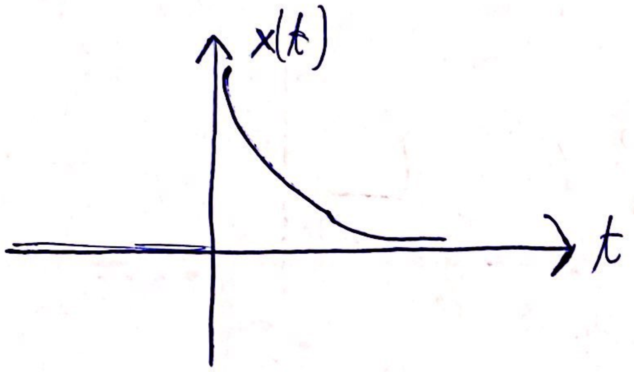
ES 2 ENERGIA FINITA



$t_0 > 0$

$$x(t) = \begin{cases} A e^{-t/t_0} & , t \geq 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases}$$

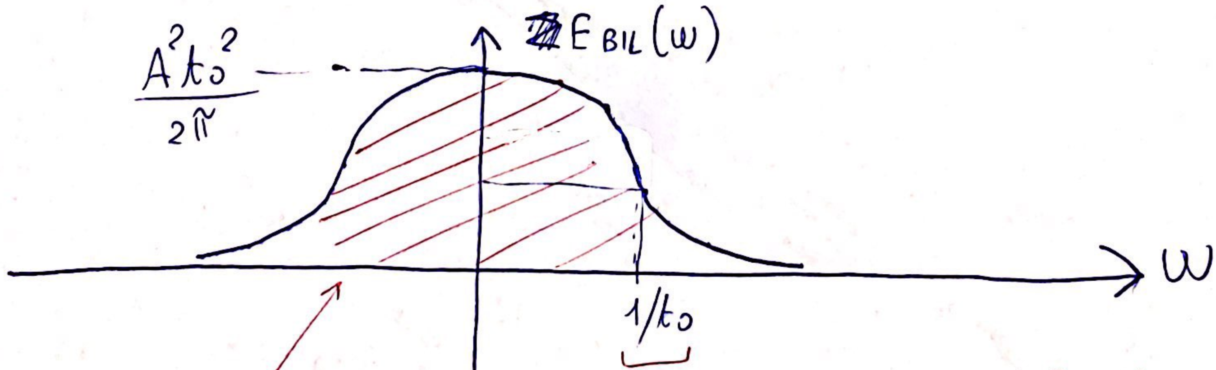
$$X(\omega) = \frac{A t_0}{1 + j\omega t_0} \quad (\text{ES. 4 INIZIO})$$

E, $E_{BIL}(\omega)$

$$E = \varphi_x(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt = A^2 \int_0^{+\infty} e^{-2t/t_0} \, dt$$

$$= A^2 \left[\frac{e^{-2t/t_0}}{-2/t_0} \right]_0^{+\infty} = \frac{A^2 t_0}{2}$$

$$E_{BIL}(\omega) = \frac{|X(\omega)|^2}{2\pi} = \frac{A^2 t_0^2}{2\pi} \frac{1}{1 + \omega^2 t_0^2}$$



L'INTEGRALE DI $E_{BIL}(\omega)$ È ANCHE L'ENERGIA

↳ NOTARE IN QUESTO PUNTO LA FUNZIONE DIMEZZA IL PROPRIO MASSIMO, INFATTI $\frac{1}{1 + t_0^2 \frac{1}{t_0^2}} = \frac{1}{2}$

• SI PUÒ CALCOLARE L'ENERGIA E COME INTEGRALE DI $E_{BIL}(\omega)$

→ METODO ALTERNATIVO

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} E_{BIL}(\omega)\, d\omega = \frac{A^2 t_0^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+\omega^2 t_0^2}\, d\omega$$

$f(x) = \operatorname{arctg}(x)$

$f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

$$= \frac{A^2 t_0^2}{2\pi} \left[\frac{\operatorname{arctg}(\omega t_0)}{t_0} \right]_{-\infty}^{+\infty}$$

NOTA: x^2 È $\omega^2 t_0^2$ QUINDI VA DERIVATO X

$$= \frac{A^2 t_0^{\cancel{2}}}{2\cancel{\pi}\cancel{t_0}} \left[\cancel{\pi/2} - \cancel{\left(-\frac{\pi}{2}\right)} \right]$$

$$= \frac{A^2 t_0}{2}$$