

Estrutura Matricial do Hamiltoniano Problema no Modelo Ising (8 Qubits)

1. Ponto Fundamental: O Modelo Físico Implementado pela D-Wave

A D-Wave não implementa diretamente o Hamiltoniano contínuo idealizado de Roland-Cerf. O hardware opera segundo o modelo Ising com termo *driver* transversal:

$$H(s) = A(s) \sum_i \sigma_i^x + B(s) \left(\sum_i h_i \sigma_i^z + \sum_{i<j} J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z \right), \quad s \in [0, 1]. \quad (1)$$

No Ocean, programamos apenas os parâmetros:

$$\{h_i\}, \quad \{J_{ij}\}$$

ou seja, o **Hamiltoniano problema**.

2. Implementação da Busca para 8 Qubits

Queremos marcar o estado:

$$|m\rangle = |00000011\rangle.$$

No formalismo Ising utilizamos spins:

$$s_i \in \{-1, +1\},$$

com o mapeamento:

$$0 \rightarrow -1, \quad 1 \rightarrow +1.$$

Logo:

$$|00000011\rangle \longrightarrow \mathbf{t} = (-1, -1, -1, -1, -1, -1, +1, +1).$$

O Hamiltoniano problema escolhido é:

$$H_{\text{prob}} = \sum_{i=0}^7 h_i \sigma_i^z, \quad h_i = -t_i. \quad (2)$$

Explicitamente:

$$H_{\text{prob}} = \sigma_0^z + \sigma_1^z + \sigma_2^z + \sigma_3^z + \sigma_4^z + \sigma_5^z - \sigma_6^z - \sigma_7^z. \quad (3)$$

Esse Hamiltoniano é composto apenas por operadores σ^z , portanto é **diagonal na base computacional**.

3. Interpretação Matricial Completa

A matriz do Hamiltoniano na base computacional é definida por:

$$a_{i,j} = \langle i | H_{\text{prob}} | j \rangle, \quad i, j \in \{1, \dots, 256\}. \quad (4)$$

Aqui:

- $|i\rangle$ e $|j\rangle$ são estados da base computacional de 8 qubits;
- a dimensão do espaço de Hilbert é $2^8 = 256$;
- portanto, H_{prob} é uma matriz 256×256 .

Propriedade Estrutural

Como H_{prob} contém apenas operadores σ_i^z :

$$a_{i,j} = 0 \quad \text{para } i \neq j.$$

Logo, a matriz é estritamente diagonal.

4. Forma Matricial Estrutural com Reticências

A representação explícita da matriz é:

$$H_{\text{prob}} = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & E_{256} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

De forma mais estrutural, exibindo apenas os blocos extremos:

$$H_{\text{prob}} = \left(\begin{array}{cc|cc} E_1 & 0 & & \\ 0 & E_2 & & \\ \hline & & E_{255} & 0 \\ 0 & & 0 & E_{256} \end{array} \right). \quad (6)$$

5. Significado Físico dos Elementos

Cada elemento diagonal é dado por:

$$E_i = \sum_{k=0}^7 h_k s_k^{(i)}, \quad (7)$$

onde $s_k^{(i)}$ representa o valor do spin no estado $|i\rangle$.

Interpretação clara:

- Existe um único índice m tal que $|m\rangle = |00000011\rangle$.
- O valor E_m é o **mínimo global** da matriz.
- Todos os demais E_i são estritamente maiores.

Ou seja,

$$E_m < E_i \quad \forall i \neq m.$$

Isso garante que o estado marcado é o estado fundamental do Hamiltoniano.

6. Conclusão Física

A matriz 256×256 é diagonal porque:

- não há termo σ^x no Hamiltoniano problema;
- não há termos de acoplamento J_{ij} ;
- a dinâmica adiabática completa não está sendo simulada aqui;
- estamos apenas codificando corretamente o mínimo energético.

Portanto, o simulador Ocean identifica o estado fundamental resolvendo o problema Ising correspondente.

Resumo final:

$$H_{\text{prob}} = \text{diag}(E_1, \dots, E_{256}),$$

com mínimo único em $|00000011\rangle$.