

CORSO DI OTTIMIZZAZIONE COMBINATORIA
 PROVA SCRITTA DEL 28 MAGGIO 2024
 Tempo a disposizione: ore 1:45.

Si ricorda che:

- Per quanto possibile, occorre scrivere in bella calligrafia (il testo illeggibile non verrà preso in considerazione).
- Su tutti i fogli che vi abbiamo consegnato occorre riportare cognome, nome e numero di matricola.
- Occorre riportare in modo chiaro tutti i passi che portano alla determinazione del risultato.
- Il numero dell'esercizio che si sta svolgendo va sempre riportato in modo chiaro.
- Non è consentita la consultazione di appunti, libri, etc.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici, telefoni cellulari, etc.
- Non è concesso chiedere alcunché ai docenti e agli altri studenti.
- Occorre consegnare anche la brutta copia ai docenti.

Esercizio 1. (Punti 10)

Un'azienda informatica ha la necessità di organizzare i turni del suo call-center. Su base statistica, l'azienda conosce il numero minimo di operatori necessari nei vari momenti della giornata. Più nello specifico, per ogni $i \in \{1, \dots, 12\}$, l'azienda conosce il numero minimo m_i di operatori necessari nell' i -esimo blocco di due ore di ogni giornata. (Ad esempio, m_1 è il numero di operatori necessari nell'intervallo di due ore che va da mezzanotte alle due di mattina.) Il contratto di lavoro degli operatori telefonici prevede che i turni di lavoro siano di 6 ore continuative, che non possano essere a cavallo tra due giorni diversi, e che inizino all'inizio di uno qualunque dei dodici blocchi in $\{1, \dots, 12\}$. Si modellizzi in PLI il problema di determinare il numero di turni di lavoro necessari a coprire le necessità dell'azienda ogni giorno.

Esercizio 2. (Punti 7)

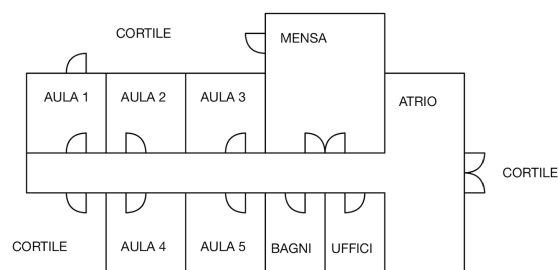
Sia data la planimetria in Figura (a). I responsabili di sicurezza della scuola devono progettare il piano di evacuazione in caso di emergenza. Per essere a norma, il piano deve garantire, a pieno regime, l'evacuazione di almeno 30 persone al minuto da ciascuna delle 5 aule verso il cortile esterno. Le porte singole consentono il passaggio di 30 persone al minuto, le porte doppie di 60 persone al minuto. Si modellizzi come un problema di flusso di costo minimo la progettazione di un piano a norma che minimizzi il costo dell'evacuazione. Per semplicità, si assuma che gli spostamenti all'interno della stessa stanza abbiano costo trascurabile e che gli spostamenti tra stanze comunicanti abbiano costo costante pari a d .

Esercizio 3. (Punti 8)

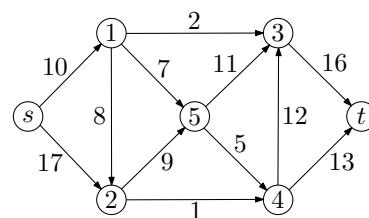
Si risolva il problema di flusso massimo in Figura (b) tramite l'algoritmo di Edmonds-Karp. Si indichino in modo preciso il valore ottimo e la soluzione ottima. Si determini poi un taglio di capacità minima.

Esercizio 4. (Punti 5)

Nell'ambito dell'Esercizio 1, si supponga che i turni di lavoro non costino tutti allo stesso modo, ma che un qualunque turno di lavoro di 6 ore che inizi strettamente prima delle 8 oppure strettamente dopo le 19 costi il 25% in più rispetto agli altri. Che modifiche servirà apportare al modello predisposto nell'ambito dell'Esercizio 1?



(a) Esercizio 2



(b) Esercizio 3

ESERCIZIO 1

PARAMETRI

12 BLOCCHI DI 2 ORE CIASCUNO

6 ORE ESATTE PER TURNO DI LAVORO

M_i OPERATORI NECESSARI NEL BLOCCO i

VARIABILI

$X_i \in \mathbb{N}$: NUMERO DI OPERATORI CHE INIZIANO A LAVORARE NEL BLOCCO i .

VINCOLI

$$M_1 \leq X_1$$

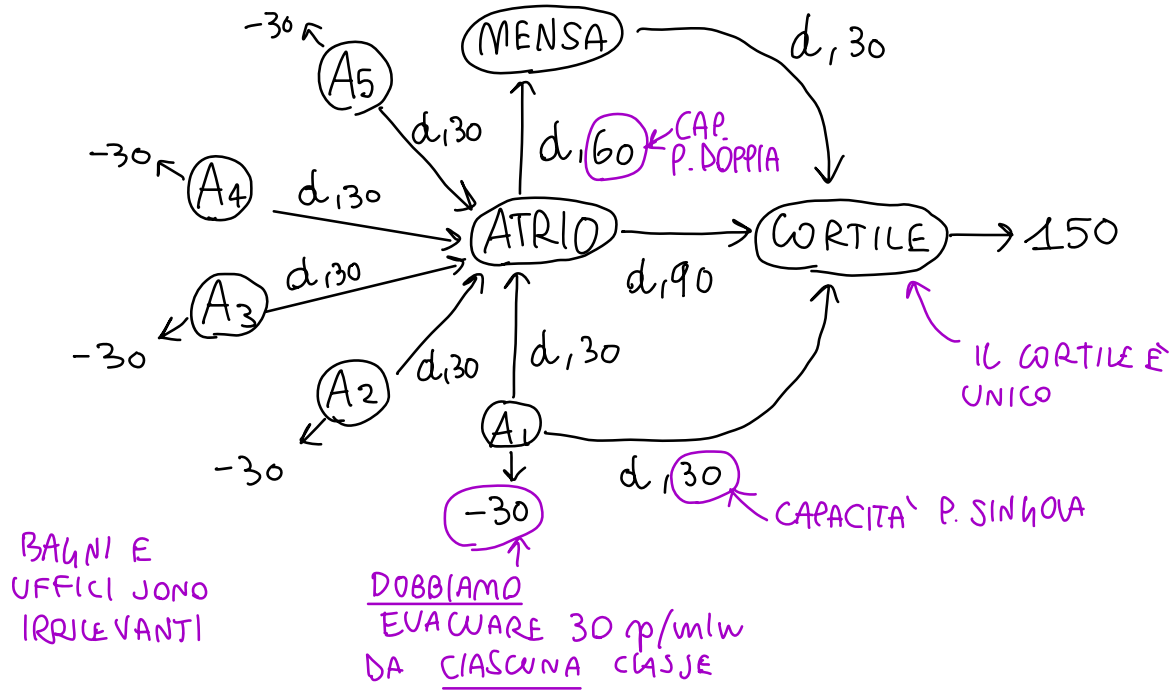
$$M_2 \leq X_1 + X_2$$

$$M_i \leq X_{i-2} + X_{i-1} + X_i \quad \text{per } i \in \{3 \dots 12\}$$

F.O.

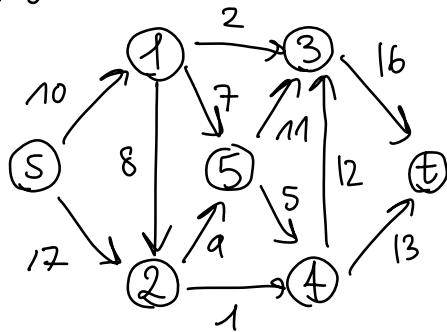
$$\min \sum_{i=1}^{12} X_i$$

ESERCIZIO 2

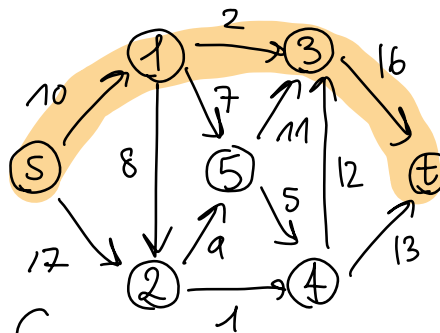


ESERCIZIO 3

χ_0

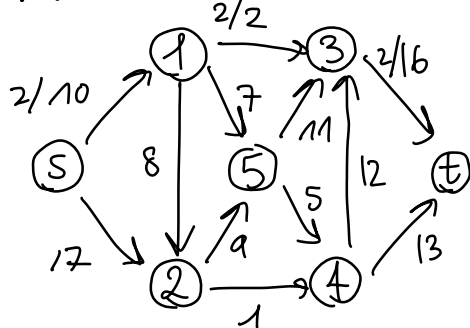


G_{χ_0}

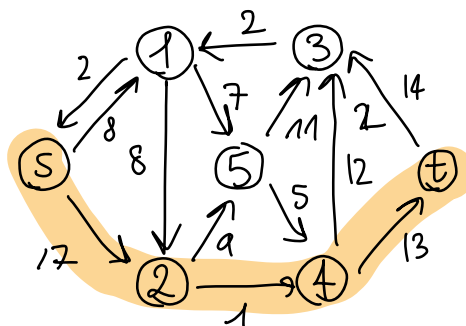


$\theta = 2$

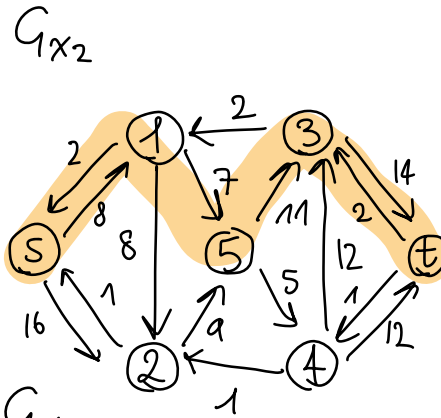
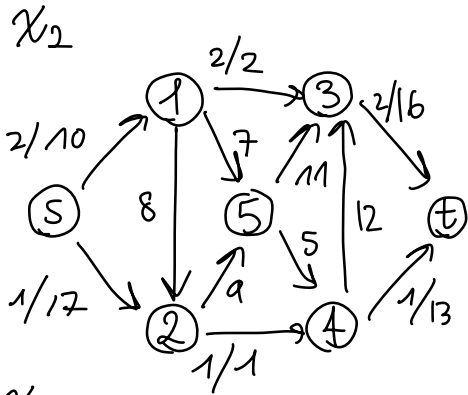
χ_1



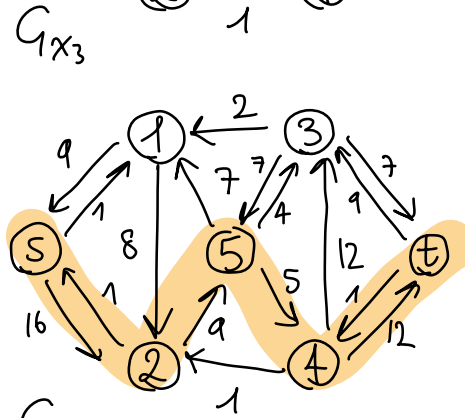
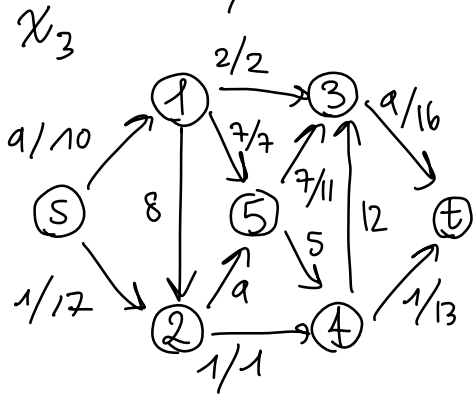
G_{χ_1}



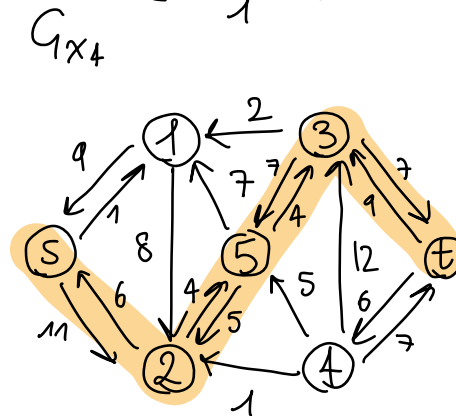
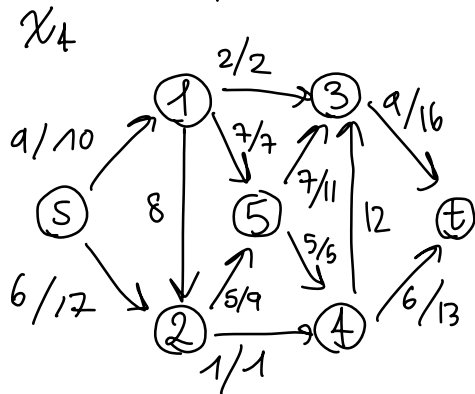
$\theta = 1$



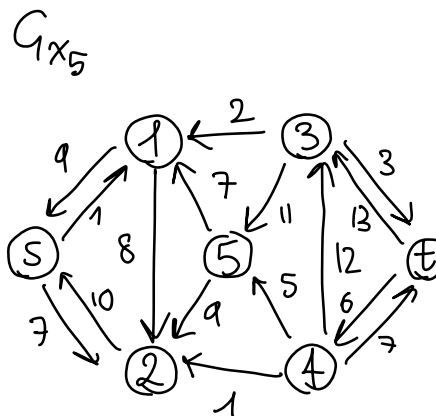
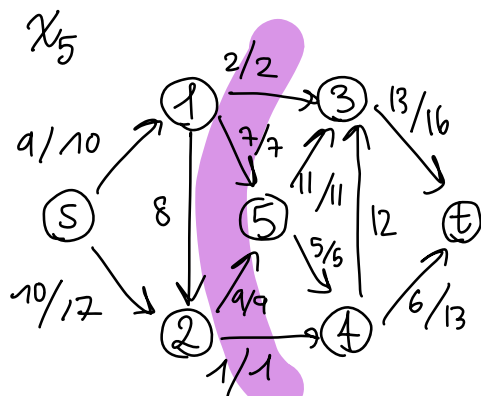
$$\theta = 7$$



$$\theta = 5$$



$$\theta = 4$$



NESSUN
C.A.
↓
 X_5 SOL. OTT.

TAGLIO DI CAPACITA' MINIMA
= VALORE OTTIMO = 19

ESERCIZIO 4

NUOVI PARAMETRI

$S = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ Blocchi con costo STANDARD

$E = \{1, 2, 3, 4, 11, 12\}$ Blocchi con costo EXTRA

NUOVA FUNZIONE OBIETTIVO

$$\min \sum_{i \in S} x_i + \sum_{i \in E} 1,25 x_i$$