Algebra Lineare (modulo di C.I.); Informatica per il Management; 23.06.23

1. Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

a) Si determinino il rango di A e le dimensioni di $\mathcal{N}(A)$ e $\mathcal{N}(A^T)$.

b) Si determini una base per $\mathcal{C}(A)$, $\mathcal{R}(A)$ $\mathcal{N}(A)$ e $\mathcal{N}(A^T)$.

c) Si calcoli AA^T e si stabilisca se è non singolare, in due modi.

2. In $\mathbb{R}^3$ sono date

la base $(1,1,0), (2,0,1), (3,-1,-1)$ e il vettore $(-3,2,2)$.

a) Si applichi alla base il processo di Gram-Schmidt e si effettui una verifica;

c) Si calcolino le coordinate del vettore rispetto alla base ottenuta, in due modi.

3. Sia T :↻ $\mathbb{R}^3$ lineare tale che

$\mathrm{T}(1,0) = (2,k),\ \mathrm{T}(0,1) = (1,-2)$ (k parametro $\in \mathbb{R}$).

a) Si determini per quali k l'applicazione T è rappresentabile da qualche matrice diagonale e si scrivano le matrici diagonali.

b) Posto $k = 5$, si scrivano le matrici diagonali D e per ciascuna D si determini una base $\mathcal{B}$ tale che $[\mathrm{T}]_{\mathcal{B}} = \mathrm{D}$.