Cognome ______________________ **Nome** ______________________

Matricola ______________________ **Fila 1**

Università degli Studi di Bologna, Corso di Laurea in Informatica
Esame di INFORMATICA TEORICA (6 CFU), 08/06/2023

Utilizzare i riquadri bianchi per le risposte. Solo se strettamente necessario, si può allegare un foglio protocollo in coda con ulteriore testo, indicando in alto nome, cognome, fila e matricola.

Nota: nelle domande da Q2 a Q6 una risposta giusta da 1 punto, una risposta sbagliata sottrae 0.25 punti. Si puó scegliere di non rispondere, nel qual caso non vengono dati né sottratti punti.

Q1 (5 punti). Nel seguito, sia code(−) una funzione iniettiva calcolabile che codifichi macchine di Turing come stringhe in $\{0,1\}^*$. Per ciascuno dei seguenti linguaggi, indica se é (1) decidibile, (2) indecidibile ma riconoscibile, (3) non riconoscibile.

	Linguaggio	Decidicibile	Indecidibile ma riconoscibile	Non riconoscibile
(a)	$\{y \in \{0,1\}^\star \mid y = \text{code}(M)$ per qualche TM M e M si ferma sulla stringa 010$\}$			
(b)	$\{y \in \{0,1\}^\star \mid y = \text{code}(M)$ per qualche TM M e M va sempre a destra durante la computazione$\}$			
(c)	$\{y \in \{0,1\}^\star \mid y = \text{code}(M)$ per qualche TM M e M non si ferma su $\text{code}(M)\}$			
(d)	$\{y \in \{0,1\}^\star \mid y = \text{code}(M)$ per qualche TM M e M si ferma su almeno una stringa di lunghezza pari$\}$			
(e)	$\{\langle y, x\rangle \in \{0,1\}^\star \times \{0,1\}^\star \mid y = \text{code}(M)$ e $x = \text{code}(M')$ per qualche TM M, M', e M si ferma sulle stesse stringe di $M'\}$			

Q2 (5 punti). Indica (con un Si o No) a quali dei linguaggi di Q2 (indicati con (a), (b), (c) e (d)) é applicabile il teorema di Rice.

	Rice?		Rice?		Rice?		Rice?		Rice?
(a)		(b)		(c)		(d)		(e)	

Q3 (5 punti). Per ciascuno dei seguenti linguaggi, indica se l'algoritmo noto di complessità minore é nella classe P o NP. Si assume che $\langle - \rangle$ sia una codifica di un oggetto del problema (grafo, strategia, formula, etc.) come stringa del linguaggio. Come in classe, assumiamo che calcolare $\langle - \rangle$ impieghi tempo al piú polinomiale.

	Linguaggio	P	NP
(a)	Considera il seguente problema riferito a grafi diretti G: $\{\langle G, s, t\rangle \mid \text{ esiste un percorso da } s \text{ a } t \text{ in } G\}$		
(b)	Dato un grafo indiretto G, ricorda che un k-clique in G é un sottografo G' di G con k nodi, tale che ogni coppia di nodi di G' é collegata da un arco. Considera il linguaggio $\{\langle G, k\rangle \mid G \text{ ha un } k\text{-clique}\}$		
(c)	Dato un grafo indiretto G, ricorda che un k-clique in G é un sottografo G' di G con k nodi, tale che ogni coppia di nodi di G' é collegata da un arco. Considera il linguaggio $\{\langle G\rangle \mid G \text{ ha un 3-clique}\}$		
(d)	Considera il seguente problema riferito a grafi indiretti G: $\{\langle G\rangle \mid \text{ esiste un percorso in } G \text{ che visita tutti i nodi esattamente una volta}\}$		
(e)	Considera il seguente problema riferito a grafi diretti G: $\{\langle G, s, t\rangle \mid \text{ non esiste alcun percorso da } s \text{ a } t \text{ in } G\}$		

Cognome ______________________ **Nome** ______________________

Matricola ______________________ **Fila 1**

Università degli Studi di Bologna, Corso di Laurea in Informatica
Esame di INFORMATICA TEORICA (6 CFU), 08/06/2023

Utilizzare i riquadri bianchi per le risposte. Solo se strettamente necessario, si può allegare un foglio protocollo in coda con ulteriore testo, indicando in alto nome, cognome, fila e matricola.

Q4 (10 punti). Indica (senza dimostrazione) quali di queste affermazioni sono vere, quali sono false, e quali sono problemi aperti.

	Linguaggio	V	F	Aperto
(a)	Se L é in NP, allora anche il suo complemento é in NP.			
(b)	Sia L in P. Se $SAT \leq_p L$, allora $P = NP$.			
(c)	La classe dei linguaggi in P é chiusa sotto l'operazione di unione.			
(d)	$3SAT$ é in P.			
(e)	$PSPACE = NPSPACE$.			
(f)	Esistono linguaggi L_1 e L_2 tali che $L_1 \leq L_2$ ma $L_1^- \not\leq L_2^-$, dove L^- indica il complemento di L.			
(g)	Esiste un linguaggio decidibile non in $PSPACE$.			
(h)	Esiste un linguaggio $EXPTIME$-completo in P.			
(i)	$NP \subseteq PSPACE$.			
(j)	Se $P = NP$, allora il linguaggio della fermata $HALT$ é in P, dove: $HALT = \{\langle y, x\rangle \in \{0,1\}^\star \mid y = \text{code}(M)$ per qualche TM M e M si ferma su $x\}$			

Q5 (5 punti). Supponi L sia un linguaggio NP-completo. Dimostra che se L fosse in P, allora avremmo che $P = NP$.