

Concetti base e regimi finanziari

Esercizio 1

Una azienda investe un capitale di \$ 12.000 per 8 mesi in una attività che rende un tasso di interesse annuo semplice del 4%.

Determinare:

- A) il valore dell'investimento dopo otto mesi;
- B) il tasso di rendimento composto annuo finanziariamente equivalente.

Esercizio 2

Una impresa ha l'opportunità di investire un capitale di \$ 50.000 a un tasso di interesse semplice annuo del 3,20%. Quale sarà il valore dell'investimento dopo sei mesi e 14 giorni?

Esercizio 3

Una piccola azienda decide di investire \$ 10.000 per 3 anni e 6 mesi in un nuovo progetto privo di rischio. Sapendo che il rendimento annuo composto garantito da questo investimento è del 6%, determinare:

- A) il montante alla scadenza generato dall'investimento;
- ~~B) il tasso annuo in capitalizzazione continua finanziariamente equivalente;~~
- C) il tasso di variazione del capitale.

Esercizio 4

L'impresa Delta ha la possibilità di investire \$ 20.000 a un tasso annuo semplice del 3% per 2 anni, e di reinvestire poi il montante generato per altri 6 mesi a un tasso annuo semplice del 2% senza alcun rischio.

Determinare:

- A) il valore dell'investimento dopo 9 mesi;
- B) la somma disponibile dopo 2 anni e 6 mesi;
- C) il tasso di rendimento annuo composto dell'investimento;
- ~~D) il tasso di rendimento capitalizzato nel continuo dell'investimento.~~

Esercizio 5

Il tasso annuo di interesse semplice è del 10%, determinare:

- A) il tasso di interesse semplice mensile temporalmente equivalente;
- B) il tasso di interesse semplice trimestrale temporalmente equivalente;
- C) il tasso di interesse semestrale temporalmente equivalente.

Esercizio 6

Un capitale di \$ 10.000 viene investito per 10 anni, 3 mesi e 10 giorni a un tasso composto annuo del 3,50%, determinare

- A) il valore finale dell'investimento;
- B) il tasso di rendimento composto nel continuo e il tasso semplice finanziariamente equivalenti in base annua.

Esercizio 7

Determinare il tasso di interesse annuo semplice al quale dobbiamo investire un capitale di \$ 5.000 per ottenere \$ 6.000 dopo 4 anni e 4 mesi? ~~Trovare inoltre il tasso di interesse composto nel continuo e composto finanziariamente equivalenti in base annua.~~

Esercizio 8

Quanto tempo ci vuole per raddoppiare un capitale a un tasso di interesse composto annuo del 4%? ~~Determinare inoltre il tasso di interesse composto nel continuo in base annua necessario per raddoppiare il capitale nello stesso periodo di tempo.~~

Esercizio 9

Qual è il tasso di rendimento semplice mensile che mi permette di ottenere \$ 5.000 tra 2 anni se investo oggi un capitale di \$ 4.000?

Esercizio 10

Determinare il valore attuale di \$ 2.000 disponibili tra due 2 anni e 2 mesi sapendo che il tasso di interesse composto annuo è del 7%. Trovare inoltre il tasso di interesse semplice necessario per ottenere lo stesso capitale finale a partire dallo stesso investimento iniziale.

Esercizio 11

Un capitale di \$ 6.000 viene investito per 3 anni e 8 mesi a un tasso composto quadrimestrale dell'1%. Quale sarà il valore del capitale a fine periodo?

Esercizio 12

Per quanto tempo occorre mantenere investito un capitale di \$ 5.000 a un tasso annuo semplice dell'8% per ottenere \$ 8.000? ~~Trovare inoltre il tasso di interesse composto annuo continuo necessario per ottenere lo stesso capitale nello stesso periodo di tempo.~~

~~Esercizio 13~~

~~Determinare il tempo necessario a un capitale di \$ 15.000 per produrre un interesse di \$ 1.000 se viene investito in un progetto che rende un tasso di rendimento annuo continuo del 3%.~~

Esercizio 14

Per quanto tempo un capitale di \$ 11.000 deve essere impiegato in una attività che rende un tasso composto annuo del 7,5% per ottenere un montante di \$ 14.000?

Esercizio 15

Un investimento genererà due diversi flussi di cassa: \$ 2.500 in 3 mesi e \$ 1.000 in 1 anno e 4 mesi. Il tasso di interesse offerto dall'investimento è del 5% composto annuo. Qual è il valore attuale dell'investimento?

Esercizio 16

L'azienda Alfa ha venduto un macchinario industriale e ha contrattato con l'acquirente la seguente modalità di pagamento: una rata subito di \$ 200.000, una tra 6 mesi di \$ 300.000 ed una tra un anno di \$ 500.000. L'azienda Alfa intende investire ciascuna rata, appena riscossa, in una attività che ha un rendimento annuo garantito del 6% in base composta. Determinare il montante di questo investimento dopo 3 anni.

Esercizio 17

L'azienda Beta concesso all'azienda Omega un prestito concordando la seguente modalità di rimborso: \$ 300.000 tra un anno, \$ 100.000 tra due anni, \$ 150.000 tra 3, \$ 1.000.000. Sapendo che il tasso applicato dalla società Beta è del 10% composto annuo, determinare l'importo del prestito.

Esercizio 18

La società Gamma 3 anni fa ha investito \$1.000.000 di dollari in un progetto che ha reso il 15% il primo anno, il 7% il secondo anno, ed il - 20% il terzo.

- A) Qual è il valore corrente dell'investimento?
- B) Qual è stato il tasso di variazione del capitale?
- C) Qual è stato il tasso di rendimento composto annuo realizzato?
- ~~D) Qual è stato il tasso capitalizzato nel continuo realizzato?~~
- E) Qual è il tasso rendimento semplice realizzato?

Esercizio 19

Quanto valgono oggi \$ 50.000 disponibili tra 10 anni con certezza, se il tasso composto annuo privo di rischio è costante al 2%?

Esercizio 20

Quanto valgono oggi \$ 50.000 disponibili tra 10 anni con certezza, se il tasso composto annuo privo di rischio è costante al 2%?

BASIC CONCEPTS

SOLUTIONS

Ex. 1

$$A) FV = PV(1 + i_s T) \rightarrow FV = 12'000 \left(1 + 0,04 \cdot \frac{8}{12}\right) = 12'320$$

$$B) FV = PV(1 + i_s T) = PV(1 + i)^T$$

$$\cancel{PV}(1 + i_s T) = \cancel{PV}(1 + i)^T \rightarrow i = (1 + i_s T)^{\frac{1}{T}} - 1 = 0,040265$$

Ex. 2

$$FV = PV(1 + i_s T) = 50'000 \left[1 + 0,032 \cdot \left(\frac{6}{12} + \frac{14}{360}\right)\right] = 50'862,22$$

Ex. 3

$$A) FV = PV(1 + i)^T = 10'000(1 + 6\%)^{3 + 6/12} = 10'000(1,06)^{3,5} = 12'262,26$$

$$B) FV = PV(1 + i)^T = PV \exp(i_c T)$$

$$\cancel{PV}(1 + i)^T = \cancel{PV} \exp(i_c T) \rightarrow i_c = \ln(1 + i) = \ln(1,06) = 0,05827$$

$$C) \frac{\Delta C}{C} = \frac{FV - PV}{PV} = \frac{I}{PV} = \frac{12'262,26 - 10'000}{10'000} = \frac{2'262,26}{10'000} = 22,623\%$$

Ex. 4

$$A) FV_{3m} = 20'000(1 + 3\% \cdot 3/12) = 20'450$$

$$B) FV = 20'000(1 + 3\% \cdot 2)(1 + 2\% \cdot 6/12) = 21'412$$

$$C) FV = PV(1 + i)^T \rightarrow i = \left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{T}} - 1 = \left(\frac{21'412}{20'000}\right)^{\frac{1}{(2 + 6/12)}} - 1 = 2,7663\%$$

$$D) i_c = \ln(1 + i) = \ln(1 + 0,027663) = 2,7288\%$$

Ex. 5

$$A) 1+i = 1+K i_s^{(K)} \rightarrow i = K i_s^{(K)} \rightarrow i_s^{(K)} = \frac{i}{K} \rightarrow i_s^{(12)} = \frac{10\%}{12} = 0,833\%$$

$$B) i_s^{(4)} = \frac{10\%}{4} = 2,5\%$$

$$C) i_s^{(2)} = \frac{10\%}{2} = 5\%$$

Ex. 6

$$A) FV = PV(1+i)^T \quad T = 10 + \frac{3}{12} + \frac{10}{360} = 10,277778$$

$$FV = 10'000 (1+0,035)^{10,277778} = 14'241,43$$

$$B) [\underline{I}] \rightarrow (1+i)^T = \exp(i_c \cdot T) \rightarrow i_c = \ln(1+i) = \ln(1,035) = 0,0344$$

$$[\underline{II}] \rightarrow (1+i)^T = (1+i_s T) \rightarrow i_s = \frac{(1+i)^T - 1}{T} = \frac{(1,035)^{10,277778} - 1}{10,277778} = 0,04127$$

Ex. 7

$$A) FV = PV(1+i_s T) \rightarrow i_s = \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) \cdot \frac{1}{T} = \left(\frac{6.000}{5.000} - 1 \right) \cdot \frac{1}{(4+4/12)} = 4,6154\%$$

$$B) [\underline{I}] \rightarrow 1+i_s T = \exp(i_c T) \rightarrow i_c = \frac{\ln(1+i_s T)}{T} = \frac{\ln(1+4,6154\% \cdot 4,33)}{4,33333} = 4,207\%$$

$$[\underline{II}] \rightarrow 1+i_s T = (1+i)^T \rightarrow i = (1+i_s T)^{\frac{1}{T}} - 1 = (1+4,6154\% \cdot 4,33333)^{\frac{1}{4,33}} - 1 = 4,297\%$$

$$[\underline{III bis}] \rightarrow (1+i)^T = \exp(i_c T) \rightarrow i = \exp(i_c) - 1 = \exp(4,207\%) - 1 = 4,297\%$$

Ex. 8

$$[\underline{I}] \rightarrow 2C = C(1+i)^T \rightarrow 2 = (1+i)^T \rightarrow \ln 2 = T \ln(1+i) \rightarrow T = \frac{\ln 2}{\ln(1+4\%)} = 17,673$$

$$\cancel{T = 17,67299 \text{ years}} \rightarrow T \approx 17 \text{ years } 8 \text{ months } 2 \text{ days}$$

$$[\underline{II}] \rightarrow 2C = C \exp(i_c T) \rightarrow \ln 2 = i_c T \rightarrow i_c = \frac{\ln 2}{T} = \frac{\ln 2}{17,673} = 3,922\%$$

Ex 9

$$FV = PV(1 + i_s T) \rightarrow i_s = \frac{1}{T} \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5000}{4000} - 1 \right) = 12,5\%$$

$$i_s^{(12)} = \frac{i_s}{12} = \frac{12,5\%}{12} = 1,0417\%$$

Or equivalently

$$FV = PV(1 + i_s^{(12)} T_{12}) \rightarrow i_s^{(12)} = \frac{1}{T_{12}} \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) = \frac{1}{24} \left(\frac{5000}{4000} - 1 \right) = 1,0417\%$$

Ex. 10

$$A) \quad PV = \frac{FV}{(1+i)^T} = \frac{2000}{(1+0,07)^{2+2/12}} = 1.727,29$$

$$B) \quad i_s = \frac{1}{T} \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) = \frac{1}{(2+2/12)} \left(\frac{2000}{1.727,29} - 1 \right) = 7,2869\%$$

Ex. 11

$$FV = PV(1 + i^{(4)})^{T_4} = 6000(1 + 1\%)^{\frac{36}{4} + \frac{8}{4}} = 6000(1,01)^{11} = 6.694,01$$

Ex. 12

$$|\underline{i}| \rightarrow FV = PV(1 + i_s T) \rightarrow T = \frac{1}{i_s} \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) = \frac{1}{8\%} \left(\frac{8000}{5000} - 1 \right) = 7,5 \text{ years}$$

$$|\underline{i}| \rightarrow 1 + i_s T = \exp(i_c T) \rightarrow i_c = \frac{\ln(1 + i_s T)}{T} = \frac{\ln(1 + 8\% \cdot 7,5)}{7,5} = 6,267\%$$

Ex. 13

$$FV = PV \exp(i_c T) \rightarrow \frac{FV}{PV} = \exp(i_c T) \rightarrow T = \frac{1}{i_c} \ln\left(\frac{FV}{PV}\right) = \frac{1}{3\%} \ln\left(\frac{16000}{15000}\right) = 2,151 \text{ years}$$

Ex. 14

$$FV = PV(1+i)^T \rightarrow \frac{FV}{PV} = (1+i)^T \rightarrow \ln\left(\frac{FV}{PV}\right) = T \ln(1+i) \rightarrow T = \frac{\ln(FV/PV)}{\ln(1+i)} = \frac{\ln(14/11)}{\ln(1,07)} = 3,3346 \text{ years}$$

Ex. 15

$$PV = \frac{2500}{(1+5\%)^{3/12}} + \frac{1000}{(1+5\%)^{1+4/12}} = 2469,69 + 937,02 = 3406,71$$

Ex 16

$$FV_3 = 200.000 (1+6\%)^{3-0} + 300.000 (1+6\%)^{3-0,5} + 500.000 (1+6\%)^{3-1} \\ = 1.147.048 \$ \rightarrow \text{MONTANTE}$$

Ex 17

$$VA = \frac{300.000}{(1+10\%)} + \frac{400.000}{(1+10\%)^2} + \frac{150.000}{(1+10\%)^3} + \frac{1.000.000}{(1+10\%)^4} = \$ 936.138$$

Ex 18

$$A) M = 1.000.000 (1+15\%)(1+7\%)(1-20\%) = 984.400$$

$$B) T.V.C = (984.400 - 1.000.000) / 1.000.000 = -1,56\%$$

$$C) M = VA (1+i)^3 \rightarrow (1+i)^3 = \frac{M}{VA} \rightarrow i = \left(\frac{M}{VA}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 = \left(\frac{984.400}{1.000.000}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 \\ i = -0,527\%$$

$$M = FV \quad VA = PV$$

$$D) M = VA e^{3ic} \rightarrow e^{3ic} = \frac{M}{VA} \rightarrow ic = \frac{1}{3} \ln\left(\frac{M}{VA}\right) = -0,524\%$$

$$E) M = VA (1+i,3) \rightarrow i = -1,56\% \cdot \frac{1}{3} = -0,52\%$$

Ex 19

$$VA = 50.000 (1+2\%)^{-10} = 41.017,41 \$$$

Ex 20

$$VA = \frac{50000}{e^{10 \cdot 2\%}} = 40.939,54 \$$$