Cognome ______________________ **Nome** ______________________

Matricola ______________________ **Fila 1**

Università degli Studi di Bologna, Corso di Laurea in Informatica
Esame di INFORMATICA TEORICA (6 CFU), 14/07/2023

Utilizzare i riquadri bianchi per le risposte. Solo se strettamente necessario, si può allegare un foglio protocollo in coda con ulteriore testo, indicando in alto nome, cognome, fila e matricola.

Nota: nelle domande da Q1 a Q5 una risposta giusta da 1 punto, una risposta sbagliata sottrae 0.25 punti. Si puó scegliere di non rispondere, nel qual caso non vengono dati né sottratti punti.

Q1 (5 punti). Sia L un linguaggio decidibile da una TM non-deterministica in tempo $T(n)$. Indica (con 'si' o 'no') per quali dei seguenti possibili valori di $T(n)$ possiamo dire che L é nella classe NP.

	É in NP?
(a) $2^n + 1$	
(b) $2n^2$	
(c) $n!$	

	É in NP?
(d) 4	
(e) $2^{\log_2 n}$	

a: no, b: si, c: no, d: si, e: si

Q2 (5 punti). Nel seguito, sia code(−) una funzione iniettiva calcolabile che codifichi macchine di Turing come stringhe in $\{0,1\}^*$. Per ciascuno dei seguenti linguaggi, indica se é (1) decidibile, (2) indecidibile ma riconoscibile, (3) non riconoscibile.

	Linguaggio	Decidicible	Indecidibile ma riconoscibile	Non riconoscibile
(a)	$\{y \in \{0,1\}^\star \mid y = \text{code}(M)$ per qualche TM M e M non si ferma sulla stringa $010\}$			
(b)	$\{y \in \{0,1\}^\star \mid y = \text{code}(M)$ per qualche TM M e M si ferma su tutti gli input$\}$			
(c)	$\{y \in \{0,1\}^\star \mid y = \text{code}(M)$ per qualche TM M e M ha cinque stati $\}$			
(d)	$\{y \in \{0,1\}^\star \mid y = \text{code}(M)$ per qualche TM M e M si ferma su almeno una string di lunghezza pari$\}$			
(e)	$\{\langle y, x\rangle \in \{0,1\}^\star \times \{0,1\}^\star \mid y = \text{code}(M)$ e $x = \text{code}(M')$ per qualche TM M, M', e M si ferma sulle stesse stringe di $M'\}$			

a: (3), b: (3), c: (1), d: (2). e: (3)

Q3 (5 punti). Indica (con un Si o No) a quali dei linguaggi di Q2 (indicati con (a), (b), (c), (d) e (e)) é applicabile il teorema di Rice.

	Rice?		Rice?		Rice?		Rice?		Rice?
(a)		(b)		(c)		(d)		(e)	

Il teorema di Rice si applica ad a, b, e d.

Cognome ______________________________ **Nome** ______________________________

Matricola ______________________________ **Fila 1**

Università degli Studi di Bologna, Corso di Laurea in Informatica
Esame di INFORMATICA TEORICA (6 CFU), 14/07/2023

Utilizzare i riquadri bianchi per le risposte. Solo se strettamente necessario, si può allegare un foglio protocollo in coda con ulteriore testo, indicando in alto nome, cognome, fila e matricola.

Q4 (10 punti). Indica (senza dimostrazione) quali di queste affermazioni sono vere, quali sono false, e quali sono problemi aperti.

	Linguaggio	V	F	Aperto
(a)	Il seguente problema é in NP $\{\langle G, k\rangle \mid G$ é un grafo diretto ed esiste un percorso in G con almeno k archi$\}$			
(b)	Il seguente problema é in NP $\{\langle M, x, 1^k\rangle \mid$ M é una TM non-deterministica che accetta x in al piú k passi$\}$			
(c)	Se L é in NP, allora anche il suo complemento é in NP.			
(d)	Sia L in P. Se $3SAT \leq_p L$, allora $P = NP$.			
(e)	La classe dei linguaggi riconoscibili é chiusa sotto l'operazione di complemento.			
(f)	Se un linguaggio é in $NPSPACE$, allora lo é anche il complemento di quel linguaggio.			
(g)	Dato L decidibile, per qualsiasi linguaggio L', abbiamo $L \leq L'$.			
(h)	Se $L \leq HALT$, allora L é indecidibile.			
(i)	$NP \subseteq PSPACE$.			
(j)	Alcuni linguaggi decidibili non sono in P.			

(a) Vero.

(b) Vero.

(c) Problema aperto (dipende se $P = NP$).

(d) Vero.

(e) Falso.

(f) Vero (per il teorema di Savitch, PSPACE = NPSPACE).

(g) Vero.

(h) Falso.

(i) Vero

(j) Vero (teorema di gerarchia di tempo)

Cognome ____________________ **Nome** ____________________

Matricola ____________________ **Fila 1**

Università degli Studi di Bologna, Corso di Laurea in Informatica
Esame di INFORMATICA TEORICA (6 CFU), 14/07/2023

Utilizzare i riquadri bianchi per le risposte. Solo se strettamente necessario, si può allegare un foglio protocollo in coda con ulteriore testo, indicando in alto nome, cognome, fila e matricola.

Q5 (6 punti). Ricorda la definizione di formula booleana in cnf (forma normale congiunta). Diciamo che una formula booleana é in n-cnf se é in cnf ed ogni clausola che la compone contiene esattamente n letterali. Definiamo

$$nSAT = \{\langle\varphi\rangle \mid \varphi \text{ é una formula booleana in n-cnf soddisfacibile}\}.$$

Usando il fatto che $3SAT$ é NP-completo, dimostra che, per $n > 3$, $nSAT$ é anch'esso NP-completo.

Per dimostrare che $n - SAT$ é in NP, si veda la dimostrazione che SAT é in NP fatta in classe. Rimane da dimostrare che esiste una riduzione polinomiale $3-SAT \leq_p n-SAT$. La funzione f che testimonia questo fatto é definita come segue: data φ in 3cnf, definiamo φ_f come la stessa formula dove ciascuna clausola $a \vee b \vee c$ (di 3 letterali) é stata rimpiazzata da $a \vee b \vee c \cdots \vee c$ (di n letterali), dove abbiamo aggiunto $n-3$ copie del letterale c. Calcolare φ_f da φ chiede chiaramente tempo al piú polinomiale. Definiamo $f(\langle\varphi\rangle = \langle\varphi_f\rangle$. Si puó facilmente verificare per definizione dei due linguaggi che $\langle\varphi \in 3SAT$ se e solo se $f(\langle\varphi\rangle \in nSAT$.