# CARATTERISTICHE SPETTRALI AM E DSB, SSB, DSB-SC, SSB-SC

## SPETTRO MODULAZIONE AM — DSB

$$s(t) = V_0 [1 + k x(t)] \cos(\omega_0 t)$$

SEGNALE MODULATO AM CON FASE DELLA PORTANTE = 0

$$= \underbrace{V_0 \cos(\omega_0 t)}_{} + \underbrace{k V_0 x(t) \cos(\omega_0 t)}_{}$$

PORTANTE SINUSOIDALE + PRODOTTO FRA PORTANTE e MODULANTE

| TRASFORMATA DI UNA SINUSOIDE |
|---|
| UNA RIGA SULLO SPETTRO |

| THM FONDAMENTALE MODULAZIONE (P.35 DISPENSA) |
|---|
| $s(t) = x(t)\cos\omega_0 t = \frac{1}{2}x(t)e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{2}x(t)e^{-j\omega_0 t}$ $\Downarrow$ $S(\omega) = \frac{1}{2}X(\omega-\omega_0) + \frac{1}{2}X(\omega+\omega_0)$ |

- RICORDANDO LA TRASFORMATA DI UNA SINUSOIDE E IL THM FOND. SI POSSONO OTTENERE GLI SPETTRI BILATERI DI AMPIEZZA E FASE
- SI VUOL QUI SEGUIRE PERÓ UNO SVILUPPO BASATO SULLA RAPPRESENTAZIONE MONOLATERA, PER INTRODURRE LE ALTRE MODULAZIONI AFFINI.
- SUPPONENDO $x(t)$ RAPPRESENTABILE MEDIANTE L'INTEGRALE DI FOURIER (CIOÈ $x(t)$ REALE)

$$x(t) = \int_{\omega_i}^{\omega_m} V(\omega) \cos[\omega t - \varphi(\omega)]\, d\omega$$

AMPIEZZA: $V(\omega)\,d\omega$
FASE: $\varphi(\omega)$
PULS: $\omega$
(È L'ANALOGO DELLO SV. SERIE IN COSENI)

$$\Rightarrow s(t) = V_0 \cos(\omega_0 t) + k V_0 \cos(\omega_0 t) \int_{\omega_i}^{\omega_m} V(\omega) \cos[\omega t - \varphi(\omega)] d\omega$$

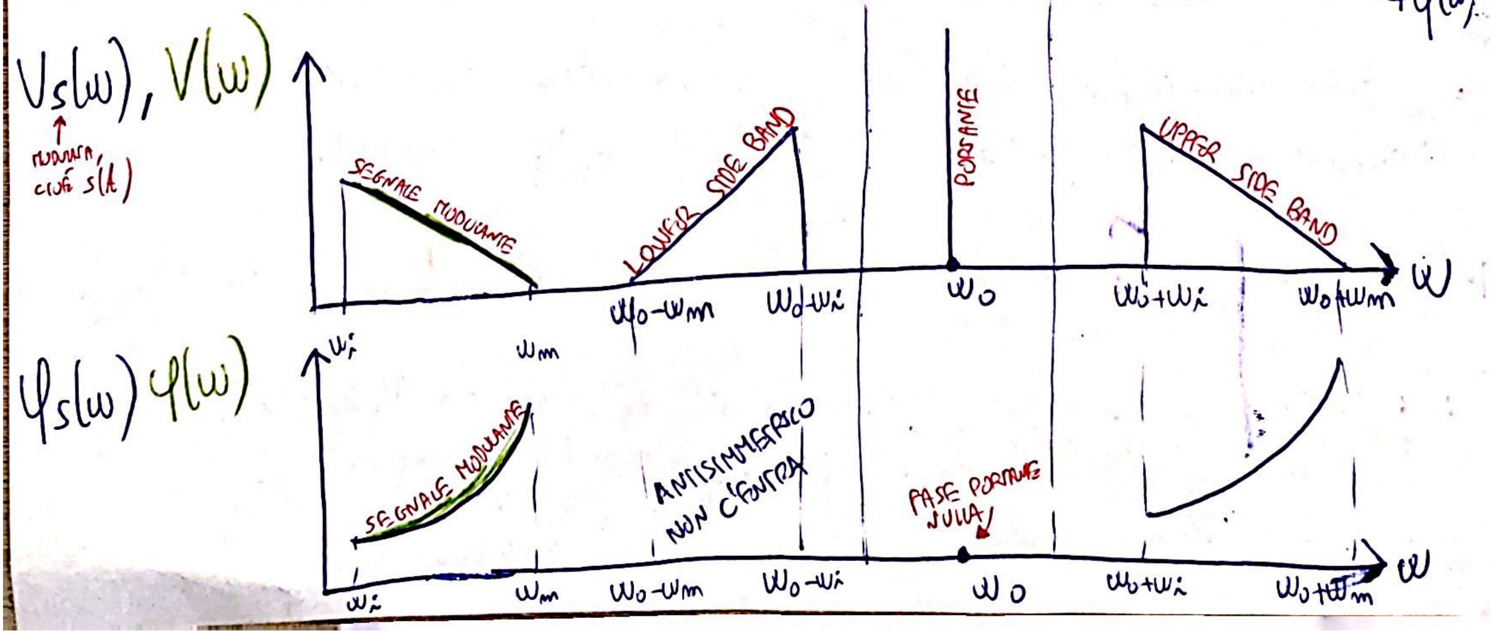
$$\boxed{\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos\alpha \cos\beta - \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos\alpha \cos\beta + \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta \end{aligned}}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos\alpha \cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta \\ \cos\alpha \cos\beta = \cos(\alpha-\beta) - \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta \end{cases} \rightarrow \boxed{2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)}$$

- $\cos(\omega_0 t)$ SI PUÒ PORTARE DENTRO L'INTEGRALE (È UNA COSTANTE)

$$\rightarrow s(t) = V_0 \cos(\omega_0 t) + kV_0 \int_{\omega_i}^{\omega_m} \underbrace{\cos(\omega_0 t) \cos[\omega t - \varphi(\omega)]}_{\substack{\alpha = \omega_0 t \\ \beta = \omega t - \varphi(\omega)}} V(\omega)\, d\omega$$

$$\rightarrow s(t) = V_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{kV_0}{2} \int_{\omega_i}^{\omega_m} V(\omega) \cos[(\omega_0 + \omega)t - \varphi(\omega)]\, d\omega + \frac{kV_0}{2} \int_{\omega_i}^{\omega_m} V(\omega) \cos[(\omega_0 - \omega)t + \varphi(\omega)]\, d\omega$$



OSS: $s(t)$ OCCUPA $B\omega = 2\omega_m$ BANDA, CIOÈ IL DOPPIO DI QUELLA DEL SEGNALE MODULANTE. SE $\omega_m << \omega_0 \Rightarrow B\omega << \omega_0$ (CIOÈ SI OTTIENE UN SEGNALE PASSA BANDA)

$\omega_m$: PULS. MASSIMA SEGNALE MODULANTE

$\omega_0$: PULSAZIONE PORTANTE

$B\omega$: BANDA SEGNALE MODULANTE

## INVILUPPO COMPLESSO $i(t)$ DI $s(t)$

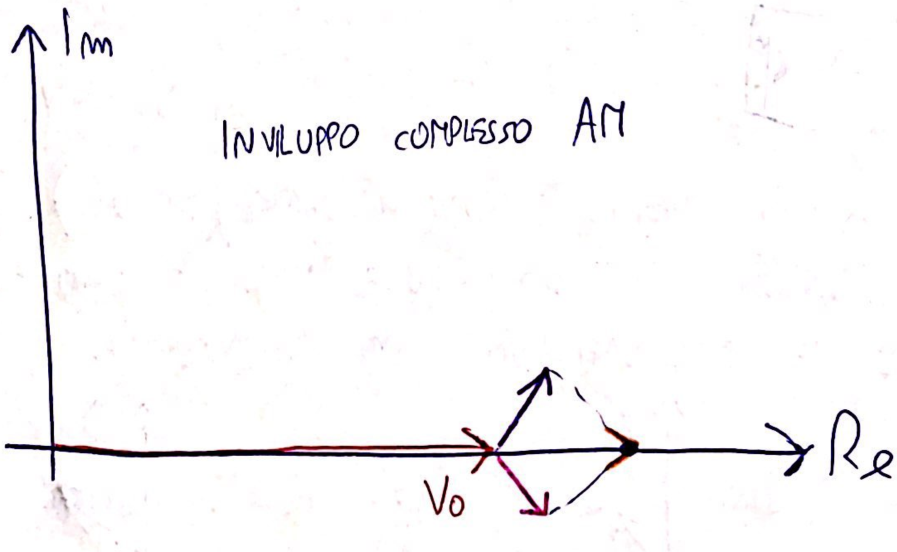
$$\to V_0 + \underbrace{\frac{KV_0}{2}\int_{\omega_i}^{\omega_m} V(\omega)\, e^{j[\omega t-\varphi(\omega)]}\,d\omega}_{} + \underbrace{\frac{KV_0}{2}\int_{\omega_i}^{\omega_m} V(\omega)\, e^{-j[\omega t-\varphi(\omega)]}\,d\omega}_{}$$

SONO COMPLESSI CONIUGATI, QUINDI LA RISULTANTE È REALE (POSITIVA E NEGATIVA). SI NOTI PERÒ CHE, SOMMATA A $V_0$, FORNISCE SEMPRE UN RISULTATO POSITIVO (ALTRIMENTI MODULAZIONE IBRIDA)

RICORDANDO CHE

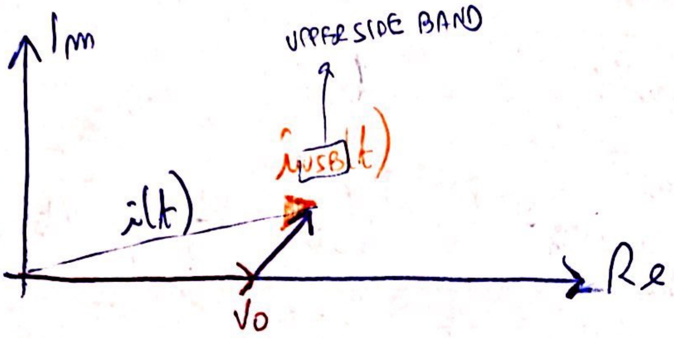
$$s(t) = V(t)\cos\left[\omega_0 t + \alpha(t) - \varphi_0\right]$$
$$s(t) = Re\left\{ i(t)\, e^{j\omega_0 t}\right\}$$
$$i(t) = V(t)\, e^{j[\alpha(t)-\varphi_0]}$$

DEFINIZIONE DI INVILUPPO COMPLESSO RAPPRESENTATIVO



## SINGLE SIDE BAND (SSB)

- Si può eliminare una delle due bande (con un filtro passa banda). Nella pratica è possibile se $\omega_i$ (puls. minima segn. mod.) non è troppo piccola.

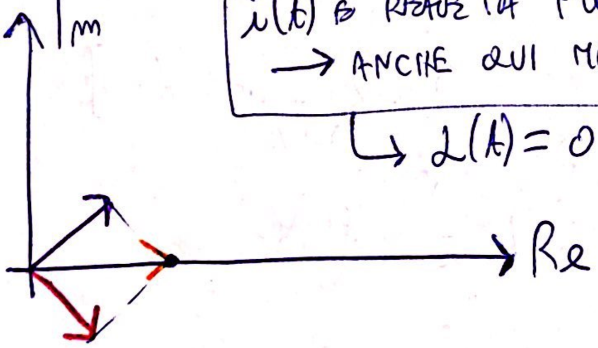



MODULATA ANCHE IN ANGOLO.

## SUPPRESSED CARRIER (DSB - SC)

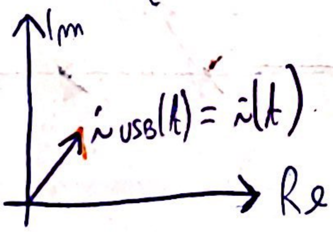
- Si elimina la portante. Si risparmia potenza ma si ha un demodulatore più complicato (più soldi)

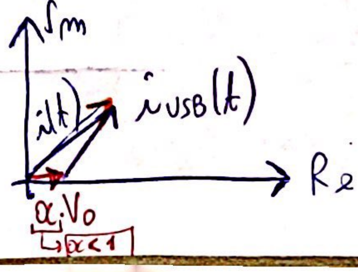
$i(t)$ è reale ma può essere negativo
→ anche qui modulazione ibrida
↳ $\alpha(t) = 0$ oppure $\alpha(t) = \pi$




## SSB - SC

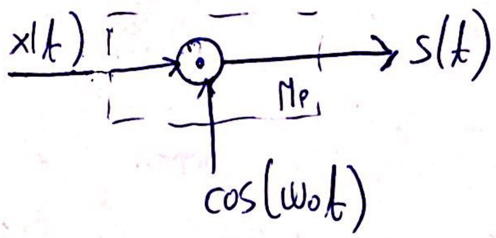
- Trasla in frequenza il segnale modulante (di $\omega_0$). Si risparmia banda e potenza. Spesso si considera una variante meno estrema con portante presente ma attenuata (utile per demodulare).



# MODULAZIONE A PRODOTTO

$$s(t) = x(t)\cos(\omega_0 t)$$




$$i(t) = x(t)$$

$$v(t) = |x(t)|$$

$$\alpha(t) = \begin{cases} 0 & x(t) > 0 \\ \pi & x(t) < 0 \end{cases}$$ MODULAZIONE IBRIDA

Con $\overset{\text{BANDA } x(t)}{\omega_m} \ll \omega_0$ I TERMINI NON SONO SOVRAPPOSTI E SI HA UN SEGNALE PASSA BANDA

$\boxed{\text{THM FOND MOD.}} \rightarrow$ $$S(\omega) = \frac{1}{2}X(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}X(\omega + \omega_0)$$

$$\eta_t = \frac{\overset{\text{BANDA } x(t)}{B_x}}{\underset{\text{BANDA } s(t)}{B_s}} = \frac{\omega_m}{2\omega_m} = \frac{1}{2}$$

$\eta_t$ → EFFICIENZA

## DEMODULAZIONE →

$$v(t) = 2\,s(t)\cos(\omega_0 t)$$

SI MOLTIPLICA IL SEGNALE MODULATO s(t) PER LA PORTANTE (FORMALISMO CON DUE VOLTE LA PORTANTE)

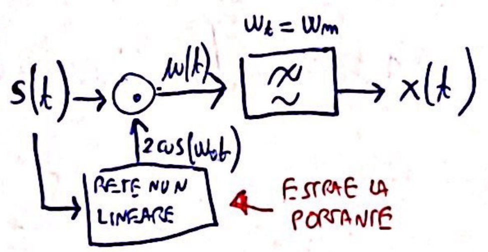
$$= 2\,x(t)\cos^2(\omega_0 t)$$

$$= 2x(t)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\omega_0 t)\right)$$

FORMULA DI DUPLICAZIONE DEL COSENO

$$= x(t) + x(t)\cos(2\omega_0 t)$$

$$\boxed{\cos(2\alpha) = 2\cos^2(\alpha) - 1}$$



- FILTRANDO IL SECONDO TERMINE CON UN FILTRO PASSA BASSO SI RIESCE AD ISOLARE IL SEGNALE MODULANTE $x(t)$. IL TERMINE È LONTANO IN BANDA IN QUANTO MODULAZIONE A PRODOTTO, PER ALTRO CON PORTANTE A FREQ. DOPPIA.

NOTA: SE LA RETE NON LINEARE CHE ESTRAE IL TERMINE $2\cos(\omega_0 t)$ (CIOÈ LA PORTANTE) PRODUCE UN ERRORE DI FASE $\Rightarrow 2\cos(\omega_0 t - \Delta)$

$$\rightarrow u(t) = 2\,s(t)\cos(\omega_0 t - \Delta)$$

$$= 2\,x(t)\cos(\omega_0 t)\cdot\cos(\omega_0 t - \Delta)$$

$$= 2\,x(t)\,\tfrac{1}{2}\left[\cos(\Delta) + \cos(2\omega_0 t - \Delta)\right]$$

$$= x(t)\cos(\Delta) + x(t)\cos(2\omega_0 t - \Delta)$$

WERNER

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right]$$

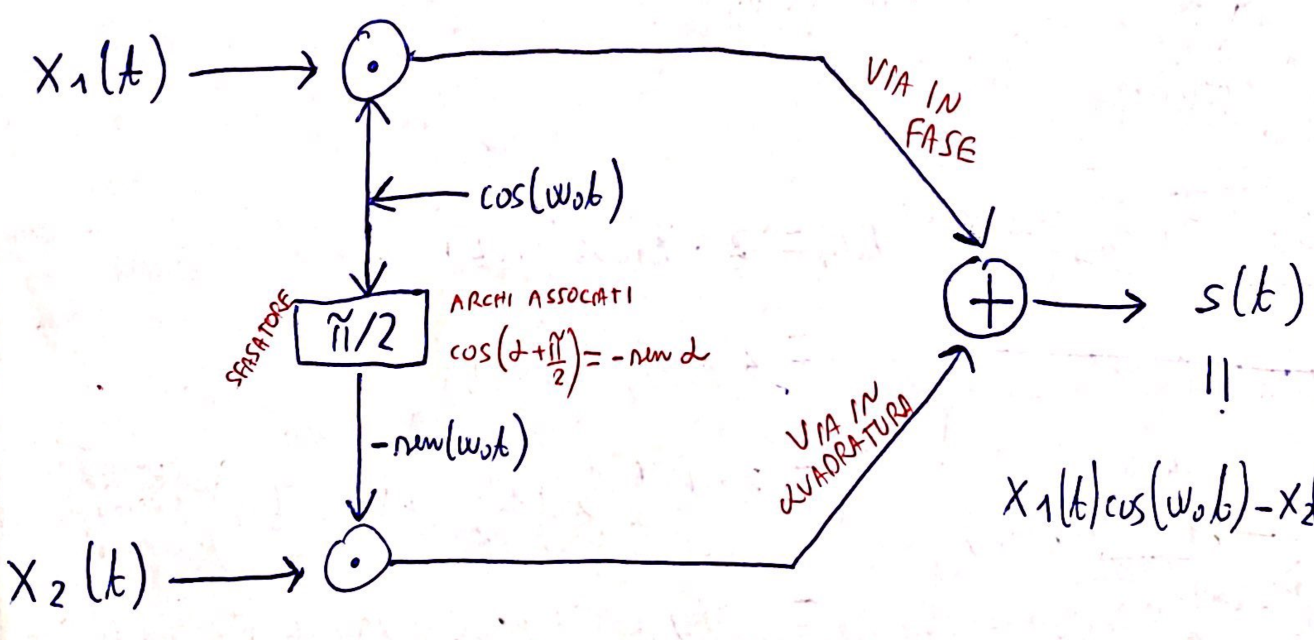
E QUINDI $X_d(t) = x(t)\cos\Delta$ CHE È ATTENUATO

DEMODULATO

## MODULAZIONE QAM

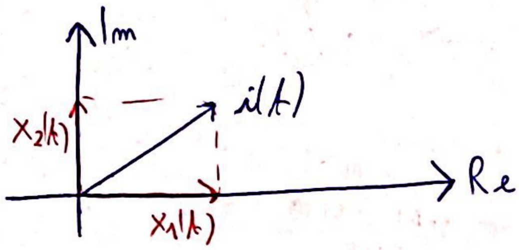
QUADRATURE AM

$X_1(t), X_2(t)$ SONO DELLO STESSO TIPO MA INDIPENDENTI (ES: 2 TELEFONATE $\neq$)




$$s(t) = X_1(t)\cos(\omega_0 t) - X_2(t)\,\mathrm{sen}(\omega_0 t)$$

$$i(t) = x_1(t) + j x_2(t)$$




MODULAZIONE IBRIDA! $i(t)$ VARIA SIA IN MODULO CHE ARGOMENTO

(QUI LA FASE VARIA SENZA LIMITAZIONI)

- LE DUE VIE SI SOVRAPPONGONO IN BANDA $\rightarrow$ DOPPIA INFORMAZIONE!

$$\eta_f = \frac{2B_x}{B_s} = \frac{2\omega_m}{2\omega_m} = 1$$

DEMODULAZIONE $\longrightarrow$ VIA IN FASE

$$u_p(t) = 2\, s(t)\cos(\omega_0 t)$$

$$= 2\left[x_1(t)\cos(\omega_0 t) - x_2(t)\,\mathrm{sen}(\omega_0 t)\right]\cos(\omega_0 t)$$

$$= 2x_1(t)\cos^2(\omega_0 t) - 2x_2(t)\cos(\omega_0 t)\,\mathrm{sen}(\omega_0 t)$$

$$= \underbrace{x_1(t)} + x_1(t)\cos(2\omega_0 t) - x_2(t)\,\mathrm{sen}(2\omega_0 t)$$

$\rightarrow$ SI ISOLA CON FILTRO PASSA BASSO

$\cos(2\alpha) = \cos^2 - \mathrm{sen}^2$

$\cos(2\alpha) = 1 - 2\,\mathrm{sen}^2(\alpha)$

$\cos(2\alpha) = 2\cos^2 - 1$

$\mathrm{sen}(2\alpha) = 2\,\mathrm{sen}\cos$

FORMULA DUPLICAZIONE COSENO E SENO

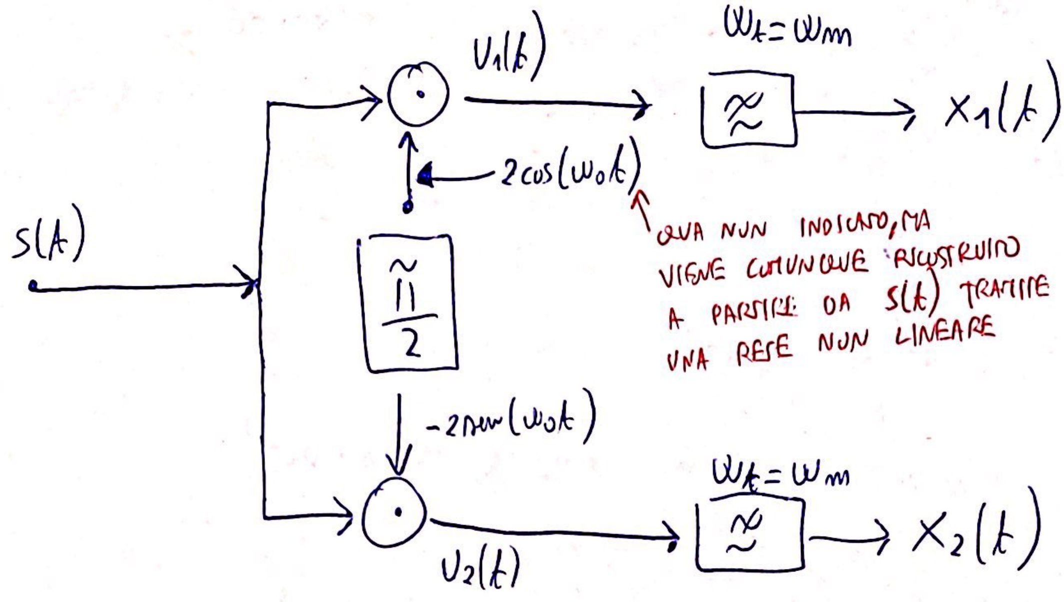
$$u_q(t) = -2\, s(t)\,\mathrm{sen}(\omega_0 t)$$

$$= -2\left[x_1(t)\cos(\omega_0 t) - x_2(t)\,\mathrm{sen}(\omega_0 t)\right]\mathrm{sen}(\omega_0 t)$$

$$= 2x_2(t)\,\mathrm{sen}^2(\omega_0 t) - 2x_1(t)\,\mathrm{sen}(\omega_0 t)\cos(\omega_0 t)$$

$\cos(2\alpha) = 1 - 2\,\mathrm{sen}^2(\alpha)$

$$= \underbrace{x_2(t)}_{\text{DA ISOLARE}} - x_2(t)\cos(2\omega_0 t) - x_1(t)\,\mathrm{sen}(2\omega_0 t)$$




- IN ANALOGIA CON LA MODULAZIONE A PRODOTTO, LA RICOSTRUZIONE DEL SEGNALE PORTANTE $2\cos(\omega_0 t)$ CON FASE ERRATA COMPORTA UN'ATTENUAZIONE DEL SEGNALE. MA NON SOLO, IN QUESTO CASO SI HA ANCHE INTERFERENZA

$$\rightarrow \quad 2\cos(\omega_0 t - \Delta)$$

$$x_{pd}(t) = x_1(t)\cos\Delta - x_2(t)\sin\Delta$$

$$x_{qd}(t) = x_2(t)\cos\Delta + x_1(t)\sin\Delta$$