Algebra Lineare (modulo di C.I.); Informatica per il Management; 26.05.23

1.

$$\text{Siano } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \ v_k = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ k \end{bmatrix}.$$

a) Si determini una base di $\mathcal{C}(A)$.

b) Si determinino i k per i quali $v_k \in \mathcal{C}(A)$.

$$\text{Siano } v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

b) Si determini una base di $\mathcal{N}(A)$.

b') Si stabilisca se v_1, v_2, v_3 è una base di $\mathcal{N}(A)$.

2. Sono date le applicazioni

$\mathrm{F}(x, y) = (x, 2x + y)$;

G lineare, con $[G] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$;

H lineare: $\mathrm{H}(1,0,0) = (1,0)$, $\mathrm{H}(0,1,0) = (0,1)$, $\mathrm{H}(0,0,1) = (1,1)$.

a) Si stabilisca se l'applicazione è iniettiva, suriettiva, biiettiva;

b) Si calcoli se possibile l'applicazione inversa;

c) Si determinino le dimensioni degli spazi immagine e nucleo.

d) Si calcoli se possibile $\mathrm{G} \circ \mathrm{H}$.

3. Sia

$$\mathrm{F}(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & -0.6 \\ 0 & -0.6 & -0.8 \end{bmatrix} x, \quad \forall x \in \mathbb{R}^3.$$

a) Si determini se possibile una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ di autovettori di F.

b) Si scriva la relazione fra le matrici di F rispetto alle basi canonica e trovata.