

模糊层次分析法（Fuzzy AHP）

1 模糊层次分析法简介

模糊层次分析法（Fuzzy AHP）是将模糊综合评价法的包容性和层次分析法的定量性及客观性有机融合的一种综合评价方法。AHP 方法是一种层次化的、系统化的、定性和定量相结合的分析方法，其核心是采用 Saaty 的 1~9 标度方法表示本层的所有因素针对上层因素的相对重要性并构造判断矩阵，但是它没有考虑人为判断的模糊性，使其评价结果受主观因素影响较大。而 FuzzyAHP 是将 AHP 定量性和客观性的优点和模糊综合评价法的包容性有机融合，考虑因素更全面、主观影响程度更低，因而具有更强的适用性

2 准则间相对重要性比较

对同一层次因素以上一级的因素为准则进行两两比较，确定其相对重要性，并建立模糊判断矩阵（表 1）。

表 1 判断标度的设定

Tab.1 The setting of judgment scales

标度	定义及说明
1	两因素相比，具有同样重要性
3	两因素相比，一个因素比另一个因素稍微重要
5	两因素相比，一个因素比另一个因素明显重要
7	两因素相比，一个因素比另一个因素重要得多
9	两因素相比，一个因素比另一个因素极端重要

模糊判断矩阵 R 是将下层因素 $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ 相对于上一层因素的重要性两两比较，得到相对重要性模糊矩阵：

$$R = (r_{ij})_{n \times n} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix}$$

式中： r_{ij} ($i, j \in (1, 2, \dots, n)$) 的实际意义是：因素 α_i 和因素 α_j 相对于上一层因素进行比较时， α_i 和 α_j 具有模糊关系“……比……重要得多”的隶属度，可采用表 2 中的标度来表示。

3 各因素相对重要性计算

一般而言，采用 Fuzzy AHP 方法需要多位专家进行评价，即：

$$r_i^{(l)} = \sum_{k=1}^n r_{ik}^{(l)}, i = 1, 2, \dots, n, l = 1, 2, \dots, s$$

并进行数学变换,

$$b_{ij}^{(l)} = \frac{r_i^{(l)} - r_j^{(l)}}{2(n-1)} + 0.5, l = 1, 2, \dots, s$$

得到模糊一致性矩阵 $A = (b_{ij}^{(l)})_{n \times n}, (l = 1, 2, \dots, s)$

$$\bar{A} = (\bar{b}_{ij})_{n \times n}, \bar{b}_{ij} = \sum_{k=1}^s \lambda_k b_{ij}^{(k)}, \lambda_k > 0, \sum_{k=1}^s \lambda_k = 1$$

假设有 m 个专家, 令 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = \delta$, 即给每一个专家赋予一样大的权重 δ 。根据:

$$V_i = \frac{\sum_{j=1}^s \sum_{j=1}^n \lambda_k b_{ij}^{(k)} + \frac{n}{2} - 1}{n(n-1)}, i = 1, 2, \dots, n, \text{ 可得到矩阵中各指标相对权重 } v_i。$$