

Satz von Rice

Gegeben sei eine Sprache $THREE_{TM}$, welche aus Beschreibungen von Turing-Maschinen $\langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle, \dots$ besteht, welche jeweils Sprachen mit maximal drei Wörtern akzeptieren.

$$THREE_{TM} = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ ist eine TM}, |L(M)| \leq 3 \}$$

Es soll gezeigt werden, dass $THREE_{TM}$ nicht entscheidbar ist. Dies kann gemacht werden, wenn die folgenden beiden Eigenschaften erfüllt sind:

1. Es handelt sich bei der Eigenschaft, dass maximal drei Wörter akzeptiert werden, um eine **Spracheigenschaft**.

Dies ist bewiesen, wenn $L(M_1) = L(M_2)$ nur *genau dann* gilt, wenn

$$\langle M_1 \rangle \in THREE_{TM} \wedge \langle M_2 \rangle \in THREE_{TM}$$

oder

$$\langle M_1 \rangle \notin THREE_{TM} \wedge \langle M_2 \rangle \notin THREE_{TM}$$

2. Die Eigenschaft, dass maximal drei Wörter akzeptiert werden, ist **nicht-trivial**.

Dies ist bewiesen, wenn $L(M_1) \neq L(M_2)$ zutrifft, da:

$$\langle M_1 \rangle \in THREE_{TM} \wedge \langle M_2 \rangle \notin THREE_{TM}$$

oder

$$\langle M_1 \rangle \notin THREE_{TM} \wedge \langle M_2 \rangle \in THREE_{TM}$$