

CORSO DI OTTIMIZZAZIONE COMBINATORIA

PROVA SCRITTA DEL 19 GENNAIO 2026

Tempo a disposizione: ore 1:45.

Si ricorda che:

- Per quanto possibile, occorre scrivere in bella calligrafia (il testo illeggibile non verrà preso in considerazione).
- Su tutti i fogli che vi abbiamo consegnato occorre riportare cognome, nome e numero di matricola.
- Occorre riportare in modo chiaro tutti i passi che portano alla determinazione del risultato.
- Il numero dell'esercizio che si sta svolgendo va sempre riportato in modo chiaro.
- Non è consentita la consultazione di appunti, libri, etc.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici, telefoni cellulari, etc.
- Non è concesso chiedere alcunché ai docenti e agli altri studenti.
- Occorre consegnare anche la brutta copia ai docenti.

Esercizio 1. (Punti 12)

Si consideri un campus universitario composto da un insieme di edifici e corridoi. La mappa del campus è modellata come un grafo non orientato $G = (V, E)$, dove:

- ogni vertice $v \in V$ rappresenta una possibile posizione in cui è possibile installare un'antenna WiFi;
- ogni arco $\{u, v\} \in E$ rappresenta una zona (ad esempio un corridoio o un'area comune) che può essere coperta da un'antenna installata almeno in uno dei due vertici u o v .

Per ogni vertice $v \in V$ è dato un costo $c_v > 0$, che rappresenta il costo di installazione di un'antenna WiFi in quella posizione. L'università richiede che tutte le zone siano coperte dal segnale WiFi, ossia che per ogni arco $\{u, v\} \in E$ almeno una antenna sia installata in u oppure in v . Formulare un modello PLI che permetta di determinare un insieme di posizioni in cui installare le antenne tale da minimizzare il costo totale di installazione.

Esercizio 2. (Punti 9)

Si risolva il seguente problema di programmazione lineare attraverso l'algoritmo del simplex. Si parta dalla base ammissibile corrispondente ai vincoli della prima colonna.

$$\min -5x - 5y$$

$$x + 2 \geq 0$$

$$y \leq x + 3$$

$$y + x \leq 3$$

$$y \leq 2$$

$$y + 2 \geq 0$$

$$x \leq 2$$

$$y + 3 \geq x$$

Esercizio 3. (Punti 9)

Si risolva il seguente problema di flusso massimo tramite l'algoritmo di Edmonds-Karp. Si indichino in modo preciso il valore ottimo e la soluzione ottima. Si determini poi un taglio di capacità minima.

