Metodi di generazione

Generatori di numeri pseudocasuali non uniformi

- Trasformazione inversa
- Composizione
- Reiezione
- Convoluzione
- Caratterizzazione

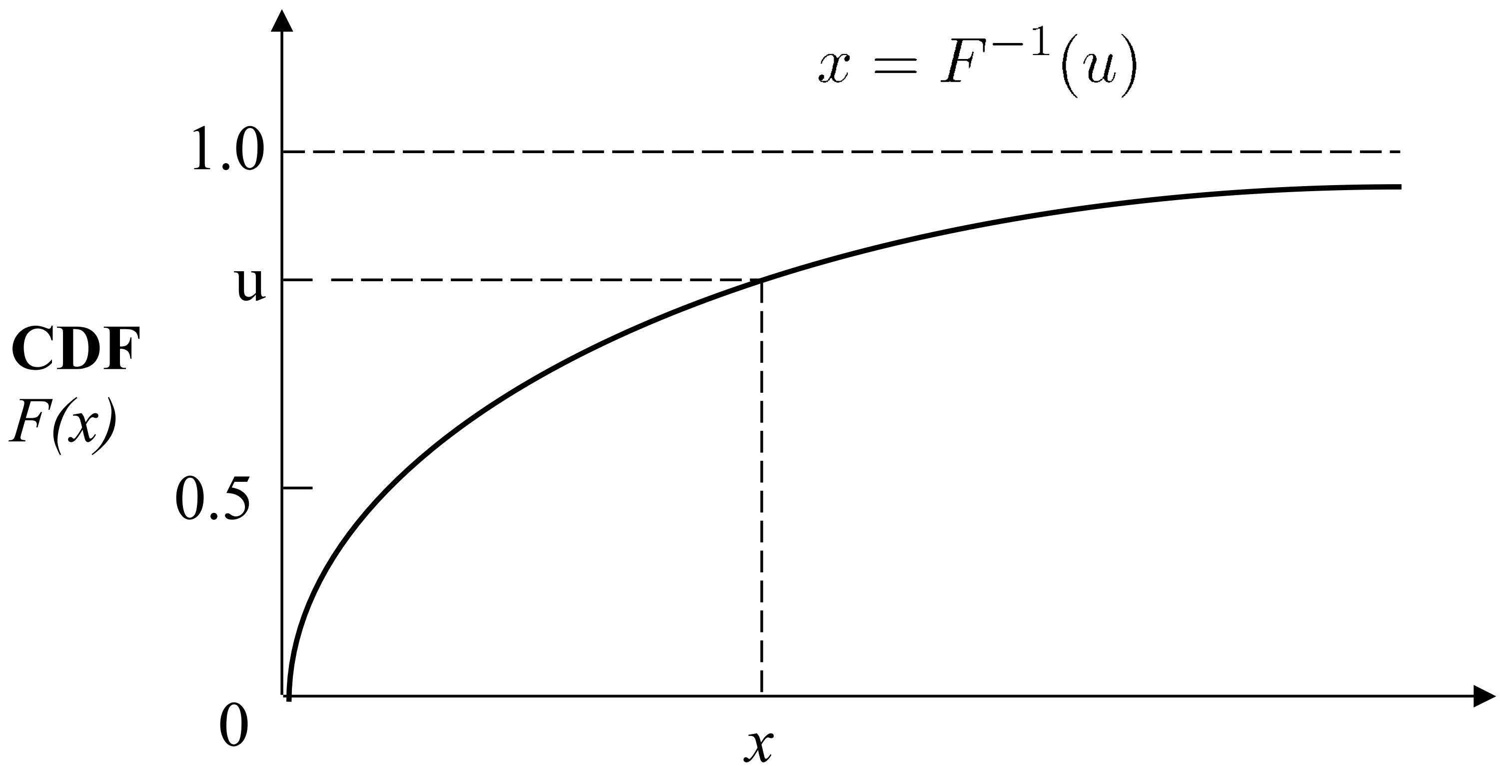
- **(Stephen S. Lavenberg: Computer Performance Modeling Handbook, Academic Press, 1983)**

Trasformazione Inversa

F(x): funzione di distribuzione strettamente monotona crescente;
U(0,1) è uniformemente distribuita tra 0 ed 1;

$$u = F(x) \sim U(0,1)$$

$$x = F^{-1}(u)$$



Dimostrazione

Sia $y = g(x)$

$x = g^{-1}(y)$

$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(x \leq g^{-1}(y)) = F_X(g^{-1}(y))$

Supponiamo che $g(x) = F(x) \rightarrow [\ y = F(x)]$

$F(y) = F(F^{-1}(y) = y$

$f(y) = dF/dy = 1 \rightarrow$ y uniformemente distribuita in (0,1)

Esempio

Distribuzione di probabilità $F(x) = 1- e^{-\lambda x}$

Densità di probabilità : $f(x) = e^{-\lambda x}$

u: uniformemente distribuita in (0,1)

$u = 1- e^{-\lambda x}$

$e^{-\lambda x} = 1-u$

$x = - \ln(1-U)/\lambda$

$x = - \ln(U)/\lambda$

Distribuzioni

Distribuzioni	F(X)	Inversa
Esponenziale	$(1- e^{-\lambda x})$	$x = - \ln(u)/\lambda$
Geometrica	$1-(1-p)^x$	$x = \lfloor \log(u)/ \log(p) \rfloor$
Uniforme [a,b]	$(x-a)/(b-a)$	$x = a+ (b-a)u$
Pareto	$1-x^{-a}$	$x = 1/(u^{1/a})$
Weibull	$1- e^{(\frac{x}{a})^b}$	$x= 1/u^{(1/a)}$

distribuzioni

Distribuzione di Bernoulli:

Prob(X=1) = p ;

Prob(X= 0) = 1-p

$x = 1$ se $u \leq p$

$x = 0$ se $u > p$

Reiezione

X è una V. C. definita in un intervallo (a,b);
f(X) è la densità di probabilità;

M è il valore massimo che tale funzione può assumere.

- vengono generati due valori dal generatore uniforme: u1 , u2

x = a+(b-a) u1
y = M U2

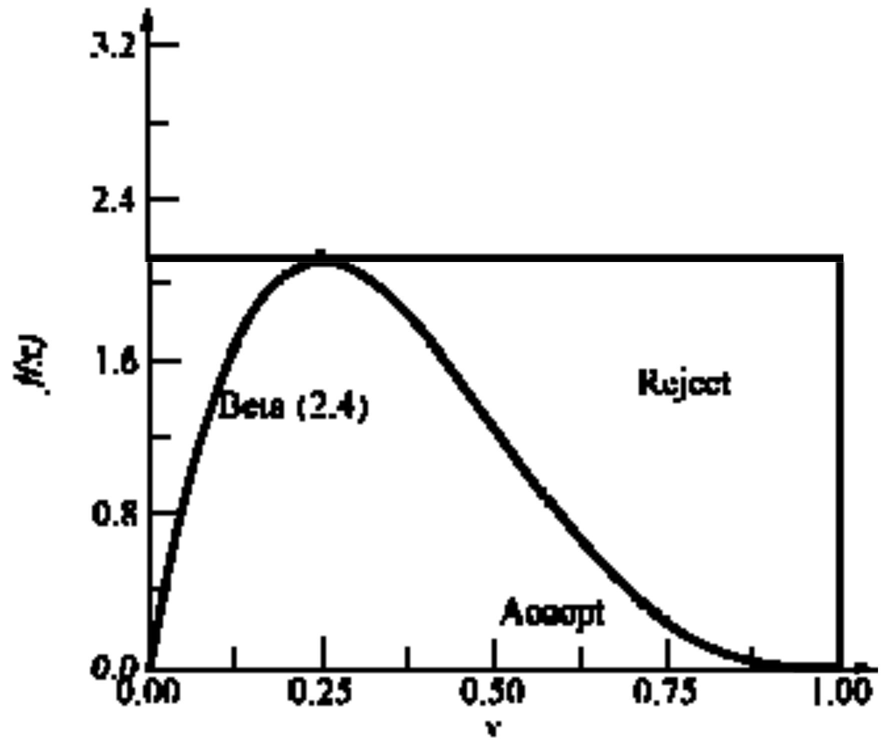
se y ≤ f(x) il valore x viene accettato altrimenti viene rifiutato e si ripete la procedura.
.

Esempio

- Funzione f(x) Beta(2,4) :

$$f(x) = 20x(1-x)^3 \quad 0 \leq x \leq 1$$

M= 2.11



Decomposizione/Composizione

La V.C. X ha una densità di probabilità del tipo:

f(x) = $\sum_{i=1}^{k} f_i(x)$;
$\sum_{i=1}^{k} p_i$ = 1 ; p_i >0

$f_i(x)$ sono densiità di probabilità
Prob(Z=j) = pj

Algoritmo:
Generare Z;
Generare X con densità di probabilità $f_z(x)$

Esempio:
f(x) = p λe -λx + (1-p) µe -µx

Convoluzione

- Somma *n* variabili: $x = y_1 + y_2 + \cdots + y_n$

- Generare n variabili y_i e sommarle

Distribuzione di Erlang

In questo caso y_i è distribuita esponenzialmente e la densità di probabilità è:

$f(x) = e^{(-\lambda x)}\lambda^k x^{(k-1)}/(k-1)!$ K, $\lambda > 0$

caratterizzazione

- Vengono utilizzate alcune caratteristiche delle distribuzioni⇒ **caratterizzazione**
- Tempi di arrivo esponenziali⇒ numero di arrivi caratterizzati da una distribuzione di Poisson