TRASFORMATE NELLE FREQUENZE E DI UN SEGNALE SVILUPPABILE IN SERIE DI FOURIER (PERIODICO)

TRASFORMATA DI FUNZIONI PERIODICHE

- $$X_f(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j2\pi f t}\, dt \quad F_f$$
- $$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X_f(f)\, e^{j2\pi f t}\, dt \quad F_f^{-1}$$

DIRETTAMENTE DALLE FORMULE DELLA TRASFORMATA, CON $\omega = 2\pi f$

- UTILIZZANDO LA δ SI OTTENGONO IMPORTANTI PROPRIETÀ. LA TRASFORMATA DI FOURIER DI FUNZIONI PERIODICHE NON ESISTE MA È POSSIBILE UTILIZZARE LE DISTRIBUZIONI

$$F^{-1}\left[\delta(f)\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(f)\, e^{j2\pi f t}\, df = 1$$

PER DEFINIZIONE DI δ, CHE CAMPIONA LA FUNZIONE MOLTIPLICATA DENTRO L'INTEGRALE NELL'ORIGINE

$$F^{-1}\left[\delta(f-f_0)\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(f-f_0)\, e^{j2\pi f t}\, df = \underbrace{e^{j2\pi f_0 t}}_{}$$

STESSO MOTIVO, $\delta(f-f_0)$ CAMPIONA LA FUNZIONE IN f_0

QUINDI, SI RICAVANO LE PROPRIETÀ:

$$F_f[1] = \delta(f) \longrightarrow = 2\pi\,\delta(\omega)$$

$$F_f\left[e^{j2\pi f_0 t}\right] = \delta(f-f_0) \longrightarrow 2\pi\,\delta(\omega-\omega_0)$$

DA CUI

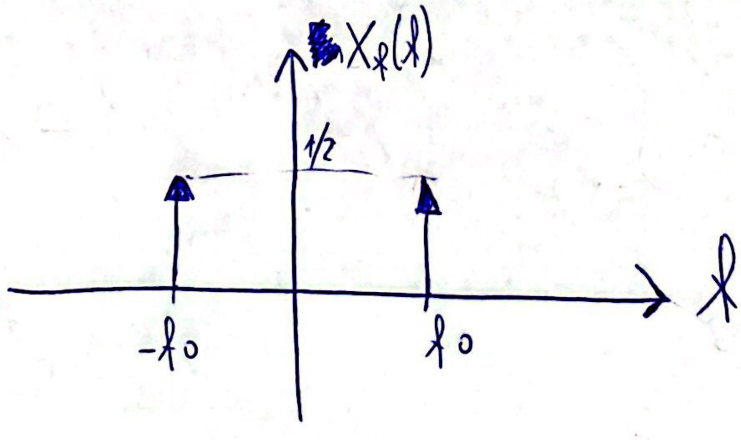
$$X_f(f) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m \overbrace{\delta(f-mf_0)}^{= e^{jm\omega_0 t}}$$

FORMULA DI SINTESI PER SEGNALI PERIODICI. SOSTITUENDO IL TERMINE ESPONENZIALE CON LA TRASFORMATA, OTTENGO LA FORMULA x LA TRASFORMATA DI SEGNALI PERIODICI

TRASFORMATA COSENO

$$\cos(\omega_0 t) = \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2}$$

$$F_f[\cos(\omega_0 t)] = \frac{1}{2}\underbrace{\delta(f-f_0)}_{= 2\pi\,\delta(\omega-\omega_0)} + \frac{1}{2}\underbrace{\delta(f+f_0)}_{= 2\pi\,\delta(\omega+\omega_0)}$$

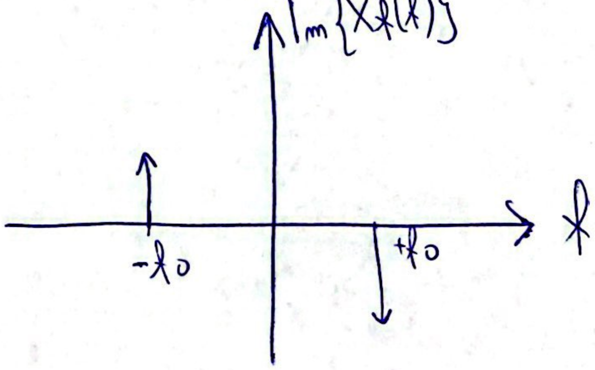


TRASFORMATA SENO

$$F_f\left[\operatorname{sen}(\omega_0 t)\right] = \frac{1}{2j}\,\delta(f-f_0) - \frac{1}{2j}\,\delta(f+f_0)$$

(MOLTIPLICO j/j PER AVERE j AL NUM)

$$= -\frac{j}{2}\,\delta(f-f_0) + \frac{j}{2}\,\delta(f+f_0)$$



TRASFORMATA DI UN INTEGRALE

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\,u(t-\tau)\,d\tau = x(t) * u(t)$$

CAMBIA ESTREMI E MOLTIPLICA PER IL GRADINO (FUNZ =0 DOPO t)

PER DEF.

TRASFORMATA DI UN PRODOTTO DI CONVOLUZIONE

LASCIA INDICATO 2/2 PER LA TRASFORMAZIONE IN f

NEL PRODOTTO CON δ CAMPIONO NELL'ORIGINE => QUINDI ANTITRASFORMO USO X(0)

$$Y(\omega) = X(\omega)\,F[u(t)] = X(\omega)\cdot\left(\frac{1}{j\omega} + \frac{2\pi}{2}\,\delta(\omega)\right) = \frac{X(\omega)}{j\omega} + \frac{2\pi\,\delta(\omega)\,X(0)}{2}$$

$$= \frac{X_f(f)}{j2\pi f} + \frac{X_f(0)\,\delta(f)}{2}$$