

Algebra Lineare (C.I. con Analisi Matematica) - 22.07.24
tempo 1h 30'

1. Sono date le applicazioni

$$F(x, y, z) = (x + y + z \mid x + y + 2z \mid x + 3y + z);$$

$$G \text{ lineare, } G\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad G\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad G\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix};$$

- Si stabilisca se l'applicazione è non singolare, in due modi diversi;
- Se possibile, si calcoli l'inversa dell'applicazione e si verifichi;
- Si risolvano se possibile le equazioni $F \circ X = H$ e $X \circ F = H$, con H lineare t.c.

$$[H] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

2. Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Si determini una base di $\mathcal{C}(A)$ e si calcolino le coordinate della 5ª colonna;
- Si determini una base di $\mathcal{R}(A)$ e si stabilisca se $(1, 2, 2, 3, 3) \in \mathcal{R}(A)$;
- Se possibile, si costruisca una base di $\mathcal{N}(A)$ con vettori presi fra $(-8, 1, -4, -2, 2), (-7, 2, -2, -1, 1), (-5, 1, -2, -1, 1)$.

3. Sia

$$T: \odot \mathbb{R}^3, \quad T(x, y, z) = (x \mid x + z \mid -x + y).$$

- Se possibile, si determini una base \mathcal{B} di autovettori e si scriva la matrice $[T]_{\mathcal{B}}$;
- Si scriva la relazione fra $[T]$ e $[T]_{\mathcal{B}}$. $[T]_{\mathcal{B}} = \mathcal{B}^{-1} T \mathcal{B}$