Corso: Informatica Teorica		<b>A. A.</b> 2024/25
<b>Data esame:</b> 27/05/2025	Durata esame: 3h 30min	

#### Si ricorda che:

- Nome completo e matricola devono essere riportati su tutti i fogli che sono stati consegnati
- La grafia deve essere facilmente leggibile (testo in una grafia non facilmente leggibile sarà ignorato)
- Usare la penna per rispondere agli esercizi e alle domande (ciò che è scritto a matita sarà ignorato)
- Il numero dell'esercizio/domanda deve essere sempre riportato prima della risposta
- Consultare appunti, libri, slides, etc., non è consentito
- L'uso di computer, cellulari, tablet, etc., non è consentito
- Questo è un test individuale; collaborazioni/interazioni con altri studenti non sono ammesse

## Domanda 1. [5 Punti]

Si definisca una macchina di Turing, eventualmente non-deterministica e/o multinastro, per il seguente linguaggio:

$$L = \{X^n \# A \# B \# C \mid n > 0 \land A, B, C \in (a|b|c|d)^+ \land \exists s \in (a|b|c|d)^+ \text{ t.c. } \|s\| = n \land s \subseteq A \land s \subseteq B \land s \not\subseteq C\}.$$

Ad esempio, la stringa  $XXXXX\#d\underline{cabbc}b\#\underline{cabbc}dcbac\#dcabbdcad$ , in cui n=5 e s=cabbc, appartiene al linguaggio.

# Domanda 2. [6 Punti]

- (a) Com'è definita una riduzione?
- (b) Intuitivamente, cosa sono i linguaggi NP-hard? Formalmente, come si definiscono?
- (c) Cosa sono i problemi di decisione e di ricerca? Che relazione può esserci tra loro? Fornire un esempio.

# Domanda 3. [4 Punti]

Dimostrare che P = NP se e solo se esiste un linguaggio L NP-complete tale che  $L \in P$ .

#### Domanda 4. [4 Punti]

Dimostrare che  $L_d \notin RE$ .

#### Domanda 5. [5 Punti]

Discutere la decidibilità del seguente linguaggio (in particolare:  $L \in \mathbb{R}$ ?  $L \in \mathbb{RE}$ ?  $L \in \mathbb{RE} \setminus \mathbb{R}$ ?  $L \notin \mathbb{RE}$ ?):

 $L = \{ \langle M, q \rangle \mid M$  è una Turing machine e q è uno stato di M,

e ad M capita di transire nell stato q per un qualche input w.

### Domanda 6. [8 Punti]

Considerare il seguente problema LUDOTECA.

In una ludoteca si vuole decidere in quale stanze far giocare i bambini iscritti, in modo tale che tra di loro non ci siano "contese" per i giochi. In tutte le stanze è presente un esemplare di tutti i giochi di cui la ludoteca dispone. Ad esempio, se nella ludoteca si può giocare con un sonaglino, allora ogni stanza avrà un sonaglino. Però, i responsabili della ludoteca hanno osservato questo. Quando a due bambini nella stessa stanza piacciono giochi in comune, anche se c'è il modo affinché ognuno dei bimbi possa giocare con un gioco di proprio gradimento, i bimbi finiscono a contendersi i giochi. Ad esempio, se a due bimbi nella stessa stanza piacciono al primo una macchinina e un cubotto di peluche, e all'altro un trenino e il cubotto di peluche, sebbene possano giocare l'uno con la macchinina e l'altro con il trenino, finiranno per contendersi il cubutto di peluche. L'obiettivo dei responsabili della ludoteca è quello di riuscire a far giocare tutti i bambini iscritti nelle stanze di cui dispone la ludoteca, senza che ci possano essere conflitti sui giochi fra i pargoli.

Un'istanza  $\mathcal{I} = \langle B, S, G, p \rangle$  di Ludoteca è una quadrupla in cui B è l'insieme dei bambini iscritti alla ludoteca, S è l'insieme delle stanze della ludoteca, G è l'insieme dei giochi disponibili nella ludoteca, e p è una funzione  $p \colon B \to 2^G$  che assegna ad ogni bambino i giochi che gli piacciono; la funzione p è reppresentata come un insieme di liste  $\ell_b$ , una per ogni bambino  $b \in B$ , che elencano quali sono i giochi che piacciono a b. Un'istanza  $\mathcal{I}$  di Ludoteca è "sì" se e solo se è possibile assegnare tutti i bambini iscritti alla ludoteca alle stanze disponibili senza che ci siano conflitti sui giochi.

- Discutere la complessità del problema LUDOTECA (Suggerimento: riduzione da k-Colorabilità).
- Discutere la complessità del problema MIN-STANZE di *calcolare* il numero minimo di stanze della ludeoteca che è possibile utilizzare per sistemare i bimbi, evitando comunque contese sui giochi.