

MIGUEL STAROBINSKY JAVIER CLAVIJO

REPRESENTACIONES CARTOGRÁFICAS

PUBLISHER OF THIS BOOK

La Figura de La tierra

EL CONCEPTO DE **Datum** atraviesa los campos de la geodesia y las representaciones cartográficas y se encuentra en la base de la construcción de cualquier clase de documento geográfico. Sin embargo, no es posible darle una definición unívoca al término, siendo que se lo utiliza tanto formal como informalmente para designar una multiplicidad de conceptos relacionados. Desarrollaremos los conceptos necesarios a través del planteo de lo que podemos llamar como «problema del datum », incluyendo al mismo tiempo los conceptos relacionados de *sistema de referencia* y *marco de referencia*.

El problema del datum: Enunciado

«ENCUENTRE UN MÉTODO SISTEMÁTICO que le permita representar puntos con exactitud arbitraria sobre la superficie de la tierra partiendo solo de datos susceptibles de ser medidos desde la misma.
»

Se nos pide encontrar un método para ubicar puntos sobre la tierra con exactitud arbitraria. Esto implica definir un sistema de coordenadas que sea válido para cualquier punto sobre la tierra.

La solución intuitiva a este problema es la definición de un sistema de coordenadas cartesianas geocéntricas. Sin embargo, esta propuesta se torna inviable si consideramos que la orientación con respecto a estos ejes no es *a-priori* accesible desde un punto arbitrario de la superficie terrestre.

Esto nos lleva a considerar la pregunta que sigue, relacionada al enunciado del problema. ¿Cuales son los datos susceptibles de ser medidos desde la superficie terrestre?

El sistema de coordenadas local

Un observador ubicado en la superficie terrestre es capaz de medir distintas cantidades en forma directa.

En primer lugar, puede medir la orientación de la línea de plomada, o vertical del lugar, que corresponde a una línea de fuerza del campo gravitatorio terrestre.

Por otro lado, es capaz de identificar una superficie horizontal, es decir materializar un plano perpendicular a la vertical del lugar, o dicho de otro modo, un plano tangente a la superficie equipotencial del campo gravitatorio terrestre que pasa por el punto en cuestión.

Para hacerse una idea más gráfica de estos conceptos, puede notarse que, de suponerse una tierra esférica, homogénea e irrotacional, las superficies equipotenciales constituyen superficies de esferas concéntricas, y las líneas verticales son radios que unen el punto observado con el centro de la tierra.

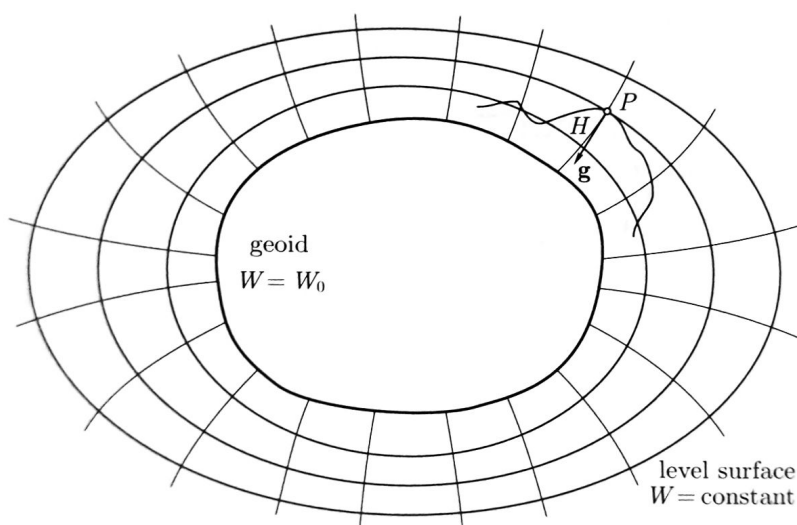


Figura 1: Representación esquemática de superficies equipotenciales y línea de plomada

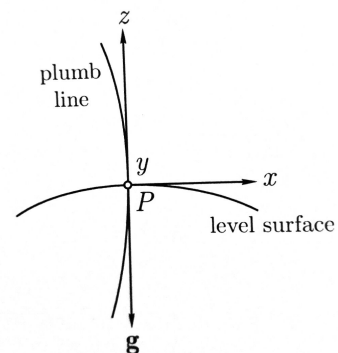
A partir de estos datos observados, podría plantearse un sistema de coordenadas locales a ese punto. Por ejemplo, se define una terna cartesiana con el eje z alineado a la vertical del lugar y el plano tx correspondiendo al plano horizontal. Sin embargo, aun necesitamos agregar información al sistema para dejar fija la orientación del eje x .

Podríamos fijar una orientación arbitraria del eje x , y , a partir de esta construcción, realizar mediciones de ángulos horizontales y distancias. Esto es lo que hacemos al utilizar un teodolito o estación total.

Ahora bien, el sistema propuesto no es una solución global a nuestro problema. Un observador que realizara mediciones en este sistema notará que la vertical de un punto arbitrario distinto del origen no es perpendicular al plano xz , siendo este efecto más exagerado a medida que nos alejamos del origen.

Si por un momento hacemos la suposición de que el observador

Figura 2: Terna cartesiana referida a la vertical del lugar.



puede materializar un plano horizontal arbitrariamente grande, vemos que, si se aleja a suficiente distancia del origen, y mide ángulos entre dicho plano y distintas líneas de plomada locales, llegará a la ineludible conclusión de que está trabajando sobre una superficie que no es plana. Si el observador fue suficientemente cuidadoso al medir las distancias y orientaciones en cada punto hacia y desde el punto origen, estará en condiciones de inferir que está trabajando sobre una superficie aproximadamente esférica, y podrá estimar el radio.

Este es el experimento de Eratóstenes. En su caso, la materialización del plano arbitrariamente grande la logró utilizando un plano perpendicular a la dirección que une al observador con el sol, haciendo la razonable suposición de que el sol está suficientemente lejos para considerar esta dirección inmutable. Luego, utilizó la sombra en un pozo para sincronizarse con el momento en que su dirección de referencia coincidía con la vertical de un lugar, y la sombra de una columna o varilla, para medir el ángulo formado con la vertical en otro lugar. Los puntos flojos de este experimento radican en la medición de distancia, calculada a partir de un tiempo de viaje, y en el error producido en la medición del tiempo por los medios de la época.

Referirse a puntos lejanos: Observaciones Astronómicas

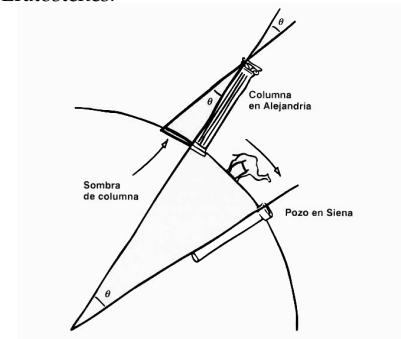
LAS ESTRELLAS REPRESENTAN UNA REFERENCIA de inestimable utilidad cuando nos proponemos medir puntos sobre la tierra. Su importancia es evidente toda vez que vemos que la única referencia intuitiva con la que contamos, es decir, la verticalidad, no constituye un eje constante sino que nos da una dirección que varía dependiendo de nuestra ubicación.

Es por eso, que, para seguir considerando la información con la que contamos, que podemos introducir la latitud astronómica y el azimut astronómico.

No entraremos en detalles, sino que basta decir que, realizando observaciones cuidadosas de los astros lejanos, podemos estimar con buena precisión el ángulo que forma la dirección de la línea de plomada en el lugar de observación con el plano del ecuador celeste ¹, y asimismo podemos estimar con una precisión similar la posición de el plano meridiano ² del lugar de observación, y medir ángulos con respecto a este.

Retomando el sistema de coordenadas locales, contamos ahora con la posibilidad de definir una referencia fija para el eje x, dirección a la que llamaremos norte, y que se construye como la intersección entre el meridiano del lugar y el plano horizontal xy.

Figura 3: Esquema del experimento de Eratóstenes.



¹

²

LA VINCULACIÓN ENTRE LOS SISTEMAS LOCALES de dos puntos observados nos plantea la necesidad de elegir una figura de referencia sobre la que realizar cálculos.

Dijimos que la conclusión mas sencilla de obtener es la que la tierra es una esfera, y por lo tanto este será nuestro primer modelo. Ubicaremos la esfera con su centro coincidente a nuestro centro terrestre, y asociaremos a esta esfera una terna cartesiana XYZ , con origen en su centro, y el eje Z coincidente con el eje de los polos. De esta manera, la orientación del eje Z es accesible a los sistemas locales definidos anteriormente, a partir de la determinación del polo astronómico. Queda por ahora indeterminada la dirección del eje X

UNA PARAMETRIZACIÓN de nuestro modelo esférico nos permitirá trabajar directamente sobre la superficie de la esfera con comodidad, y va además en consonancia con el enunciado de nuestro problema, que dice expresamente que trabajaremos con datos accecibles desde la superficie, y para determinar posiciones con presicion sobre la misma.

La parametrización que surge de considerar las coordenadas esféricas $M(r = k, \varphi, \phi)$ sería suficiente para nuestros propósitos. Sin embargo, utilizaremos una versión modificada de la misma, $M(r = k, \lambda, \varphi)$, donde utilizamos la latitud φ se mide con respecto al plano xy , en lugar de la colatitud ϕ , que se mide con respecto al eje Z .

LOS PROBLEMAS GEODÉSICOS surgen a partir de la necesidad de vincular los sistemas que llamamos locales en dos puntos diferentes de nuestra tierra-esfera. Normalmente se los denomina como problema directo y problema inverso.

El problema geodésico directo consiste en hallar las coordenadas φ_1, λ_1 de un punto de destino a partir de las coordenadas de un punto de origen, el azimut de la dirección desde el punto origen al de destino, y la distancia medida entre ambos $\varphi_0, \lambda_0, \alpha_{01}, d_{01}$. Nótese que para realizar la medición de φ_0, α_{01} y d_{01} basta con utilizar el sistema local origen, donde estas tres cantidades están perfectamente definidas.

El problema geodésico inverso consiste en, dadas las coordenadas $\varphi_0, \lambda_0, \varphi_1, \lambda_1$ de dos puntos cualesquiera, hallar la distancia entre ambos y los acimut correspondientes, $d_{01}, \alpha_{01}, \alpha_{10}$.

Sobre la solución de estos problemas baste decir que existe y que no implica ningun supuesto adicional a los que ya se hicieron. Vale si aclarar, que el radio terrestre $r = k$ entra como un parámetro dentro de la solución de ambos problemas.

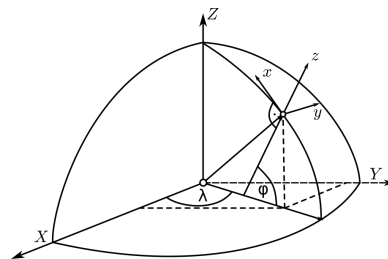


Figura 4: Relación entre los sistemas local y esférico
Redibujado de Moritz y Hoffman

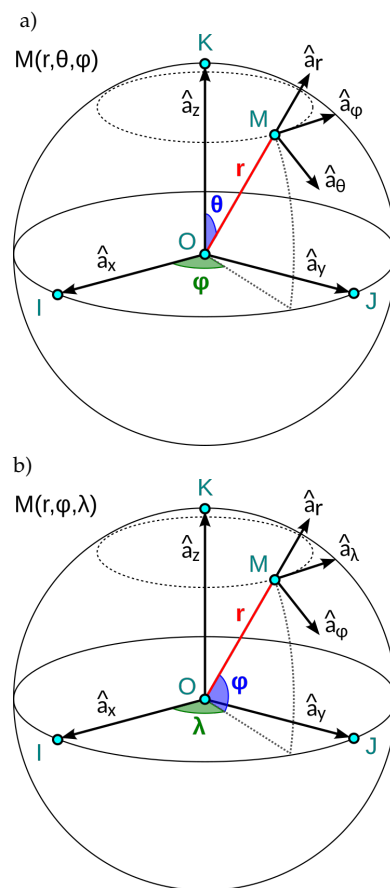


Figura 5: Sistema de coordenadas esféricas tradicional y coordenadas geográficas φ, λ

CC BY-SA 3.0, Reelaborado a partir de el trabajo
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5624712>

PARA DETERMINAR NUESTRO MODELO DE TIERRA nos faltará en consecuencia hallar un valor para el radio. Esto puede realizarse fácilmente si se parte de puntos con $\varphi_0, \lambda_0, \varphi_1, \lambda_1$ conocidas, y se mide $d_{01}, \alpha_{01}, \alpha_{10}$. La única dificultad de este planteo está en que la coordenada λ depende de la posición del eje X de nuestro modelo, que había quedado indeterminada, y además esta coordenada no es accesible desde los sistemas locales xyz .

Ambas dificultades son salvables. Para uno de los puntos es posible definir el eje X en forma arbitraria de modo que $\lambda = 0$. Luego, con esta orientación ya definida, podemos tomar el otro punto sobre el mismo plano meridiano, haciendo uso del azimut astronómico para garantizar esta condición. De este modo, tenemos acceso a todos los datos necesarios para calcular el radio terrestre.

Validando nuestro primer modelo

Utilizando las definiciones y mediciones realizadas, un observador podría realizar cálculos a partir de los problemas geodésicos, para construir una poligonal cerrada sobre la tierra, verificando si el error obtenido al regresar al punto de origen es compatible con la precisión de los instrumentos.

Otra experiencia que podría realizarse es la de utilizar la metodología descrita anteriormente para el cálculo del radio terrestre, aplicandola a distintos pares de puntos, ubicados a distintas latitudes.

Cualquiera de estas metodologías nos llevará al hallazgo de que el modelo esférico no se ajusta perfectamente a la tierra. En el primer caso obtendremos un error de cierre mayor al que correspondería con el instrumental utilizado, mientras que en el segundo de los casos observaremos que la estimación del radio terrestre varía con la latitud.

Del análisis de estas mediciones, y a partir de la consideración de la influencia de la rotación terrestre sobre la distribución de su masa y sobre su propio campo gravitatorio, a la luz de las teorías desarrolladas por Isaac Newton, descubriremos que existe un modelo geométrico más apropiado que el que elegimos. Este modelo es el de elipsoide de revolución.

El modelo elipsoidal de la tierra

EL ELIPSOIDE ES UNA SUPERFICIE CUÁDRICAS, definida por la ecuación de forma canónica:

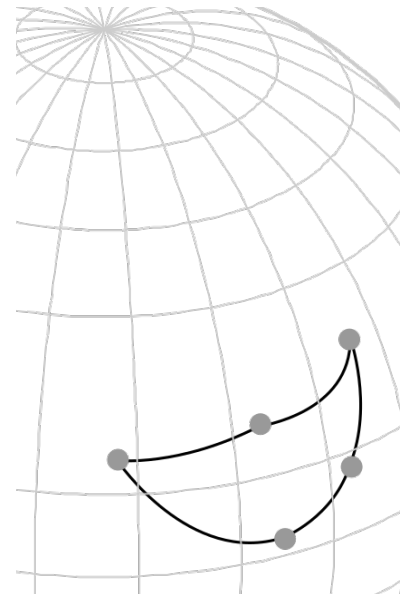


Figura 6: Una poligonal geodésica como la que se plantea para validar el modelo adoptado.

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{a_2^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

EL ELIPSOIDE DE REVOLUCIÓN es en particular caso en que $a_1 = a_2$, siendo éste conocido con el nombre de elipsoide de revolución, llamado así porque surge de hacer girar la elipse de ecuación

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

perteneciente al plano XZ , alrededor del eje Z , coincidente con el eje menor de la elipse.

Los ejes a y b bastan para definir a la elipse y al elipsoide de revolución correspondiente. Sin embargo no es poco común definir al elipsoide con respecto a parámetros cuya definición en este momento no es procedente.

PARA TRABAJAR SOBRE EL ELIPSOIDE basta con definir la latitud en base a la línea perpendicular al mismo, a la que podemos llamar vertical elipsoidal, y definir la longitud y el azimut en forma análoga a como lo hicimos en la esfera.

Bastan estas definiciones para resolver en forma teórica los problemas geodésicos, dentro de los cuales ingresaran como incógnita las longitudes de los ejes a, b en lugar de un único radio.

Siguiendo la metodología antes planteada, se pueden realizar mediciones a partir de los sistemas locales al igual que describimos para la esfera, y a partir de las ecuaciones de los problemas geodésicos resolver un problema de optimización para hallar los valores de a y b que mejor se ajusten a la evidencia empírica.

Estos cálculos fueron realizados en numerosas oportunidades a lo largo de la historia de la geodesia, desde al el siglo XVIII en adelante. Los resultados obtenidos, si bien fueron mejorando en precisión a lo largo del tiempo, siempre llevaron a la conclusión de que el modelo elipsoidal es suficiente para realizar los cálculos que son necesarios para ajustar las mediciones realizadas desde distintos puntos de la superficie, es decir para vincular los sistemas locales planteados. En suma, la solución de los problemas geodésicos en el caso elipsoidal demostró ser suficientemente precisa como para resolver el problema del datum.

La Materialización del DATUM

Hasta ahora, mencionamos que asociamos al elipsoide o a la esfera una terna cartesiana XYZ y asumimos que el origen de esta terna debía ser coincidente con el centro de la tierra. No entraremos en

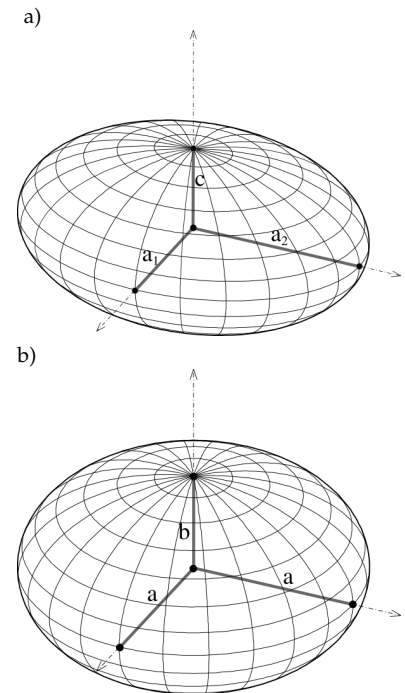


Figura 7: Elipsoide triaxial y de revolución.

CC BY-SA 4.0, Reelaborado a partir del trabajo en <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=45585493>

discusiones sobre cual es el centro de la tierra sino que asimilaremos este concepto al de centro de masas.

PARA TODAS LAS MEDICIONES y experimentos que planteamos, partimos de nuestros sistemas locales, obtuvimos las cantidades necesarias por observación, ya sea latitudes, azimut, direcciones o distancias, y realizamos cálculos suponiendo que esto implicaba a los supuestos del parrafo anterior. Sin embargo, es fácil ver que esto no es así.

En caso de que realmente la utilización de latitudes astronómicas en fuera absolutamente compatible con el uso de latitudes elipsoidales provenientes de la solución del problema geodésico directo, quedaría demostrada la coincidencia de las verticales astronómicas y elipsoidales en todos los puntos. Esto implicaría a su vez que las superficies equipotenciales terrestres son efectivamente elipsoides de revolución lo cual no es cierto.

Por este motivo, al resolver el problema geodésico directo partiendo de una observación astronómica, la latitud de destino obtenida no coincidirá exactamente con la latitud astronómica medida en el lugar de destino. Sin embargo, está ampliamente demostrado en la teoría y sobre todo en el uso, que el modelo elipsoidal es suficiente como marco de referencia para resolver el problema del datum tal como lo planteamos. Solo Resta analizar cual es la posición del elipsoide y de su terna de referencia XYZ con respecto al centro y eje de rotación de la tierra real.

LA UBICACIÓN DE LA TERNA XYZ CON RESPECTO A LA TIERRA queda definida forzosamente al comenzar una medición geodésica con una observación astronómica. Esta metodología supone que en el lugar de inicio de la medición la vertical del lugar coincide con la vertical del elipsoide, y que el azimut al norte es el mismo en sentido astronómico que sobre el elipsoide. De esta manera, el punto de arranque de las mediciones se convierte en lo que comunmente se llama **punto datum**.

Queda en evidencia así, la utilidad de determinar coordenadas elipsoidicas para determinados puntos de manera que al iniciar una nueva medición podamos utilizar estas en lugar de las astronómicas, de modo que trabajemos siempre utilizando los mismos supuestos de origen y orientación de los ejes XYZ de referencia del elipsoide. A esta tarea se le denomina materialización de un datum o materialización de un **sistema de referencia** ³. Al producto de esta operación se le denomina **marco de referencia**⁴.

3

4

LA ARBITRARIEDAD EN LA ELECCIÓN DE UN UNICO PUNTO DATUM

nos lleva a considerar la construcción de convenciones mas complejas a la hora de materializar un sistema de referencia. Para evitar un sesgo injustificado seria razonable, por ejemplo, realizar determinaciones astronómicas sobre puntos distribuidos a lo largo de un area de interés, agregar a ellas mediciones geodésicas de direcciones y distancias, y luego incluir toda esta información en un problema de optimización donde se dejan libres los parametros que representan la ubicación y orientación del elipsoide, o lo que es lo mismo, de sus ejes asociados XYZ.

Dos casos particulares de esta metodología que vale la pena considerar son los siguientes. Existe la posibilidad de, si el area de medición es suficientemente grande, suponer que la inclusión de los radios del elipsoide a y b como parámetros a optimizar mejore el resultado final. Esto se ha realizado en numerosas ocasiones, dando origen a distintos parámetros de elipsoide que son utilizados al trabajar en distintos datum. Una consecuencia poco conveniente de esta situación es que en muchas oportunidades se asocia en forma incorrecta el concepto de **datum** al conjunto de los parámetros que definen la geometría del elipsoide, ignorando el problema de la ubicación del mismo con respecto a la tierra. Esta metodología, y la de selección de un único **punto datum** nos lleva a la realización de lo que conocemos como **datum local**. Un ejemplo familiar para nosotros es el datum Campo Inchauspe '69

Otro caso, que es mas beneficioso de considerar, es aquel en el que se dispone de mediciones homogéneamente distribuidas en la superficie de toda la tierra. En este caso, es razonable suponer que la optimización de los parámetros nos llevará a una ubicación de la terna de referencia donde el origen coincida realmente con el centro de masas de la tierra y el eje Z sea colineal al eje de rotación terrestre. Este concepto es aplicado en la construcción de lo que conocemos como **datum global**

ESTA CLARO QUE LA MEDICIÓN DE LA SUPERFICIE COMPLETA DE LA TIERRA es una tarea injustificada e impracticable para un observador o grupo de observadores que prevén tienen la necesidad de realizar mediciones fuera de un area acotada. Este es el principal motivo de que, para permitir el desarrollo de la cartografía, gran cantidad de países hayan definido datum locales nacionales. Sin embargo, el avance realizado en 1957 con la puesta en órbita exitosa del satélite *Sputnik 1*, abrió la posibilidad de construcción de un datum global con métodos mas simples de implementar que una campaña geodésica global.

DENTRO DEL MARCO DE LA FÍSICA CLÁSICA, la teoría de Newton

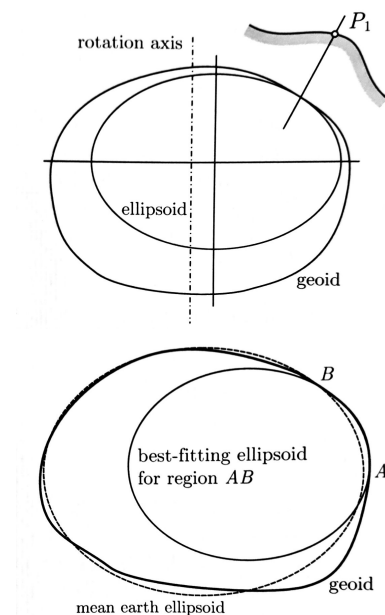


Figura 8: ubicación del elipsoide con un único punto datum o utilizando dos puntos datum y dejando libres los parámetros del elipsoide.

permitió determinar como se comporta un cuerpo que orbita a otro impulsado por la fuerza de gravedad. Las observaciones realizadas por Kepler demostraron gran precisión en la predicción de las órbitas de los cuerpos celestes. Partiendo de estas ideas, podemos suponer que la medición de la órbita de un satélite a partir de estaciones fijas en tierra nos permitirá determinar la posición del centro de masas terrestre con respecto a estas estaciones.

CON LA INTRODUCCIÓN DE LOS EFECTOS RELATIVISTAS en la física, el cálculo de las órbitas se volvió aún más preciso, aunque queda fuera de nuestro alcance el explicar los detalles. Baste decir que, lo único que restaba para la materialización de un datum “espacial”, era el desarrollo de un método adecuado de medición de la distancia entre las estaciones en tierra y el satélite en su órbita.

No demoró mucho tiempo la creación de métodos adecuados. Dos días después del lanzamiento del *Sputnik*, se comenzó a idear un sistema que aprovechara el efecto doppler de las ondas de radio emitidas por el satélite para la medición de la necesitada distancia. En 1959 se intentó el primer lanzamiento de un satélite dedicado a este tipo de mediciones por parte de los Estados Unidos, aunque el primer lanzamiento exitoso ocurrió en 1960, considerándose el sistema, conocido como **Transit** como completamente funcional a partir de 1967. La USSR lanzó su propio sistema de este tipo, comenzando en 1967, llamado sucesivamente a sus versiones **Tsiklon**, **Tsikada** y **Parus**. Sin embargo, durante el período de desarrollo de este sistema, otros sistemas se idearon y llevaron a la práctica. Por ejemplo, el sistema SLR (*Satellite Laser Ranging*), sistema de medición con láser a satélites en órbita fue llevado a la práctica con éxito en 1964 por la NASA estadounidense. Cabe mencionar el uso de Interferometría con Radiotelescopios (VLBI), cuyas aplicaciones geodésicas también comenzaron a ser aprovechadas a partir de los años 70, determinando con mucha precisión la orientación de vectores sobre la superficie terrestre. A modo aclaratorio, hacemos notar que el sistema SLR tiene muy buena precisión en la determinación del geocentro, al basarse en la medición de órbitas cercanas a la tierra, y el sistema VLBI tiene muy alta precisión en la determinación de la orientación del eje de rotación terrestre, al referirse a fuentes naturales de ondas de radio extremadamente lejanas a la tierra.

LA MATERIALIZACIÓN DE UN DATUM GLOBAL FUE ENTONCES POSIBLE, centrando la terna de referencia en el verdadero centro de masas de la tierra y alineándola con su eje de rotación.

A partir de la aparición posterior de sistemas más complejos como GPS (Global Positioning System), GLONASS (Global'naya Navi-

gatsionnaya Sputnikovaya Sistema) o DORIS (Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégré par Satellite), la redundancia de datos permitió una sofisticación del método, siendo que el sistema permite al mismo tiempo la determinación de órbitas de los satélites, pero estos están suficientemente lejanos como para tener buena precisión en las orientaciones, una vez que se corrigen los múltiples errores que se producen a lo largo del camino que recorren las ondas de radio utilizadas en la medición.

La materialización del datum global

Para cerrar esta sección haremos un breve resumen de cómo se llega a la materialización de un datum global sobre la tierra, y en qué forma viene esta dada. Incluimos esto para hacer un desarrollo completo y para que el lector se forme una idea de cómo se relaciona este tipo de datum con los datum locales antes estudiados.

AL INICIO DE LAS OBSERVACIONES, se tiene una posición teórica de las órbitas de diferentes satélites, que no tiene en cuenta ninguna anomalía en el campo gravitatorio terrestre. Se tienen una cantidad de puntos de observación con estaciones midiendo en las técnicas GPS, SLR, VLBI y DORIS. En primera instancia, asumiremos que el sistema DORIS provee una información similar al sistema GPS, dado que ambos operan en frecuencias parecidas y tendrían fuentes de error similares.

Los datos con los que contamos son básicamente mediciones de distancias desde o hacia distintos satélites obtenidos por las técnicas GPS, DORIS y SLR, a lo largo de una cantidad considerable de tiempo, que supondremos suficiente grande con respecto al período orbital de los satélites como para estimar sus parámetros.

Conocemos expresiones más o menos complicadas para la trayectoria de las órbitas, dependiendo de las perturbaciones que consideremos significativas. Por ejemplo, podemos considerar las perturbaciones por la inhomogeneidad en el campo gravitatorio terrestre con mayor o menor grado de detalle, agregando o quitando parámetros al sistema.

Tenemos mediciones de distancias entre puntos en la tierra a partir de la técnica de VLBI, orientados con mucha precisión a un eje que podemos considerar inmóvil en el espacio. La determinación de la orientación relativa entre estos vectores, depende de la precisión en la determinación de los parámetros de rotación terrestre.

Tenemos expresiones que constituyen un modelo de la rotación terrestre, que deberá forzadamente tenerse en cuenta para considerar el movimiento relativo entre sitios receptores y satélites.

SUGERIMOS UN ESQUEMA DE PROCESAMIENTO, a modo de ejemplo, para pasar de esta información a la materialización de un marco de referencia geocéntrico.

En un primer paso, utilizando las expresiones de las órbitas satelitales, el modelo de rotación terrestre, y todas las distancias observadas, se realizará un primer ajuste de los parámetros del sistema, obteniendo valores y ecuaciones que nos describirán trayectoria de las orbitas, la posición de los puntos considerados sobre la superficie terrestre, y parámetros de rotación terrestre que vinculan la posición de las estaciones con la posición de las orbitas.

Sobre este primer modelo podemos hacer algunas consideraciones. En primer lugar, el error en la determinación de los parámetros orbitales no está correlacionado con una posición a-priori del centro de la tierra, dado que esto no se incluyó como variable en el modelo. En segundo lugar, la posición del eje de rotación terrestre que surge de este modelo está ligado a la precisión con la que se determinaron la órbitas y los parámetros de transformación.

En consecuencia, este primer resultado nos provee de una buena determinación de las órbitas satelitales, pero los parámetros que nos interesan para la determinación del marco de la tierra pueden ser calculados con mayor precisión si se realiza un nuevo cálculo.

PARA LA DETERMINACIÓN DEL GEOCENTRO, puede realizarse un ajuste utilizando las características de las órbitas, que por como fueron calculadas, es decir “atadas” a los puntos en la superficie, nos darán una observación independiente de la posición del geocentro con respecto a ellas. Esto debe hacerse a partir de una interpretación física de las orbitas, y eventualmente debe considerarse en el ajuste la inhomogeneidad del campo gravitatorio terrestre. En este ajuste cada orbita tendrá un peso diferente dependiendo de la precisión obtenida en el calculo anterior y de los errores propios de cada metodo de medición.

PARA LA DETERMINACIÓN DE LA POSICIÓN DEL EJE DE ROTACIÓN debemos agregar a la información ya procesada la nueva posición del geocentro calculada, considerando que el eje forzosamente pasará por el centro de masas terrestre. En segundo lugar, pero no con menos importancia, debemos incorporar la información que sobre la rotación nos provee la evolución de los vectores medidos por VLBI, que al estar referidos a un eje inmóvil en el espacio nos brindan una información precisa, y lo que es más importante, independiente de la determinación de las órbitas satelitales.

INCLUYENDO ESTA INFORMACIÓN en un nuevo ajuste general del

sistema obtendremos posiciones para los puntos sobre la superficie terrestre que estarán ahora dentro de una terna que está centrada en el centro de masas de la tierra y orientada con su eje de rotación, con la máxima precisión que permiten los medios disponibles. Solo resta asociar a la terna un elipsoide adecuado, y el marco de referencia queda materializado.

PODEMOS PREGUNTARNOS EN QUE FORMA se da la materialización del sistema. La respuesta es directa, las coordenadas φ, λ, h que se determinan con el cálculo descripto están expresadas en el marco deseado. Los puntos utilizados para la observación constituyen entonces nuestro marco de referencia, y siempre trabajaremos dentro de este mismo marco si asignamos a ellos las coordenadas que se obtuvieron en este cálculo. Esta es la metodología utilizada para materializar los datum más utilizados en la actualidad, Por ejemplo ITRF, o WGS84.

Aclaraciones posteriores

Resta, por motivos de completitud, mencionar que un marco de referencia determinado de este modo queda expresado en función de un tiempo determinado. Esto no sería así en caso de que la tierra fuera un cuerpo realmente sólido. Sin embargo la realidad es que las masas se redistribuyen dentro de la tierra continuamente. En primera instancia el eje de rotación terrestre no es completamente estable. Debido a varios factores externos, existe lo que se conoce como movimiento polar, que implica que la posición de los polos geográficos varíe con el tiempo. Además, la tectónica de placas, que es el mecanismo por el cual el calor propio de la tierra se disipa al espacio, está continuamente desplazando los continentes entre sí haciendo que se alejen o se acerquen, y también produce cambios en la distribución de masas del interior terrestre, que afectan a la posición del geocentro y a la orientación del eje de rotación.

SI CONSIDERAMOS ESTOS EFECTOS EN LA MATERIALIZACIÓN DEL MARCO, veremos que podemos incluir el cálculo la deriva polar y la deriva continental agregando parámetros a ajustar y aprovechando la orientación absoluta que nos provee el método VLBI. A pesar de esto, debemos definir para que tiempo es válido el marco, ya que si las coordenadas, es decir la materialización, varía continuamente, es necesario saber el momento exacto para el cual las posiciones dadas fueron válidas. Esto nos introduce al concepto de época de un marco de referencia, que está fuera de nuestra intención explicar. Solo aclararemos que, conocida la época de un marco y las trayectorias

estimadas de los puntos que lo materializan, puede realizarse la transformación entre una medición realizada en época actual y la época de referencia del marco, en caso de que se necesite trabajar a ese nivel de detalle.

SIN IR EN DESMEDRO DE ESTO, y considerando que las placas tectónicas pueden tratarse como bloques cuasi-estables, no es perjudicial a gran cantidad de trabajos topográficos y geodésicos realizar los cálculos directamente en la época de referencia, especialmente si podemos asumir con fundamento que la deformación neta del área de trabajo no es significativa en el tiempo.

ACLARAMOS, COMO NOTA FINAL A ESTA SECCIÓN, que una vez materializado un marco de referencia, se puede realizar una densificación con el método que sigue. Primero se computan los parámetros de las órbitas satelitales GPS o GLONASS con respecto a los puntos incluidos en la materialización original del marco, luego se calculan las posiciones de una cantidad de puntos mayor, que incluya algunos de los puntos originales, a partir de estas órbitas. Finalmente, se ajusta la posición de los puntos comunes entre la densificación y el marco origen, de modo que coincidan en el tiempo. Este último paso ayuda a absorber errores que pueden haber quedado ocultos dentro de los parámetros originalmente estimados en el marco, de modo que el marco y la densificación sean realmente compatibles. Ésta es la forma en que está construido el marco POSGAR07, Marco de referencia oficial de la república argentina, que constituye una densificación del marco global ITRF08.

$2 + 1 \neq 3$ Los Datum Altimétricos

HASTA AHORA HEMOS CONSIDERADO UN DATUM PLANIMÉTRICO. Las coordenadas que obtuvimos dentro de nuestros marcos de referencia locales eran sólo φ, λ , determinando un punto sobre la superficie del elipsoide. Cuando hablamos de datum global mencionamos las coordenadas φ, λ, h , aunque no introducimos de que hablabamos al mencionar “h”.

LA ALTURA ELIPSOIDAL h queda definida como la distancia de un punto al elipsoide de referencia del datum medida sobre la perpendicular al mismo. En este sentido, el datum global que propusimos es un datum tridimensional, porque, al no trabajar con coordenadas elipsoidales hasta el final del desarrollo, utilizamos las posiciones tridimensionales de los puntos, quedando implícita la coordenada h

además de φ, λ .

LA ALTURA SOBRE EL NIVEL DEL MAR, es la forma en la que se trabaja con la altura al utilizar datums geodésicos locales. Al definir el datum horizontal a partir de mediciones astronómicas, se trabaja en todos los puntos con altura $h = 0$, y se define un criterio separado para la medición de alturas.

Considerando que, como ya vimos, las superficies equipotenciales terrestre no son superficies elipsoidales. Una medición de altura que sea independiente de la determinación de la posición, por ejemplo basada en la utilización de planos horizontales, como la nivelación geométrica, diferirá de la altura elipsoidal. La aplicación de correcciones a esta altura a partir de mediciones de gravedad garantizará la coherencia del sistema, pero no permitirá asociar la altura a la altura elipsoidal.

Esto es un problema cuando trabajamos con datos provenientes de distintos sistemas. Sin embargo, un modelado de la superficie equipotencial terrestre de altura 0, normalmente llamada W_0 o geoide, que esté referida a posiciones elipsoidales en un datum global conocido puede resolver la dificultad. La calidad de esta solución dependerá de la rugosidad del geoide real en la zona y de la definición y precisión con que esté calculado el modelo de geoide. Mencionamos algunos ejemplos de modelo de geoide como referencia. Dos ejemplos modernos que podemos mencionar son EGM08 y EIGEN-6C4.

Transformaciones de datum

PARTIENDO DE LA METODOLOGÍA DE CONSTRUCCIÓN de un datum, y habiendo definido que significa que un dato esté provisto en distintos datum, dedicaremos esta sección a evaluar que implica contar con información provista en diferentes datum, y a presentar metodologías que nos permitan compatibilizar esta información.