

$$x \in \lim_{n \rightarrow \infty} \sup A \Leftrightarrow \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k$$

$$\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, x \in \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k$$

$$\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}, \exists k \geq n, x \in A_k$$

このようにある  $n$  に対して、その先の集合  $A_k$  に  $x$  が属する。

$$\begin{aligned} \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{k=n}^{\infty} A_k &= \bigcap_{n=1}^{\infty} (A_n \cup A_{n+1} \cup \dots) \\ &= (A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots) \cap \\ &\quad (A_2 \cup A_3 \cup \dots) \cap \\ &\quad (A_3 \cup \dots) \cap \\ &\quad \vdots \end{aligned}$$

$$x \in \lim_{n \rightarrow \infty} \inf A \Leftrightarrow \bigcup_{n=1}^{\infty} \bigcap_{k=n}^{\infty} A_k$$

$$\Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N}, x \in \bigcap_{k=n}^{\infty} A_k$$

$$\Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N}, \forall k \geq n, x \in A_k$$

$x$  はある添え字  $n$  以降の全ての集合に属する。

$$\begin{aligned} \bigcup_{n=1}^{\infty} \bigcap_{k=n}^{\infty} A_k &= \bigcup_{n=1}^{\infty} (A_n \cap A_{n+1} \cap \dots) \\ &= (A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots) \cup \\ &\quad (A_2 \cap A_3 \cap \dots) \cup \\ &\quad (A_3 \cap \dots) \cup \\ &\quad \vdots \end{aligned}$$