# Sistemi Real Time: formulario

# Marco Moschettini

# January 15, 2016

# 1 Problema 1

# 1.1 Prima di iniziare

- Aggiungere sempre la colonna  $U_i$
- Guardare avanti al punto **DMPO** ed aggiungere la **colonna**  $D_i$ . (Se non specificato,  $D_i = T_i$ )
- Aggiungere la **colonna**  $\delta_i$  **con**  $\delta_i = \frac{D_i}{T_i}$
- $\bullet$  Calcolare  $U_p$  come somma della colonna  $U_i$

# 1.2 Clock-driven

- Dimensiona il **ciclo maggiore**:  $M = mcm(T_i)$
- Dimensiona il ciclo minore:
  - 1.  $max(C_i) \le m \le min(T_i)$
  - $2. \ M \bmod m = 0$
  - 3.  $2m \text{mcd}(m, T_i) \leq T_i, \forall i$
- Calcolo del numero dei cicli minori:  $n_{cm} = \frac{M}{m}$
- Calcolo del **numero di job** per processo:  $n_{J_i} = \frac{M}{T_i}$
- Identificazione del ciclo minore in cui ciascun job può essere eseguito
  - Tabella composta da  $\mathbf{n_{cm}}$  righe
  - Tabella composta da  $\sum_{\bf i} {\bf n_{J_i}}$  colonne
  - $-\,$ Intervalli tra una riga e l'altra pari a  $m\,$
  - Regole di pianificazione: l'esecuzione del k-esimo job  $J_{ik}$  del processo  $P_i$  può essere pianificata nel j-esimo ciclo minore  $c_j$  se e soltanto se
    - 1.  $(k-1)T_i \leq (j-1)m$
    - 2.  $jm \leq kt_i$
    - 3.  $C_i \leq m \sum_s C_s$ ,  $\forall s | P_s \in S_j$  con  $S_j$  insieme dei processi la cui esecuzione è già stata pianificata in  $c_j$

- Criteri di associazione "job ciclo minore"
  - 1. Precedenza ai job di processi con frequenza di esecuzione più elevata
  - 2. Precedenza ai job con tempo di esecuzione più elevato
  - 3. Precedenza ai cicli minori con minor tempo residuo libero
- Per inserire una "x" all'interno di una cella della tabella è necessario che l'intervallo di esecuzione del processo  $(T_i)$  sia compreso all'interno del  $C_i$ . Ad esempio. Ho un processo con  $T_i = 15$ . Quindi esegue nell'intervallo 0-15, 15-30, 30-45. Se il mio ciclo minore è 10 mi devo chiedere: l'intervallo 0-10 è compreso nell'intervallo 0-15? Sì! quindi inserisco la croce. Il secondo ciclo è 15-30. 10-20 è compreso in 15-30? No, quindi non inserisco la croce. 20-30 invece, è compreso in 15-30? Sì quindi inserisco la croce. E così via...
- Tramite i meccanismi di associazione "job-ciclo minore" del punto precedente compilo la seconda tabella. Se non riesco ad inserire tutti i job allora parte il job slicing
- Job slicing:
  - \* Partiziono il processo con maggior tempo di esecuzione in sottoprocessi
  - \* Rilasso il vincolo:  $P_i(C_i, T_i) \Longrightarrow P'_j(C'_j, T'_j), P''(C''_j, T''_i)$  con  $C'_j + C''_j + \ldots = C_i$  ed i vincoli di precedenza  $P'_i < P''_i$

# 1.3 Priority-driven

- Test di Han:  $\sum U_i = U_p \le 1$
- Test di Kuo-Mok e corollario del teorema di Liu-Layland:
  - Raggruppo processi con T multipli

$$-U_j' = U_x + U_y + \ldots + U_z'$$

$$-T_i' = \min(T_x, T_y, \dots, T_z)$$

$$- C_j' = U_j' T_j'$$

- Liu-Layland afferma che

$$\prod_{j=1}^{N} (1 + U_j) \le 2$$

• Test di Burchard:

$$-X_j = \log_2 T_j - \lfloor \log_2 T_j \rfloor, \ \forall j$$

$$-\zeta = \max_{1 \le j \le N} X_j - \min_{1 \le j \le N} X_j$$

— Condizione di schedulabilità:  $U_p \leq U_{RMPO}$ 

$$U_{RMPO}(N,\zeta) = \begin{cases} (N-1)(2^{\frac{\zeta}{(N-1)}} - 1) + 2^{1-\zeta} - 1 & \zeta < 1 - \frac{1}{N} \\ N(2^{\frac{1}{N}} - 1) & \zeta \ge 1 - \frac{1}{N} \end{cases}$$

- Algoritmo di Audsley
  - Calcolo gli R

$$R_i = C_i + I_i(R_i) \le T_i \ i = 1, 2, \dots, N$$

 $-R_i$  può essere calcolato nel seguente modo

$$I_i(R_j) = \sum_{j|p_j > p_i} \left\lceil \frac{R_i}{T_j} \right\rceil C_j$$
$$R_i^0 = C_i$$

$$R_i^n = C_i + I_i(R_i^{n-1}), \quad n = 1, 2, \dots$$

## 1.4 DMPO

- Fattore di utilizzazione efficace del processore
  - Definisci  $p(P_j) = \frac{1}{D_j}$
  - Ordina la tabella per  $p(P_j)$  crescente
  - $H_1$ : sottoinsieme di processi di priorità  $\geq p(P_i)$  con **periodo**  $\geq D_i$
  - $H_n$ : sottoinsieme di processi di priorità  $\geq p(P_j)$  con **periodo**  $\leq D_j$
  - Suggerimento: Le prime due celle sono **sempre vuote**.

$$\mathbf{f_j} = \left(\sum_{\mathbf{i} \in \mathbf{H_n}} \frac{\mathbf{C_i}}{\mathbf{T_i}}\right) + \frac{1}{\mathbf{T_j}} \left(\mathbf{C_j} + \sum_{\mathbf{k} \in \mathbf{H_1}} \mathbf{C_k}\right)$$

– Verificare se risulta:  $\mathbf{f_j} \leq \mathbf{U(N} = |\mathbf{H_n}| + \mathbf{1}, \delta = \delta_{\mathbf{j}}) \ \forall \mathbf{j}, \ (\text{ricorda} \ |H_n| = \text{numero di elementi})$  con

$$U(N,\delta) = \begin{cases} N((2\delta)^{\frac{1}{N}} - 1) + 1 - \delta, & 0.5 \le \delta \le 1\\ \delta & 0 \le \delta \le 0.5 \end{cases}$$
$$\delta = \min_{j} \{\delta_{j}\}, \ \delta_{j} = \frac{D_{j}}{T_{i}}$$

- Grafico
  - Priorità a chi ha  $D_j$  più basso, NON la deadline più vicina!
  - Segnare le deadlines, se si superano allora fallimento

#### $1.5 \quad EDF$

• Test basato sulla densitá di utilizzazione del processore

$$\Delta = \sum_{i=1}^{N} \frac{C_i}{D_j} \le 1$$

- Approccio processor demand
  - Calcolo  $t^*$

$$t^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(1 - \frac{D_i}{T_i}\right) C_i}{1 - U}$$

- Calcolo i Busy Intervals  $BI^n$ 

$$BI^{0} = \sum_{i=1}^{N} C_{i}$$

$$BI^{n} = \sum_{i=1}^{N} \left\lceil \frac{BI^{n-1}}{T_{i}} \right\rceil C_{i} \quad n = 1, 2, \dots, N$$

finchè non ne trovo due uguali (vedi Audsley)

- Scelgo il  $min(t^*, BI)$
- Calcolo  $D \cap D^*$  come insieme dei  $D_i$  minori sia di  $t^*$  che di BI
- Calcolo  $C_p$

$$C_p(0,t) = \sum_{i=1}^{N} C_i(0,t) = \sum_{i=1}^{N} \left( \left| \frac{t - D_i}{T_i} \right| + 1 \right) C_i \le t$$

# 2 Problema 2

# 2.1 Prima di iniziare

- Aggiungere la colonna  $U_i$  alla tabella
- Calcolare  $U_p$  come somma della colonna  $U_i$

## 2.2 RMPO

## 2.2.1 Servizio in background

- Servizio in background posizionato a priorità minore
- Segnare **prima** tutti gli altri processi.
- Quando gli altri processi non eseguono, allora possono essere eseguite le richieste asincrone.

#### 2.2.2 Polling Server

- Regole di riempimento e consumo della capacità di  $P_s$ 
  - 1. La capacità è ripristinata al valore  $C_s$  all'inizio di **ogni periodo**  $T_s$
  - 2. La capacità è **progressivamente consumata** durante il servizio di richieste aperiodiche
  - 3. In assenza di (ulteriori) richieste, la capacità (residua) disponibile è scartata
- Consigli
  - Segnare subito l'ingresso delle richieste aperiodiche
  - Come dice la regola 3, se la prima richiesta arriva dopo l'inizio, la capacità è scartata e quindi il server non ripartirà fino al suo T.
  - La capacità si ripristina sempre da zero quindi conviene segnarla fin da subito nel grafico della capacità.
  - Il Polling Server non è **mai** ready.

#### 2.2.3 Deferrable Server

- Regole di riempimento e consumo della capacità di  $P_s$ 
  - 1. La capacità viene ripristinata al valore  $C_S$  all'inizio di **ogni periodo**  $T_s$
  - 2. La capacità disponibile **è conservata** in assenza di richieste aperiodiche pendenti (il server rimane nello stato *waiting*)
  - 3. La capacità è progressivamente consumata durante il servizio di richieste aperiodiche

#### • Consigli

- Solo il server può essere nello stato waiting
- Se è presente capacità, il server si accende non appena arriva una richiesta asincrona (se ha massima priorità ovviamente) e la serve con tutta la capacità necessaria

# 2.2.4 Priority Exchange Server

- Regole di riempimento e consumo della capacità di  $P_s$ 
  - 1. La capacità può essere accumulata, oltre che al livello di priorità  $p(P_s)$  proprio di  $P_s$  anche al livello di priorità che compete a ciascun processo periodico  $P_i$  di priorità  $p(P_i) < p(P_s)$
  - 2. La capacità al livello di priorità  $p(P_s)$  è ripristinata al valore  $C_s$  all'inizio di **ogni periodo**  $T_s$
  - 3. La capacità disponibile ad un qualunque livello di priorità **è conservata** durante l'esecuzione di un processo periodico di priorità **non inferiore**
  - 4. La capacità disponibile al massimo livello di priorità è **progressivamente consumata** sia durante il servizio di **richieste aperiodiche** sia **in assenza di richieste aperiodiche** qualora **non vi siano processi periodici di priorità inferiore pronti per l'esecuzione**
  - 5. La capacità disponibile al massimo livello di priorità, in assenza di richieste aperiodiche ed in presenza di uno o più processi periodici di **priorità inferiore** pronti per l'esecuzione, è progressivamente trasferita durante l'esecuzione di ciascun processo al corrispondente livello di priorità
  - 6. In presenza di **richieste aperiodiche**,  $P_s$ , se dispone di capacità ad un qualunque livello di priorità, **ha la precedenza** rispetto ad un processo periodico di pari priorità

#### • Consigli

- In attesa di richieste aperiodiche, se c'è in giro capacità ad un qualsiasi livello di priorità,  $P_s$  resta in stato waiting
- Se non è in esecuzione nessun processo, la capacità ad un qualunque livello viene consumata

—

# 2.2.5 Sporadic Server

- Regole di riempimento e consumo della capacità di  $P_s$ 
  - 1. La capacità disponibile è conservata in assenza di richieste aperiodiche pendenti
  - 2. La capacità è progressivamente consumata soltanto durante il servizio di richieste aperiodiche
  - 3. La capacità viene reintegrata solo dopo essere stata consumata e nella misura in cui è stata effettivamente utilizzata
  - 4. Indicando con  $T_A$  l'istante in cui si verifica la condizione  $C_S > 0$  e  $P_s$  attivo e con  $T_D$  il successivo istante in cui si verifica la condizione  $C_s = 0$  e  $P_s$  non attivo, l'entità RA (replenishment amount) e l'istante RT (replenishment time) del successivo reintegro sono calcolati come segue

$$RA = \text{capacità consumata in } [T_A, T_D]$$
  
 $RT = \max(T_A + T_S, T_D)$ 

5. Quando il carico derivante da richieste aperiodiche è tale da **non comportare il to- tale consumo** della capacità disponibile, le distinte porzioni (chunks) di capacità che ne
derivano, devono essere **gestite separatamente**, tenendo traccia, per ciascuna di esse,
il corrispondente tempo di reintegro RT. Le regole di reintegro dei singoli chunks sono
definite come segue

$$T_E$$
 (effective replenishment time) =  $\max(RT, t_A)$   
 $RA = \text{capacità consumata in } [t_E, t_D]$   
 $RT = \max(t_E + T_S, t_D)$ 

Due o più chunks sono consolidati in un unico chunk quando il loro tempo efficace di reintegro  $t_E$  coincide.

## 2.3 EDF

#### 2.3.1 Total Bandwidth Server

- Regole di riempimento e consumo della capacità di  $P_s$ 
  - 1.  $P_s$ , inizialmente posto nello stato di attesa di richieste aperiodiche, diviene pronto per l'esecuzione non appena si presenta all'istante  $t_{R_a}$  una richiesta
  - 2. Inserita la richiesta in testa alla coda,  $c_s$  e  $d_s$  vengono calcolati come segue

$$U_s = 1 - U_p$$

$$c_s = C_{R_a}$$

$$d_s = t_{R_a} + \frac{c_s}{U_s}$$

con  $c_{R_a}$  = tempo di servizio della richiesta

3.  $P_s$  viene eseguito in accordo alla priorità dinamica correlata alla deadline  $d_s$ , e  $c_s$  progressivamente consumata durante l'espletamento del servizio

- 4. Eventuali richieste che si presentano **prima del completamento del servizio** vengono accodate
- 5. Terminato il servizio, la richiesta viene rimossa dalla coda
- 6. **Immediatamente** se una o più richieste sono già pendenti, oppre all'istante di arrivo  $t_{R_a}$  di una nuova richiesta, viene identificato il tempo di servizio  $C_{R_a}$  della richiesta in testa alla coda e posti

$$c_s = C_{R_a}$$

$$d_s = \max(d_s, t_{R_a}) + \frac{c_s}{U_s}$$

 $P_s$  viene dichiarato nuovamente **pronto per l'esecuzione**.

#### Consigli

- Inserire subito la colonna  $d_{s_i}$  usando la **regola 2**
- Il grafico di  $C_s$  sarà alto come  $\max(C_{Ra_i})$
- Non segnare i periodi su TBS. Non li avrà
- Occhio all'ordine! Ordinati per deadline
- Segnare subito le deadline su TBS
- Quando è in attesa di richieste aperiodiche il TBS resta in stato di waiting
- Esegue sempre prima il processo con deadline più vicina! Nota che nel caso di processi periodici periodo = deadline
- Se esegue un processo con priorità inferiore di TBS mentre questi ha capacità maggiore di zero, TBS resta in stato ready
- Nella tabella sottostante segnare i  $f_i$  = (tempi di uscita delle richieste)
- Domanda: Si verifichi se CUS è in grado di fornire le stesse prestazioni di TBS
  - Posto  $f_i$  = completamento esecuzione
  - Calcolare il tempo di arrivo richiesta  $a_i$  e deadline  $ds_i$
  - Se

$$R_{a_i} < ds_i$$

allora, se TBS prioritario nell'intervallo

$$f_i(CUS) = f_i(TBS) + ds_i - R_{a_i}$$

- Verificare se, indipendentemente dalla effettiva distribuzione temporale, la loro gestione tramite i suddetti server compromette la schedulabilità.
  - Per i processi  $P_i$ :
    - \* disegnare il grafico e verificare (RMPO)
    - \* Calcolo  $C_{S_{\max}}$

$$C_{S_{\max}} = \frac{\text{spazi lasciati liberi dal processo di priorità superiore} - \sum_i C_i^* \text{ ripetizioni } P_i}{\text{numero ripetizioni PS}}$$

- \* deve valere  $C_{s_{\text{max}}} \leq C_s$  (dato nel testo)
- Per un qualunque altro insieme di processi periodici:

$$U_s = \frac{C_s}{T_s}$$

$$U_s \le \frac{2}{(1 + \frac{U_p}{N})^N} - 1$$

#### 2.3.2 Constant Utilization Server

- Regole di riempimento e consumo della capacità di  $P_s$ 
  - 1.  $P_s$ , inizialmente posto nello stato di attesa di richieste aperiodiche, diviene pronto per l'esecuzione non appena si presenta all'istante  $t_{R_a}$  una richiesta
  - 2. Inserita la richiesta in testa alla coda,  $c_s$  e  $d_s$  vengono calcolati come segue

$$U_s = 1 - U_p$$

$$c_s = C_{R_a}$$

$$d_s = t_{R_a} + \frac{c_s}{U_s}$$

con  $c_{R_a}$  = tempo di servizio della richiesta

- 3.  $P_s$  viene eseguito in accordo alla priorità dinamica correlata alla deadline  $d_s$ , e  $c_s$  progressivamente consumata durante l'espletamento del servizio
- 4. Eventuali richieste che si presentano prima del completamento del servizio vengono accodate
- 5. Eventuali richieste che si presentano **prima di**  $d_s$  vengono accodate
- 6. Terminato il servizio la richiesta viene rimossa dalla coda
- 7. **All'istante**  $d_s$  se una o più richieste sono già pendenti, oppure all'istante di arrivo  $t_{R_a} > d_s$  di una nuova richiesta, viene identificato il tempo di servizio  $C_{R_a}$  della nuova richiesta in testa alla coda e posti

$$c_s = C_{R_a}$$

$$d_s = \max(d_s, t_{R_a}) + \frac{c_s}{U_a}$$

 $P_s$  viene nuovamente dichiarato pronto per l'esecuzione.

# 3 Problema 3

# 3.1 Prima di iniziare

- Aggiungere la colonna  $U_i$
- Calcolare  $U_p$  come somma di  $\sum U_i$
- Aggiungere la colonna  $\phi_i$  degli ingressi dei processi

## 3.2 DMPO

• Nota bene: Tutti gli esercizi devono terminare esattamente nella stessa unità temporale! Se ciò non accade significa che è stato commesso un errore

#### 3.2.1 NOP

- Regole
  - 1. Nessuna regola particolare, segui semplicemente l'attivarsi dei processi.
  - 2. In caso di risorse annidate, è necessario aspettare che si liberi la risorsa più esterna
  - 3. Segna un simbolo "-" se sei in waiting a causa di un processo di priorità superiore
  - 4. Segna un simbolo "x" se sei in waiting a causa di un processo di priorità inferiore

#### 3.2.2 PIP

- Regole
  - 1. La schedulazione dei processi (pronti) è operata in base alle relative priorità correnti. La priorità corrente  $\pi_i$  di un processo  $P_j(\forall i)$  coincide con:
    - (a) La corrispondente priorità nominale  $p_i$  nel caso in cui  $P_i$  non detenga alcuna risorsa richiesta da processi di priorità superiore
    - (b) La più alta fra le priorità correnti dei processi da esso bloccati in caso contrario
  - 2. Ad un processo è **negato l'accesso ad una risorsa** solo se essa è già **occupata**. In tal caso la priorità corrente del processo bloccato viene **ereditata** dal processo che detiene la risorsa.
  - 3. Segna un simbolo "□" quando un processo viene **direttamente bloccato** da un processo di priorità inferiore e cede la sua priorità ad esso.
  - 4. Segna un simbolo "∘" al di sotto di un simbolo "□" per segnalare che il processo in questione ha subito un **blocco indiretto** dal processo superiore.

#### 3.2.3 PCP

- Regole
  - 1. La schedulazione di processi (pronti) è operata in base alle relative priorità correnti. La priorità corrente  $\pi_i$  di un processo  $P_i(\forall i)$  coincide con:
    - (a) La corrispondente priorità nominale  $p_i$  nel caso in cui  $P_i$  non detenga alcuna risorsa richiesta da processi di priorità superiore
    - (b) La più alta fra le priorità correnti dei processi da esso bloccati in caso contrario
  - 2. L'accesso ad una risorsa è **negato** se la priorità corrente del processo che ne fa richiesta **non è maggiore del tetto di priorità del sistema**

$$PC_k(Priority Ceiling) = \max_{k} \{p_j | P_j \text{ usa } R_k\} \ \forall k$$

$$\Pi\Gamma_s = \max_k \{PC_k | R_k \text{ è in uso}\}$$

coincidente con il più elevato tetto di priorità delle risorse al momento allocate, a meno che tale processo detenga già la/le risorsa/risorse il cui tetto di priorità coincide con  $\Pi\Gamma_s$ .

- 3. Se ad un processo è negato l'accesso ad una risorsa, la sua priorità corrente viene **ereditata** dal processo che ne ha causato il blocco
- Consigli
  - Segnalare i diversi "Priority Ceiling". Per calcolarli assegnare ad ogni risorsa la priorità massima tra i processi che vi accedono

#### 3.2.4 IPCP

- Regole
  - 1. La schedulazione di processi (pronti) è operata in base alle relative priorità correnti.
  - 2. La priorità corrente  $\pi_i$  di un processo  $P_i(\forall i)$  coincide con
    - (a) La corrispondente priorità nominale  $p_i$  nel caso in ci Pi non detenga alcuna risorsa
    - (b) Il massimo tetto di priorità delle risorse in suo possesso in caso contrario
  - 3. Processi con la stessa priorità corrente sono schedulati secondo la politica FIFO
- In pratica: uguale al PCP ma il processo non esegue proprio se la sua priorità è sotto al tetto

## 3.2.5 Massimo tempo di blocco

• PCP/IPCP

$$B_i = \max\{\text{processi sottostanti}\}$$

• PIP

$$B_i = \min\{\sum \max\{\text{colonna sottostante}\}, \sum \max\{\text{righe sottostanti}\}\}$$

# 3.2.6 Verificare se i processi sono schedulabili con Audsley

- Seleziona il  $\max\{B_i\}$
- Condizione di schedulabilità è

$$R_i = C_i + B_i + I_i(R_i) \le D_i \quad \forall i$$

$$R_i^0 = C_i + B_i \quad \forall i$$

$$R_i^n = C_i + B_i + \sum_{k=1}^{i-1} \left\lceil \frac{R_i^{n-1}}{T_k} \right\rceil C_k \quad i \ne 1, \quad n = 1, 2, \dots$$

• Risolvere come un normale Audsley (vedi priority-driven)

# 3.3 EDF

#### 3.3.1 SRP

- Regole
  - 1. L'esecuzione di un processo ha luogo solo se:
    - (a) Ha la priorità massima fra i processi pronti e priorità maggiore del processo in esecuzione
    - (b) Il suo livello di preemption è strettamente maggiore del tetto di preemption del sistema
  - 2. Numero colonne =  $\max(U_i) + 1$  con  $U_i$  unità di ogni risorsa disponibile
  - 3. Se ho tutte le unità disponibili e tutti i processi possono eseguire allora è  $\omega$
  - 4. Se ho  $\nu_k < U_k$  la priorità è la massima tra tutti i processi che **non possono più eseguire** avendo quel numero di risorse disponibili (quelle che richiedono risorse maggiori).
  - 5. Nel grafico
    - Ogni volta che un processo occupa una risorsa già occupata da un processo precedente controllare il numero di unità disponibile e cambiare il pl (priority level)
    - In caso di risorse innestate considerare sempre il pl della risorsa esterna
- Calcolo del massimo tempo di blocco
  - Si procede come PCP

$$B_i = \max\{\text{processi sottostanti}\}$$

• Analisi di schedulabilità

$$\forall i, \ 1 \leq i \leq N, \ \sum_{k=1}^{i} \frac{C_k}{T_k} + \frac{B_i}{T_i} \leq U_{RMPO}(i) = \begin{cases} 1 & \text{se i periodi sono in relazione armonica} \\ i(2^{\frac{1}{i}} - 1) & \text{in caso contrario} \end{cases}$$