Titoli obbligazionari e rendimenti

Introduzione

- I titoli obbligazionari sono titoli rappresentativi del debito dell'emittente nei confronti dell'acquirente.
- L'emittente di una obbligazione è dunque il debitore, mentre l'acquirente il creditore.
- Le obbligazioni possono essere acquistate nel mercato primario in sede di emissione al prezzo di sottoscrizione oppure successivamente sul mercato secondario al prezzo di mercato.
- Al momento della vendita, l'emittente riceve il prezzo dell'obbligazione e si impegna a corrispondere periodicamente (se previsti) gli interessi (chiamati cedole) ed il valore nominale del titolo alla scadenza.
- I titoli obbligazionari possono essere emessi da uno Stato (titoli di Stato italiani: es. Bot, Btp, Ctz), da istituti finanziari, società pubbliche e private.

Introduzione

- La maggior parte dei titoli obbligazionari viene scambiata nel mercato obbligazionario (mercato secondario)
- Una caratteristica comune a tutti i bond (unica eccezione è la Consol bond) è la scadenza T alla quale viene rimborsato il valore facciale (o nominale del titolo).
- I titoli obbligazionari possono prevedere o meno il pagamento di interessi (detti cedole).

Esempio di obbligazione con cedola

- Il Tesoro degli USA ha emesso un debito obbligazionario che scade il 15/10/29. Esso prevede il pagamento di un tasso cedolare del 6,5% corrispondendo interessi su base semestrale. Il debito è stato emesso per multipli di $1.000.
- Questo significa che il valore facciale di ogni bond $1.000 e che ciascun bond corrisponde un interesse annuo di $65 mediante cedole semestrali di $32.50 ciascuna, dal 15/04/18 sino al 15/10/29.
- Alla scadenza il possessore riceverà l'ultima cedola cioè $32.50 ed il valore facciale del titolo cioè $1.000.
- Poichè è possibile acquistare obbligazioni per multipli di $1.000 sarà possibile comprare per esempio obbligazioni per un valore facciale di $18.000 ma non di $18.500.

ZCB

- Lo ***zero-coupon bond (ZCB)*** è il titolo obbligazionario più semplice (titolo senza cedola).
- Promette solo il rimborso del valore nominale alla scadenza T.
- E' un titolo detto di *puro sconto* in quanto è trattato ad un valore scontato rispetto al valore facciale.
- Titoli di stato italiani di tipo ZCB

a) Buoni ordinari del Tesoro (BOT): emessi con scadenze di 3, 6 e 12 mesi

b) Certificati Tesoro Zero-coupon: emessi con scadenze 18 e 24 mesi.

Coupon Bond

- I titoli obbligazionari che prevedono anche pagamenti intermedi sono definiti ***coupon bond*** **(CB)** ovvero titoli con cedola.
- La maggior parte dei coupon bond è rappresentata dai ***bullet bond*** che prevedono il pagamento periodico di interessi sotto forma di cedole ed il rimborso del valore nominale alla scadenza unitamente alla corresponsione dell'ultima cedola.
- I titoli con cedola possono quotare anche ad un valore superiore rispetto al nominale differentemente dagli ZCB che quotano sempre a sconto.

Coupon Bond

- I Buoni poliennali del Tesoro, noti come **BTP**, sono un esempio di **CB** ed in particolare di **Bullet Bond**. Si tratta di titoli con cedola fissa. La cedola viene corrisposta semestralmente e viene calcolata dividendo per 2 il tasso cedolare e moltiplicando il risultato per il valore nominale. I BTP vengono emessi con scadenze dai 3 ai 30 anni.
- Una categoria meno diffusa di CB (assente in Italia) è rappresentata dagli ***Annuity Bond*** (obbligazioni "rendita"). Ogni cedola è destinata a corrispondere sia l'interesse che rimborsare parte del valore nominale. Il pagamento costante periodico coincide con la rata costante nell'ammortamento francese di un debito.
- Alcuni **CB** corrispondono cedole sotto forma di rendita perpetua: ***perpetuity bond*** (obbligazioni perpetue). Es. La ***consol*** Britannica (unico titolo obbligazionario privo di scadenza).

Corso secco e corso tel quel

- Il prezzo quotato nei mercati finanziari dei titoli con cedola viene chiamato *corso secco* (CS).
- Il *corso secco* generalmente non coincide con il prezzo di acquisto del titolo.
- Il prezzo di acquisto viene chiamato *corso tel quel* (CTQ) o prezzo tel quel.
- In particolare si ha

CTQ=CS+rateo di cedola

Corso secco e corso tel quel

- Il rateo di cedola rappresenta l'ammontare di interesse che è maturato dall'ultimo stacco di cedola sino al momento della vendita del titolo.
- Questa parte di interesse spetta a colui che ha detenuto il titolo sino al momento della vendita.
- Tuttavia, la cedola verrà incassata dal possessore del titolo, cioè l'acquirente. Per questo motivo il prezzo di acquisto è dato dalla quotazione di mercato (CS) più il rateo di interessi.
- Si noti che immediatamente dopo lo stacco di ogni della cedola per un istante CTQ e CS coincidono.

Esempio

- Calcolare il prezzo tel quel (dirty price) delle seguenti obbligazioni.

a) Bullet bond, tasso cedolare 10%, cedole semestrali, scadenza 5 anni e 6 mesi, prezzo di mercato (clean price) $980.

$$P_{dirty} = P_{cl.} + A_{\text{int}.} = 980 + 0 = \$980$$

Esempio

b) Bullet bond, tasso cedolare 10%, corresponsione cedole semestrale, vita residua 2 anni e 5 mesi, corso secco $980.

$$P_{dirty} = P_{cl.} + A_{\text{int}.} = 980 + 1.000 \cdot 10\% \cdot \frac{1}{12}$$

$$= 980 + 100 \cdot \frac{1}{12}$$

$$= 980 + 8{,}33$$

$$= \$988{,}33$$

Esempio

c) Bullet bond, tasso cedolare 8%, cedole semestrali, vita residua 1 anno e 2 mesi, prezzo di mercato $1002.

$$P_{dirty} = P_{cl.} + A_{\text{int.}} = 1.002 + 1.000 \cdot 8\% \cdot \frac{4}{12}$$

$$= 1.002 + 80 \cdot \frac{1}{3}$$

$$= 1.002 + 26{,}67$$

$$= \$1.028{,}67$$

Esempio

d) Bullet bond, tasso cedolare 10%, vita residua 3 anni, 7 mesi e 15 giorni, corso secco $990.

$$P_{dirty} = P_{clean} + A_{int.} = 990 + 1.000 \cdot 10\% \cdot \frac{4 + \frac{15}{30}}{12}$$

$$= 990 + 100 \cdot \frac{4{,}5}{12}$$

$$= 990 + 37{,}50$$

$$= \$1.027{,}50$$

Tasso di rendimento a scadenza

- Il tasso di rendimento a scadenza (TRS) *(Yield to maturity (YTM))*, o tasso interno di rendimento (TIR) *(Internal rate of return (IRR))* di una obbligazione è il tasso di rendimento effettivo ovvero il tasso di rendimento composto annuo nell'ipotesi che il titolo sia detenuto sino alla scadenza.

Tasso di rendimento a scadenza

- Il tasso di rendimento a scadenza è il tasso di sconto composto annuo al quale la somma di tutti i flussi di cassa futuri attualizzati della obbligazione (cedole e valore facciale) è uguale al prezzo tel quel del titolo.
- L'YTM viene ottenuto risolvendo la seguente equazione rispetto a *i*

$$P = \sum_{k=1}^{N} \frac{C_{T_k}}{(1+i)^{T_k}}$$

Tasso di rendimento a scadenza

- Zero coupon bond (formula esplicita)

$$P = \frac{FV}{(1+i)^{T_N}} \rightarrow i = \left(\frac{FV}{P}\right)^{1/T_N} - 1$$

- Bullet bond (soluzione implicita)

$$P = \frac{C}{(1+i)^{T_1}} + \frac{C}{(1+i)^{T_2}} + \dots + \frac{C+FV}{(1+i)^{T_N}}$$

Tasso di rendimento a scadenza

- Consol (formula esplicita, assumendo pagamenti annuali)

$$P = \frac{C}{i} \rightarrow i = \frac{C}{P}$$

- Annuity bond (soluzione implicita, assumendo pagamenti annuali)

$$P = C\,\frac{1-(1+i)^{-N}}{i}$$

Tasso cedolare vs. YTM

- Si consideri un CB con cedole annue.
- Se il tasso di cedola di un bond è inferiore al suo YTM, l'obbligazione è quotata ad un valore inferiore al nominale (sotto la pari)
- Se il tasso di cedola è superiore al YTM, allora l'obbligazione quota sopra la pari (cioè sopra al valore nominale)
- Se il tasso di cedola è uguale al YTM, allora il bond quota alla pari.
- Se consideriamo un CB con cedole semestrali, il discorso non cambia purchè si confrontino tasso cedolare e TIR su base semestrale.

Esempio

- Si considerino tre coupon bond: A, B e C. I loro YTM sono rispettivamente: 5%, 6% e 7%. Tutti pagano annualmente una cedola del 6% e hanno un valore nominale di $ 1.000 e 8 anni alla scadenza. Trovare il loro prezzo.

$$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \ldots + \frac{C+FV}{(1+i)^N}$$

$$= \sum_{k=1}^{N} \frac{C}{(1+i)^k} + \frac{FV}{(1+i)^N}$$

$$= C\,\frac{1-(1+i)^{-N}}{i} + \frac{FV}{(1+i)^N}$$

Esempio

$$P_A = 60\frac{1-(1+5\%)^{-8}}{5\%}+\frac{1.000}{(1+5\%)^{8}} = 387{,}79 + 676{,}84 = 1.064{,}63$$

$$P_B = 60\frac{1-(1+6\%)^{-8}}{6\%}+\frac{1.000}{(1+6\%)^{8}} = 372{,}59 + 627{,}41 = 1.000$$

$$P_C = 60\frac{1-(1+7\%)^{-8}}{7\%}+\frac{1.000}{(1+7\%)^{8}} = 358{,}28 + 852{,}01 = 940{,}29$$

EX 1

- Una obbligazione zero coupon, con 4 anni e 2 mesi alla scadenza, ha un prezzo corrente di 952 dollari. Trovare il suo rendimento a scadenza.

$$P = \frac{FV}{(1+i)^{T_N}} \rightarrow i = \left(\frac{FV}{P}\right)^{1/T_N} - 1$$

$$= \left(\frac{1.000}{952}\right)^{1/(4+2/12)} - 1 = 1{,}1876\%$$

EX 2

- Il prezzo di mercato di una Consol bond è di \$ 7.510. Questo titolo paga \$ 250 ogni sei mesi. Sapendo che la prossima cedola sarà pagata tra sei mesi, trovare il suo tasso di rendimento interno.

$$P = \frac{C}{i_2} \rightarrow i_2 = \frac{C}{P} = \frac{250}{7.510} = 3{,}3289\%$$

$$i = (1 + i_2)^2 - 1 = (1 + 3{,}3289\%)^2 - 1 = 6{,}7686\%$$

EX 3

- Trovare il TIR di un bullet bond con un tasso di cedola dell'8%, pagata semestralmente, valore nominale \$ 1.000, scadenza 12 mesi e prezzo di mercato di \$ 970.

$$P = \frac{C}{(1+i)^{6/12}} + \frac{C+FV}{(1+i)^{12/12}}$$

$$970 = \frac{40}{(1+i)^{0,5}} + \frac{1.040}{(1+i)^{1}}$$

$$970(1+i) - 40(1+i)^{0,5} - 1.040 = 0$$

EX 3

$$970(1+i)-40(1+i)^{0,5}-1.040=0$$

$$1+i=x^2$$

$$970x^2-40x-1.040=0$$

$$x_1=1{,}056278 \rightarrow i_1=x_1^2-1=1{,}056278^2-1=11{,}5723\%$$

$$x_2=-1{,}01504<0 \rightarrow \text{non accettabile}$$

EX 4

- Verificare che il TIR di un bond con un tasso di cedola del 4%, interessi pagati semestralmente, valore nominale $ 1.000, scadenza 2 anni e 3 mesi e prezzo di mercato $ 1.005 è di circa il 3,8%.

$$CTQ = CS + A_{int.} = 1.005 + 1.000 \cdot 4\% \frac{3}{12}$$

$$= 1.005 + 40 \frac{1}{4}$$

$$= 1.005 + 10 = 1.015$$

EX 4

$$CTQ = \frac{C}{(1+i)^{3/12}} + \frac{C}{(1+i)^{9/12}} + \frac{C}{(1+i)^{15/12}} + \frac{C}{(1+i)^{21/12}} + \frac{C+FV}{(1+i)^{27/12}}$$

$$1.015 = \frac{20}{(1+i)^{3/12}} + \frac{20}{(1+i)^{9/12}} + \frac{20}{(1+i)^{1+3/12}} + \frac{20}{(1+i)^{1+9/12}} + \frac{1.020}{(1+i)^{2+3/12}}$$

Sostituendo si verifica che

$$i = 3{,}79939\%$$

EX 5

- In data 01/04/16 è stato emesso un BTP, valore facciale 1.000, scadenza 10 anni, tasso cedolare del 6%. Poiché al 01/09/16 il suo prezzo di mercato era 1.111 Euro, il suo TIR (o YTM) era: a) 3,134%, b)4,608% o c) 6,982%?

$$CTQ = CS + A_{\text{int.}} = 1.111 + 60\frac{5}{12}$$

$$= 1.111 + 25$$

$$= 1.136$$

EX 5

$$CTQ = \left[\frac{C}{2} \frac{1-(1+i_2)^{-20}}{i_2} + \frac{1.000}{(1+i_2)^{20}} \right] (1+i_2)^{5/6}$$

$$1.136 - \left[\frac{60}{2} \frac{1-(1+i_2)^{-20}}{i_2} + \frac{1.000}{(1+i_2)^{20}} \right] (1+i_2)^{5/6} = 0$$

Sostituiamo in ordine i tre valori dopo averli convertiti in tassi semestrali.

$$a)\ i_2 = (1+3{,}134\%)^{0{,}5} - 1 = 1{,}555\%$$

$1.136 - 1.262{,}88 = -126{,}88 \neq 0$ (a) non è la risposta corretta

EX 5

$$b)\ i_2 = (1+4{,}608\%)^{0{,}5} - 1 = 2{,}278\%$$

$1.136 - 1.136{,}07 \approx 0$ (b) è la risposta corretta

Possiamo tranquillamente evitare di analizzare la (c)

Il TIR dunque 4,608%

EX 6

- Il prezzo di mercato di una Consol bond che paga una cedola semestrale di £6 è £320. La prossima cedola sarà staccata tra 4 mesi e 15 giorni. Il TIR di questa obbligazione è a) 3,783%, b) 4,524%, o c) 5,532%?

$$CTQ = CS + A_{int.} = 320 + 6\frac{1,5}{6}$$

$$= 321,5$$

EX 6

$$CTQ = \frac{6}{i_2}\left(1+i_2\right)^{1,5/6}$$

$$321{,}5 - \frac{6}{i_2}\left(1+i_2\right)^{1,5/6} = 0$$

$$a)\ i_2 = \left(1+3{,}785\%\right)^{0,5} - 1 = 1{,}875\%$$

$$321{,}5 - 321{,}49 \approx 0 \ \ \text{(a) è la risposta corretta}$$

EX 7

- Uno ZCB, con scadenza 7 mesi, ha un prezzo di mercato di $988. Trovare il suo tasso di rendimento a scadenza.

$$P = \frac{FV}{(1+i)^{T_N}} \rightarrow i = \left(\frac{FV}{P}\right)^{1/T_N} - 1$$

$$= \left(\frac{1.000}{988}\right)^{12/7} - 1 = 2{,}091\%$$

EX 8

- Il prezzo di mercato di una Consol che paga trimestralmente £150 è £25.000. Sapendo che la prossima cedola sarà pagata esattamente tra tre mesi, determinare il tasso di rendimento alla scadenza.

$$a)\ P = \frac{C}{i_4} \rightarrow i_4 = \frac{C}{P} = \frac{150}{25.000} = 0{,}6\%$$

$$i = (1 + i_4)^4 - 1 = (1 + 0{,}6\%)^4 - 1 = 2{,}422\%$$

EX 9

- Determinare l'YTM di un bullet bond con cedola del 7% pagata annualmente, valore facciale $1.000, vita residua 2 anni e prezzo di mercato $1.010.

$$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C+FV}{(1+i)^2}$$

$$1.010 = \frac{70}{1+i} + \frac{1.070}{(1+i)^2}$$

$$1.010(1+i)^2 - 70(1+i) - 1.070 = 0$$

EX 9

$$1 + i = x$$

$$1.010x^2 - 70x - 1.070 = 0$$

$$x_1 = 1{,}06451 \rightarrow i_1 = x_1 - 1 = 6{,}451\%$$

$$x_2 = -0{,}9952 < 0 \rightarrow \text{non accettabile}$$

EX 10

- L'YTM di un CB con un tasso cedolare del 6%, corrisposto semestralmente, valore facciale $1.000, vita residua 2 anni e 4 mesi, corso secco $980, è a) 6,5% b) 7,5% c) 7,05% d) nessuna delle precedenti

$$CTQ = CS + A_{int.} = 980 + 1.000 \cdot 6\% \frac{2}{12}$$

$$= 980 + 60 \frac{1}{6}$$

$$= 980 + 10 = 990$$

EX 10

$$CTQ = \frac{C}{(1+i)^{4/12}} + \frac{C}{(1+i)^{10/12}} + \frac{C}{(1+i)^{16/12}} + \frac{C}{(1+i)^{22/12}} + \frac{C+FV}{(1+i)^{28/12}}$$

$$990 = \frac{30}{(1+i)^{4/12}} + \frac{30}{(1+i)^{10/12}} + \frac{30}{(1+i)^{16/12}} + \frac{30}{(1+i)^{22/12}} + \frac{1.030}{(1+i)^{28/12}}$$

Sostituendo al posto di i, i tassi precedenti si verifica che

la risposta corretta è la c)

$i = 7{,}05\%$

EX 10

In alternativa, possiamo sostituire in ordine i tre tassi, dopo averli convertiti in semestrali, nella fomula sotto e verificare che la risposta corretta è la c)

$$CTQ = \left[\frac{C}{2} \frac{1-\left(1+i_2\right)^{-5}}{i_2} + \frac{1.000}{\left(1+i_2\right)^5} \right] \left(1+i_2\right)^{2/6}$$

$$990 - \left[\frac{60}{2} \frac{1-\left(1+i_2\right)^{-5}}{i_2} + \frac{1.000}{\left(1+i_2\right)^5} \right] \left(1+i_2\right)^{2/6} = 0$$

EX 11

- Qual è l'YTM di un CB, cedola (annua) dell'8% corrisposta semestralmente, valore nominale $1.000, maturity 5 anni e prezzo di mercato $1.000?

EX 11

- Poiché il titolo quota alla pari (prezzo di mercato = valore facciale) e poiché la cedola viene corrisposta semestralmente, la cedola semestrale ed il rendimento a scadenza in base semestrale coincidono

$$i_2 = \frac{8\%}{2} = 4\%$$

L'YTM è dunque

$$i = (1 + i_2)^2 - 1 = (1 + 4\%)^2 - 1 = 8{,}1599\%$$

EX 12

- Il rendimento a scadenza di un CB, valore nominale $ 1.000, cedola corrisposta annualmente del 6%, scadenza 2 anni e 8 mesi, è del 5%.

a) Senza fare calcoli, cosa possiamo dire sul suo prezzo di mercato?

b) Calcolare corso secco e prezzo tel quel

EX 12

a) Senza fare calcoli, cosa possiamo dire sul suo prezzo di mercato?

Poiché il tasso cedolare è maggiore dell'YTM, il titolo quoterà sopra alla pari, cioè il suo prezzo di mercato sarà maggiore del valore nominale

EX 12

b) Calcolare corso secco e prezzo tel quel

$$CTQ = \left[C \frac{1-(1+i)^{-3}}{i} + \frac{VF}{(1+i)^3} \right] (1+i)^{4/12}$$

$$= \left[60 \frac{1-(1+5\%)^{-3}}{5\%} + \frac{VF}{(1+5\%)^3} \right] (1+5\%)^{4/12} = 1.044{,}075$$

$$CS = CTQ - A_{\text{int}} = 1.044{,}075 - 60 \frac{4}{12} = 1.024{,}075$$

EX 13

- Una Consol che corrisponde una cedola annua di £200 ha un valore di mercato di £5.750. La prossima cedola sarà corrisposta tra 7 mesi. Il suo TIR è a) 3,4778% b) 4,518% c) 4,9911%

$$CTQ = CS + A_{\text{int.}} = 5.750 + 200 \cdot \frac{5}{12}$$

$$= 5.833{,}33$$

EX 13

$$CTQ = \frac{C}{i}(1+i)^{5/12}$$

$$5.833{,}33 = \frac{200}{i}(1+i)^{5/12}$$

Sostituendo al posto di i il tasso a)

otteniamo una identità.

Dunque l'YTM è 3,4778%

EX 14

- Determinare il prezzo di un BTP, scadenza 30 anni, valore facciale 1.000, tasso cedolare 7%, YTM 10%

$$P = C\frac{1-(1+i_2)^{-60}}{i_2}+\frac{FV}{(1+i)^{30}}$$

$$= 35\frac{1-(1+4{,}88\%)^{-60}}{4{,}88\%}+\frac{1.000}{(1+10\%)^{30}}$$

$$= 675{,}99 + 57{,}30 = 733{,}29$$

$$i_2 = (1+i)^{0,5}-1 = (1+10\%)^{0,5}-1 = 4{,}88\%$$

EX 15

- Una obbligazione irredimibile, cedole trimestrali di \$25, ha un IRR del 5,5%. Sapendo che la prossima cedola sarà pagata tra un mese, trovare prezzo tel quel e corso secco.

$$i_4 = (1 + 5{,}5\%)^{1/4} - 1 = 1{,}3475\%$$

$$P_{dirty} = \frac{C}{i_4}(1 + i_4)^{2/3} = \frac{25}{1{,}3475\%}(1 + 1{,}3475\%)^{2/3} = 1.871{,}89$$

$$P_{clean} = P_{dirty} - \text{accrued interest}$$

$$= 1.871{,}89 - \frac{25}{3} \times 2 = 1.855{,}23$$