

Algebra Lineare (C.I. con Analisi Matematica) - 01.02.24

tempo 1h 30'

1. Siano

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

e siano F, G, H le applicazioni lineari ad esse associate.

- Quali matrici sono moltiplicabili?
- Quali matrici sono invertibili? con quale inversa?
- Quali applicazioni sono componibili? Quali invertibili? Con quale inversa?
- Si risolvano, se possibile, le equazioni

$$CX = B, CX = A;$$

2. Siano

$$V = \text{Span}\{(1, 1, 0, 0), (2, 0, 0, 2), (0, 0, 6, 6)\}, \quad w = (0, 4, 4, 0) \in V.$$

- si determini una base di V ;
- si determini una base ortogonale di V ;
- si calcolino le coordinate di w vettore rispetto a una base di V .

3. Sia

$$T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, T(x, y, z) = (x, 3y + z, 2y + 2z).$$

- Si determinino gli autovalori e le dimensioni degli autospazi di T ;
- Se possibile, si scrivano una base \mathcal{B} di \mathbb{R}^3 di autovettori e la matrice $[T]_{\mathcal{B}}$.