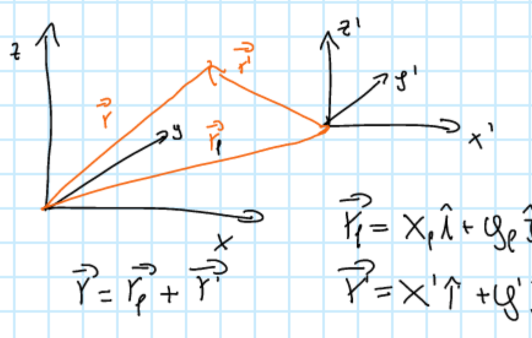
INTERROGATO 8

come si è stimata la massa della terra

si usa la legge di gravitazione universale

$\vec{F} = G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$

la terra è un sistema di riferimento non inerziale, che termini correttivi bisogna considerare?



$\vec{r}_1 = x_p\hat{\imath} + y_p\hat{\jmath} + z_p\hat{k}$

$\vec{r} = \vec{r}_p + \vec{r}'$

$\vec{r}' = x'\hat{\imath} + y'\hat{\jmath} + z'\hat{k}$

$\frac{d\vec{r}'}{dt} = \dot{x}'\hat{\imath} + \dot{y}'\hat{\jmath} + \dot{z}'\hat{k} +$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_p}{dt} +$