<u>Tutorial: Proyección de Braun con distancias al centro variables.</u>

Proyección de Braun:

La proyección de Braun es la proyección estereográfica cilíndrica normal.

Esta característica implica que la representación se realiza proyectandosobre un cilindro tangente a la esfera, utilizando como centro de proyección al punto ubicado sobre la línea de tangencia en forma diametralmente opuesto al meridiano que pasa por el punto a representar.

“Una recta que pasa por el centro de una circunferencia la interseca en dos puntos, los cuales estarán a una distancia 2 veces el radio. Estos puntos son considerados diametralmente opuestos.”

Partiendo de esta definición, podemos realizar la siguiente construcción para hallar el punto de proyección (Op) correspondiente a un punto (P) :

$$P = \left(\cos(\varphi_p)\cos(\lambda_p)\ ,\cos(\varphi_p)\,\mathrm{sen}(\lambda_p)\,, sen(\varphi_p)\right)$$

$$E = (\cos(\lambda)\ , sen(\lambda)\,, \qquad 0)\,, \quad \lambda \epsilon\ [0\,, 2\pi]$$

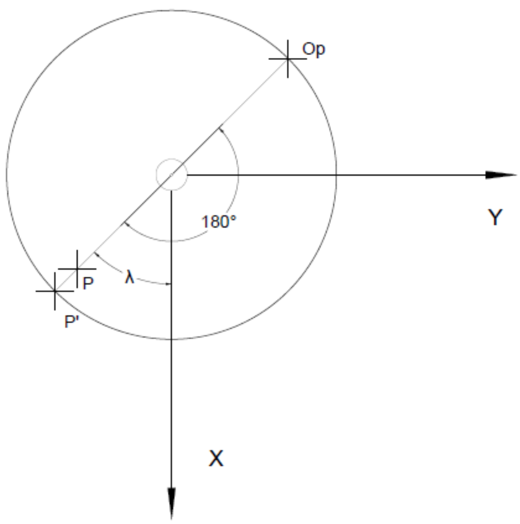

Fig. 1

Como puede observarse en la figura 1 la proyección P’ tendrá coordenada λ_p definiendo la coordenada cilíndrica “ω”.

$$\omega = \lambda\,, \qquad \lambda\ \in [-\pi, \pi]$$

En la figura 1 también puede apreciarse que el eje Z, y los puntos Op, P y P’ estan contenidos en el plano meridiano de coordenada λ_p.

La figura 2 muestra un corte realizado a través de este plano.

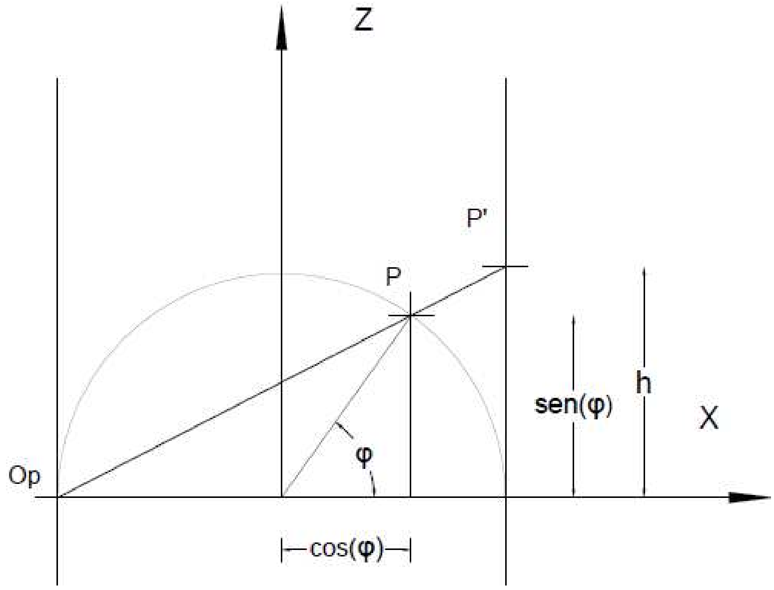

Fig. 2

En base a este corte, y considerando el radio de la esfera igual a 1, se define la segunda coordenada cilíndrica, “h”, que puede calcularse a partir de la construcción de dos triángulos semejantes y operando:

$$\frac{h}{2} = \frac{sen(\varphi)}{1 + \cos(\varphi)}$$

$$h = \frac{2\, sen(\varphi)}{1 + \cos(\varphi)}$$

Para obtener una representación plana se desarrolla el cilindro partiendo de una recta generatriz del mismo, siendo la coordenada x igual a la altura respecto del ecuador y la coordenada y igual a la distancia hasta la generatriz de referencia, medida sobre el cilindro:

$$x = \frac{2\, sen(\varphi)}{1 + \cos(\varphi)}$$

$$y = \lambda$$

Actividad: Representar la línea de costas, y la grilla de paralelos y meridianos en la proyección Braun.(Tierra Mercator-Braun.xlsx)

Comparación de proyecciones: Braun – Mercator.

La proyección Mercator es un sistema de representación matemático, no geométrico, siendo su uso muy extendido debido a que permite representar la tierra sin alterar las formas geométricas (Proyección Conforme), al mismo tiempo que se utiliza una grilla rectangular y que se mantienen las líneas de rumbo como líneas rectas.

Este sistema queda matemáticamente por las ecuaciones:

$$x = Ln\,[\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})]$$

$$y = \lambda$$

Prupuesta:

Proponemos modificar la proyección de Braun en busca de alcanzar como resultado una proyección similar a Mercator. Para conseguir esto, proponemos variar la posición del punto de proyección, ubicándolo en un punto intermedio entre el ecuador y el centro de la tierra.

Al ser una proyección cilíndrica normal, la variable "y" del plano se mantiene para cualquier punto que elijamos con estas restricciones, se mantendrán los paralelos rectos y todos de longitud 2π en el plano.

$$y = \lambda$$

En la figura 3 se plantea el mismo corte que en la figura 2, desplazando Op una distancia '1-e' hacia el centro de la tierra, y se plantean triángulos análogos a los del anterior caso.

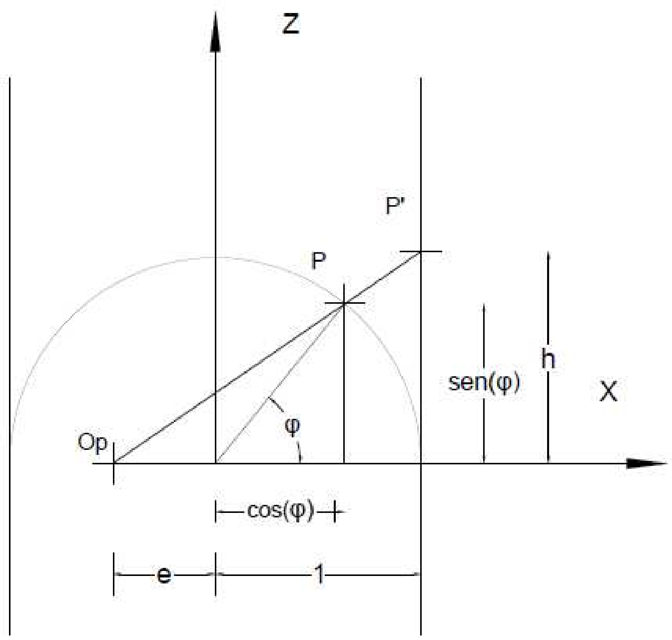

Fig. 3

Entonces:

$$\frac{h}{e+1} = \frac{sen(\varphi)}{e + \cos(\varphi)}$$

$$h = (e+1)\frac{sen(\varphi)}{e + \cos(\varphi)}$$

Comparaciones:

Se puede observar que, al ser ambas proyecciones cilíndricas tangentes en el ecuador, la única diferencia entre ambas es la distancias que existe entre los distintos paralelos. Cada valor de “e” que se asigne genera una proyección distinta, y, según la propuesta planteada, buscaremos para qué valor de “e” se logra alcanzar una proyección similar a Mercator.

Análisis de Excel:

Tierra Mercator-Braun.xlsx

Este Excel permitirá apreciar como serán las proyecciones resultantes y como varian para los distintos valores de “e”.

Tutorial centro variable.xlsx: “Comparación Grafica”:

Permite observar que no importa en que meridiano se calcule las proyecciones la diferencia entre Mercator y Braun solo existe en los valores de “h” y “x” ya que las variables “ω” e “y” serán iguales, además que las primeras serán independientes del valor de meridiano que se ingrese.

Modificando los valores de “e” y apreciando en el grafico realizado, se intenta ver para que valor las funciones representadas serán similares.

Tutorial centro variable.xlsx: “Comparación Grafica”:

La planilla generara 20 proyecciones para distintos valores de “e”, pudiendo elegir entre que valores de e se desea probar.

Al ingresar a la planilla los valores 0.05 y 1 como limites permiten observar el comportamiento de la proyección a lo largo de casi todo su dominio, (se evita utilizar e=0 que generaría una proyección de dimensiones infinitas).

Se buscarán dos mínimos, uno que determine el menor mayor desvió a lo largo de la proyección, y otro que minimice la suma de mínimos cuadrados de los desvíos para los puntos sometidos a la proyección.

Los valores de limites pueden modificarse de manera de encontrar con mayor precisión el mínimo de la función.