

Esercizi

Per le equazioni di ricorrenza indicate di seguito, utilizzare il Master Theorem per ottenere una esplicita espressione per $T(n)$, indicando anche il caso di riferimento. Sono riportate le soluzioni.

Esempio:

$$T(n) = T(2n/3) + 1 :$$

$$a = 1, b = 3/2, f(n) = n^0 = \Theta(n^{\log b^a}) = \Theta(n^0),$$

$$\text{caso 2 del MT, } T(n) = \Theta(\log n)$$

$$T(n) = 3T(n/4) + n \log n ,$$

$$T(n) = T(n - 10) + n^2 ;$$

$$T(n) = T(n - 2) + T(n - 1) + 1 ;$$

$$T(n) = 7T(n/2) + n^2 ;$$

$$T(n) = 6T(n/3) + n^2 \log n;$$

$$T(n) = \Theta(n \log n)$$

$$T(n) = \Theta(n^3)$$

$$T(n) = \Theta(2^n)$$

$$T(n) = \Theta(n^{\log_2 7})$$

$$T(n) = \Theta(n^2 \log n)$$

Esercizi

$$T(n) = T(n/2) + 2^n ,$$

$$T(n) = \Theta(2^n)$$

$$T(n) = 16T(n/4) + n ;$$

$$T(n) = \Theta(n^2)$$

$$T(n) = 2T(n/4) + n^{0.51} ;$$

$$T(n) = \Theta(n^{0.51})$$

Esempio

sottovettore di valore massimo

- Consideriamo un vettore $V[]$ di n elementi (positivi o negativi che siano)
- Vogliamo individuare il sottovettore di V la cui somma di elementi sia massima

3	-5	10	2	-3	1	4	-8	7	-6	-1
---	----	----	---	----	---	---	----	---	----	----

- Domanda: quanti sono i sottovettori di V ?

Totale:
 $n(n-1)/2$
 $\rightarrow n^2$

- 1 sottovettore di lunghezza n
- 2 sottovettori di lunghezza $n-1$
- 3 sottovettori di lunghezza $n-2$
- ...
- k sottovettori di lunghezza $n-k+1$
- ...
- n sottovettori di lunghezza 1

Soluzione $\rightarrow n^3$

```
real SommaMax1( real V[1..n] )  
    real smax  $\leftarrow$  V[1];  
    for integer i  $\leftarrow$  1 to n do  
        for integer j  $\leftarrow$  i to n do  
            real s  $\leftarrow$  0;  
            for integer k  $\leftarrow$  i to j do  
                s  $\leftarrow$  s + V[k];  
            endfor  
            if (s > smax) then  
                smax  $\leftarrow$  s;  
            endif  
        endfor  
    endfor  
    return smax;
```

L'efficienza conta!

- Confrontiamo i due algoritmi su due piattaforme hardware **molto** diverse
- Algoritmo $O(n^3)$
 - CPU: Intel i7 @ 3.6GHz
 - Ubuntu Linux 16.04
 - OpenJDK 11.0.6
- Algoritmo $O(n)$
 - Commodore 64 (anno 1982)
 - CPU: MOS 6502 @ 1MHz
 - Linguaggio: BASIC



Tempi di esecuzione

Sottovettore di somma massima

