Esercitazione 3

Sui
Numeri Finiti

Esercizio A.1

Script scompute_u.m

- Elaborazione in precisione
  BASIC SINGLE e BASIC DOUBLE

- Caratterizzazione di U (Unità di arrotondamento)

Caratterizzazione di U

Nello Standard ANSI/IEEE si usa l'arrotondamento ai pari; siano x ed y finiti consecutivi tali che $x <= \alpha < y$, allora:

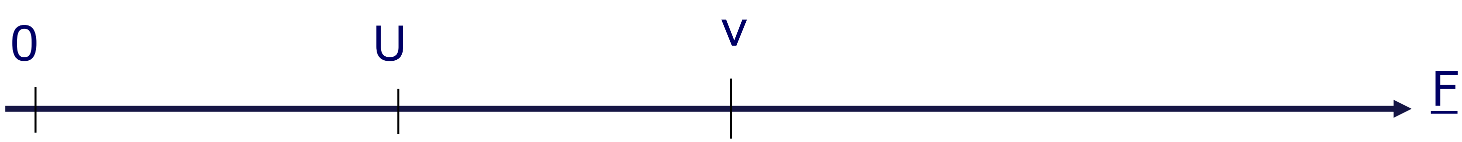
$$fl(\alpha) = \begin{cases} x & \text{se } \alpha < (x+y)/2 \\ pari(x,y) & \text{se } \alpha = (x+y)/2 \\ y & \text{se } \alpha > (x+y)/2 \end{cases}$$

$a \oplus b = fl(a+b)$

Caratterizzazione di U

U è il più grande numero finito positivo tale che

$$U \oplus 1 = 1$$



se $v > U$ allora $v \oplus 1 > 1$

Caratterizzazione di U

```
%Applichiamo caratterizzazione di U
u=1;
t=0;
while(1+u > 1)
    u=u/2;
    t=t+1;
end
```

Alla fine del ciclo, la variabile u conterrà il valore di U (unità di arrotondamento), mentre t rappresenta il numero di cifre della mantissa così ché

$$U = \frac{1}{2}\, 2^{1-t} = 2^{-t}$$

Esercizio A.2

Script sfiniti.m

- Elaborazione in precisione
  BASIC SINGLE e BASIC DOUBLE

- Standard ANSI/IEEE e numeri gradual underflow

Esempio 1

ANSI/IEEE gradual underflow: BASIC single
F(2,24,-127,128)

1.
0|00000001|0000…0000000000| = 2^-126

0|00000000|1000…0000000000| = 2^-127
0|00000000|0100…0000000000| = 2^-128
0|00000000|0010…0000000000| = 2^-129
…
0|00000000|0000…0000000001| = 2^-149
0|00000000|0000…0000000000| = 2^-150

Esempio 1 (continua)

ANSI/IEEE gradual underflow: BASIC single
F(2,24,-127,128)

1.(normal)

0|00000001|0000…000000000| = 2^-126

(denormalized)

0|00000000|1000…000000000| = 2^-127

0|00000000|0100…000000000| = 2^-128

0|00000000|0010…000000000| = 2^-129

…

0|00000000|0000…000000001| = 2^-149

0|00000000|0000…000000000| = 2^-150(zero)

Normalizzati   Denormalizzati (gradual underflow)

Esempio 2

ANSI/IEEE gradual underflow: BASIC double F(2,53,-1023,1024)

1.(normal)

0|00000000001|0000…0000000000| = 2^-1022

(denormalized)

0|00000000000|1000…0000000000| = 2^-1023

0|00000000000|0100…0000000000| = 2^-1024

0|00000000000|0010…0000000000| = 2^-1025

…

0|00000000000|0000…0000000001| = 2^-1074

0|00000000000|0000…0000000000| = 2^-1075 (zero)

Normalizzati Denormalizzati (gradual underflow)

Esercizio A.3

Script sexpression.m

- Analisi in avanti degli errori per E_in e E_alg
- Script sconv_dec2bin.m e sconv_bin2dec.m
- Sperimentazione numerica

E_alg

E_alg nella computazione dell'espressione:

$$y=((1+x)-1)/x$$

Effettuando un'analisi in avanti degli errori E_in e E_alg si è trovato:

E_in = 0

$$E\_alg = |1/x||eps1|+|eps1|+|eps2|+|eps3|$$
$$<= |1/x||eps1| + 3u$$

dove con eps1 ci si riferisce all'errore nel fare la prima addizione, eps2 la sottrazione ed eps3 la divisione.

Esercizio A.4

Script fidiff.m

- Approssimazione della derivata di exp(x) usando il rapporto incrementale

- Cancellazione Numerica? Stampare i numeri che sottraendosi provocano l’errore.