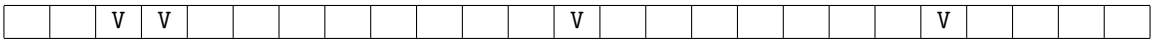
TP4 : les filtres de Bloom

Les tables de hachage sont utiles dans bien des cas. Si le nombre de clés à stocker est très grand (comme, par exemple dans la cas d'une base de données) alors la taille de la table est telle qu'il est nécessaire de la stocker sur le disque. L'inconvénient à cela est que les temps d'accès deviennent alors bien plus importants que lorsque la table est stockée en mémoire. Si on doit de nombreuses fois tester l'existence d'un élément dans la table cela peut devenir rédibitoire.

Pour palier ce problème, on peut ajouter une structure de données intermédiaire qui servira d'*oracle*. L'oracle a la proprité suivante : si un élément est présent dans la table alors il répondra oui, si il n'est pas présent alors il répondra oui ou non. Cette structure de données a pour but de limiter les requêtes inutiles : pour tester la présence d'un élément dans la table on interroge l'oracle avant d'interroger la table. Bien sûr, l'objectif est de concevoir un oracle qui réponde rarement oui lorsque l'élément n'est pas dans la table.

Le type d'oracle que nous allons implanter est lui-même une table de hachage : il s'agit des *filtres de Bloom*. L'idée est la suivante. On crée un table B de booléens. On dispose pour les clés que nous avons à ranger d'un certain nombre m de fonctions de hachage $h_i, 0 \leq i \leq m-1$. Pour chaque clé k à ajouter à B, au lieu de se contenter de mettre à vrai la case $B.(h(k))$ comme on le ferait classiquement, on va mettre à vrai les m cases $B.(h_i(k))$. Le principe étant que la probabilité que deux clés différentes aient les mêmes m valeurs pour leurs fonctions de hachage est rare.

Par exemple, supposons que nous souhaitions entrer la clé "timoleon" dans la table B de taille 24, que nous ayons quatre fonctions de hachage et que $h_0("timoleon") = 2$, $h_1("timoleon") = 12$, $h_2("timoleon") = 3$, $h_3("timoleon") = 20$. L'état de la table B après l'insertion sera :



Pour savoir si une clé est présente, on s'assurera que les m cases de la table B correspondant aux valeurs des m fonctions de hachage sont positionnées à vrai.

Le but du TP est d'implémenter un filtre de Bloom et de tester l'efficacité de celui-ci en faisant varier sa taille ainsi que le nombre de fonctions de hachage. Pour mesurer l'efficacité on estimera le taux de faux positifs, c'est-à-dire le ratio entre le nombre de fois où le filtre se trompe et le nombre de clés interrogées.

Récupérez auparavant l'archive disponible sur le portail. Vous trouverez dans un répertoire `tp4` : les fichiers `bloomfilter.mli` et `bloomfilter.ml`, un programme `testtp4.ml` avec les entêtes des fonctions à écrire et le code pour le premier test, un programme Gnuplot `tp4.plt` pour la création d'un graphe des résultats et, comme toujours, un Makefile pour compiler votre programme. Attention, la compilation n'est pas fonctionnelle tant que le module `Bloomfilter` n'est pas implémenté.

1 Fonctions de hachage d'une chaîne de caractères

Nous allons supposer que nous manipulons des clés qui sont des chaînes de caractères écrites avec les 128 premiers caratères de la table ASCII.

Afin d'obtenir différentes fonctions de hachage, nous allons attribuer un code différent aux caractères pour chaque fonction de hachage. Le code d'un caractère sera obtenu de manière aléatoire. A cette fin on a créé un tableau `random_tab` contenant tous ces codes (la taille du tableau est bien sûr le nombre de fonctions de hachage $\times$ le nombre de caractères). Ce tableau peu-être initialisé grâce à la fonction `init_random_tab` (voir le fichier `testtp4.ml`).

Q 1 Ecrire le corps de la fonction : `code_of_string` $\rightarrow$ `string` $\rightarrow$ `int` $\rightarrow$ `int` qui, étant donné une chaîne `s` et un numéro `n` calcule la somme des valeurs des codes des caractères. Le code calculé servira à la `n`-ième fonction de hachage pour la chaîne `s`. Cette fonction n'est pas à proprement parlé la fonction de hachage puisqu'on n'est pas assuré que le code renvoyé soit compris entre 0 et la taille de la table (qu'on ne connaît pas encore).

2 Le module `Bloomfilter`

Ce module va implanter un filtre de Bloom qui associe un booléen à une clé. Il contient trois primitives et la déclaration du type :

```
type 'a bloomfilter = { filter : bool array ; code : 'a -> int -> int ; nb : int}

(**
```

```
   [new_bloomfilter n f m] :
   crée un nouveau filtre de bloom de taille 2^[n] avec [m] fonction de hachage [f]
*)
val new_bloomfilter : int -> ('a -> int -> int) -> int -> 'a bloomfilter

(**
   [add s] : ajoute la clé s au filtre de bloom
*)
val add : 'a bloomfilter -> 'a -> unit

(**
   [contains s] : test la presence de la clé s au filtre de bloom
*)
val contains : 'a bloomfilter -> 'a -> bool
```

Observez la définition du type qui est un peu particulière ici puisqu'un des champ de l'enregistrement est une fonction. La fonction `new_bloom_filter` prend ainsi en second paramètre la fonction qui fournit le code associé à une clé insérée dans le filtre. Un exemple d'appel à cette fonction est :
`let bf = new_bloomfilter size code_of_string nb_hash_functions`

Q 2 Ecrire le code des trois fonctions du module `Bloomfilter` (dans le fichier `bloomfilter.ml`).

Q 3 Tester vos fonctions en utilisant le programme de test déjà écrit qui insère le mot "timoleon" puis teste sa présence dans le filtre et la présence d'un mot aléatoire.

Q 4 Trouvez une taille du filtre pour laquelle le mot tiré au hasard apparaît présent, ce qui veut dire qu'on a un faux positif.

3 L'analyse des faux-positifs

Maintenant que vous disposez d'un filtre de Bloom fonctionnel, vous allez pouvoir tester l'influence du nombre de fonctions de hachage et de la taille du filtre sur le nombre de faux positifs.

Pour réaliser ces tests nous allons faire varier :

- le nombre de fonctions de hachage de 1 à 8
- la taille du filtre de 2^{10} à 2^{20}

Pour chaque jeu de test, nous allons construire un filtre de Bloom et y insérer 2^{10} mots tirés au hasard. Une fois ces mots insérés, on tirera au hasard 2^{14} mots de tests dont on testera la présence. Il ne faudra pas oublier de s'assurer que les mots de test ne sont pas dans le jeu de mots insérés. Le pseudo-code est donc :

```
creer l'ensemble des mots à inserer I
pour n = 1 à 8 faire
  pour t = 10 à 20 faire
    creer un filtre de bloom BF de taille 2^t à n fonctions de hacahge
    inserer les mots de I dans BF
    pour k = 1 to 2^14 faire
      tirer un mot au hasard U
      si U n'appartient pas à I alors
        augmenter le compteur de mots testés
        si U appartient à BF alors
          augmenter le compteur de faux positifs
        fin si
      fin si
    fin pour
    imprimer dans cet ordre:
       la taille du filtre, le nombre de fonctions, le nombre de mots testes,
       le nombre de faux positifs, le taux de faux positifs
  fin pour
  imprimer deux lignes vides
fin pour
```

Q 5 Ecrire une procédure test correspondant à l'algorithme donné ci-dessus. Afin de s'assurer de la compatibilité avec les fichiers distribués pour ce TP, vous respecterez l'ordre dans lequel les boucles sont faites et l'ordre dans lequel les impressions sont effectuées.

Vous devriez avoir un résultat similaire à :

```
10 1 16383 10537 0.643167
11 1 16385 6584 0.401831
12 1 16385 3663 0.223558
13 1 16385 1866 0.113885
14 1 16385 1035 0.063168
15 1 16385 529 0.032286
16 1 16385 267 0.016295
17 1 16385 174 0.010619
18 1 16385 164 0.010009
19 1 16385 164 0.010009
20 1 16385 159 0.009704


10 2 16385 12562 0.766677
11 2 16385 6634 0.404883
...
```

Q 6 Enregistrer vos résultats dans un fichier nommé `res.txt`.

Q 7 Utiliser le programme Gnuplot `tp4.plt` pour tracer la courbe des résultats obtenus :

```
gnuplot < tp4.plt
```