

A LARGE SCALE STRUCTURE VOID IDENTIFIER FOR GALAXY SURVEYS BASED ON THE β -SKELETON GRAPH METHOD

Felipe Leonardo Gómez-Cortés¹
Master Student
Code 201324084

—
Jaime E. Forero-Romero¹
Advisor

¹*Physics Department, Universidad de Los Andes*

RESUMEN

Estamos viviendo en la era dorada de la cosmología observacional. Existe un modelo estándar cosmológico (Λ -CDM) consolidado que explica las observaciones de la Estructura de Gran Escala (EGE) de galaxias mediante la introducción de materia oscura y energía oscura como las componentes dominantes del Universo. Actualmente es posible realizar mediciones precisas de los parámetros cosmológicos de este modelo a partir de observaciones. Gran parte de estos alcances se debe a la cosmología computacional que es ahora una herramienta establecida para probar modelos teóricos y compararlos con las observaciones.

Una de las características más prominentes en la EGE son los vacíos: volúmenes irregulares de escalas del orden de decenas de Mpc, donde la densidad de materia está por debajo de la densidad media en el Universo. El análisis estadístico de propiedades de los vacíos, como su volumen, forma y orientación también nos puede dar información cosmológica. Por esta razón existe un gran interés en algoritmos que encuentren y caractericen vacíos cosmológicos tanto en simulaciones como en observaciones.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un nuevo buscador de vacíos basado en el método β -Skeleton. El método β -Skeleton ha sido ampliamente utilizado en procesamiento de imágenes y aplicaciones de *machine learning*, recientemente ha sido introducido en el análisis de EGE. Esta es una herramienta rápida para identificar estructuras filamentosarias en la EGE, y promete ser una herramienta robusta para realizar análisis cosmológicos. Luego de desarrollar el buscador de vacíos caracterizaremos los vacíos del β -Skeleton en simulaciones y observaciones. También realizaremos predicciones para el experimento en desarrollo Dark Energy Spectroscopic Instrument (DESI) acerca de la población de vacíos que podrá detectar.

Palabras clave: estructura de gran escala, cosmología, vacíos, astrofísica computacional.

INTRODUCCIÓN

La cosmología física actual considera al Universo como un ente dinámico. Hay dos aspectos principales en esta evolución: la expansión que hace que la densidad global de materia disminuye con el tiempo cosmológico y, el segundo, la formación de estructuras localmente cada vez más densas debido al colapso gravitacional.

Las observaciones del fondo de radiación cósmica de microondas (Hinshaw et al. 2013) y de la distribución de galaxias a gran escala (SDSS Collaboration 2017) apuntan a que esta evolución puede ser descrita por un puñado de parámetros cosmológicos, donde los más importantes son la densidad de materia y la densidad de energía oscura.

El reto de la cosmología actual es aumentar la precisión de las mediciones de estos parámetros cosmológicos. Esto no sólo se logra con mediciones más precisas sino con métodos independientes para acotar los parámetros cosmológicos. Aunque un método independiente pueda tener una incertidumbre grande, considerar las cotas impuestas por varios métodos simultáneamente reduce la incertidumbre sobre los parámetros cosmológicos.

Una de las pruebas cosmológicas que ha emergido en la última década es la caracterización de los vacíos cosmológicos; grandes regiones del espacio que cuentan con una baja densidad de galaxias.

ESTADO DEL ARTE

Los vacíos cosmológicos son evidentes en mapas de la distribución tridimensional de galaxias hechos en las últimas dos décadas (SDSS Collaboration 2017). El proyecto de mapeo más emblemático de la primera década del siglo XXI fue el *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS) el cual con el experimento BOSS ha estimado la posición en el espacio de más de 1.5 millones de galaxias de redshift $0 < z < 1.0$.

El trabajo de interpretación de estos mapas en términos de parámetros cosmológicos requiere la realización de simulaciones que sigan la formación de estructuras en un Universo en expansión. Una simulación más emblemática en este aspecto es el *Millenium Run* hecha en el Instituto Max Planck de Astrofísica hace 15 años.

La Figura 1 compara los mapas de la distribución de galaxias obtenidos por simulaciones (rojo) y por observaciones (azul). Cada punto representa una galaxia. En estas imágenes los grandes filamentos donde se aglomeran la galaxia se complementan con las regiones donde hay menos galaxias que conforman los vacíos que nos interesan en esta tesis.

El *Dark Energy Survey Instrument* (DESI) es uno de los catálogos de galaxias de la nueva generación. DESI es un experimento en etapa de construcción. Usa el telescopio Mayall de 4m en Kitt Peak, California. Tiene 5,000 fibras montadas sobre brazos robóticos posicionadores que permiten tomar el espectro de cerca de 2,000 objetos simultáneamente en cada exposición. La primera fase observará el cielo por cinco años, tomando el espectro de más de 30 millones de galaxias.

El desarrollo de DESI involucra varias partes: un lado el equipo de construcción del *hardware* de posicionamiento de las fibras, construcción del espectrógrafo y montaje sobre el telescopio. Por otro lado está el equipo de programación de la ubicación de las fibras y simulación de observaciones, usan catálogos ficticios del cielo a partir de simulaciones cosmológicas, recrean las condiciones atmosféricas de observación, para alimentan el sistema de análisis de datos. Así se compara el desempeño del análisis de datos de DESI en el cielo simulado de los catálogos ficticios.

DESI generará catálogos de galaxias nunca antes vistos que permitirán realizar una gran cantidad de pruebas para acotación de parámetros cosmológicos, en particular densidad de materia oscura. Este parámetro puede estudiarse mediante análisis de vacíos de la red cósmica.

MARCO TEÓRICO

La EGE muestra que la mayor parte del volumen del Universo está dominado por los vacíos de la red cósmica. Allí la densidad de materia es inferior al 20% de la densidad media del universo (van de Weygaert 2014). El universo inicialmente homogéneo tiene una evolución con dinámica no lineal en regiones con sobredensidad donde se forman estructuras de materia ligadas gravitacionalmente cuyos marcadores son las galaxias (agrupadas en filamentos, paredes y nodos), Las regiones de baja densidad que obedecen dinámicas lineales, están más cercanas a las condiciones iniciales del Universo. En estas regiones de baja densidad la métrica está dominada por la energía oscura. Aquí yace el interés por estudiar los vacíos en la red cósmica para explorar parámetros cosmológicos.

Colberg et al. (2008) realizaron una comparación de distintos algoritmos para encontrar vacíos en la red cósmica. Estos pueden clasificarse en dos: Métodos que utilizan distribución de materia oscura y métodos que utilizan galaxias/halos.

Los métodos que buscan vacíos en la red cósmica usando materia oscura operan directamente sobre resultados de simulaciones. De un *snapshot* de la simulación extraen el catálogo de todas las partículas en la simulación. En Colberg

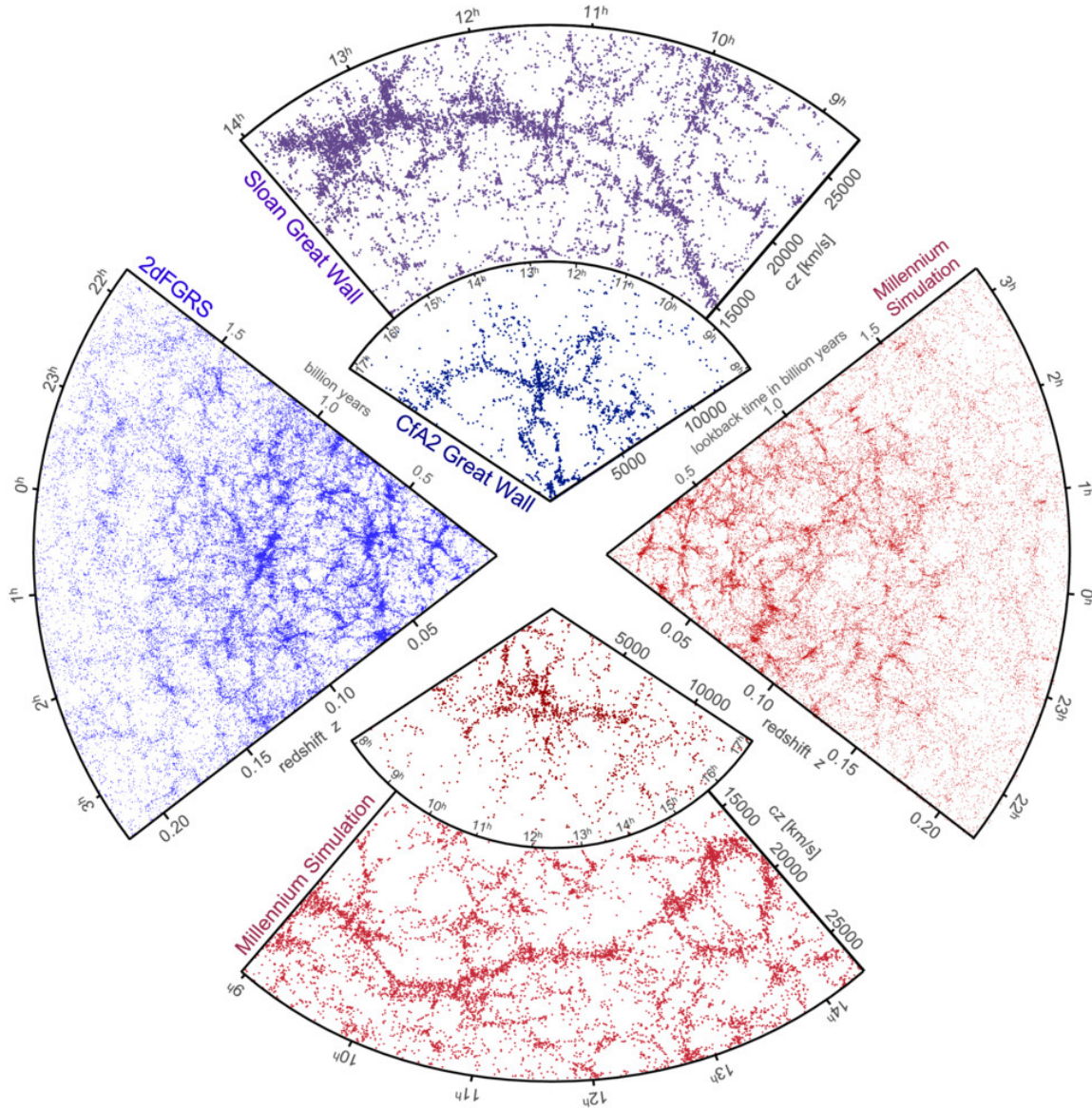


Figura 1. Distribución espacial de galaxias observada en mapeos como el SDSS y el 2dFGRS (en azul) comparadas con resultados de la simulación Millenium (rojo). Instituto de Astrofísica Max Planck. Cada punto representa una galaxia. La Vía Láctea se encuentra en el centro de los mapas, que cubren diferentes regiones del cielo en escalas distintas. En el segmento de la izquierda muestra la estructura a gran escala compuesta por filamentos donde se agrupan las galaxias y grandes vacíos donde es baja la densidad de galaxias, del catálogo 2dFGRS. Hacia la periferia distante solo se pueden ver las galaxias más brillantes, por eso la baja densidad hacia el borde. A la derecha vemos en un segmento de la simulación Millenium, En los segmentos superiores vemos estructuras de varias decenas de Mpc encontradas en dos catálogos (SDSS y 2dFGRS). En los dos segmentos inferiores, vemos estructuras con tamaños similares generadas por la misma simulación Millenium.

et al. (2008) se comparan algunos algoritmos generan un campo de densidad suavizado de materia a partir de la distribución discreta de partículas para identificar las regiones de densidad inferior al 20% de la densidad media del Universo discretizando el espacio en celdas y buscando aquellas con baja densidad, otros métodos definen los vacíos como regiones del espacio encerradas por superficies donde la densidad de materia es constante. Los vacíos pueden identificarse desde el espacio de fase como las regiones donde las partículas tienden siempre a escapar. Otros métodos usan la Transformada de *Watershed* para identificar contornos y delimitar los vacíos desde generando contraste en el campo escalar de densidad y encerrando las regiones.

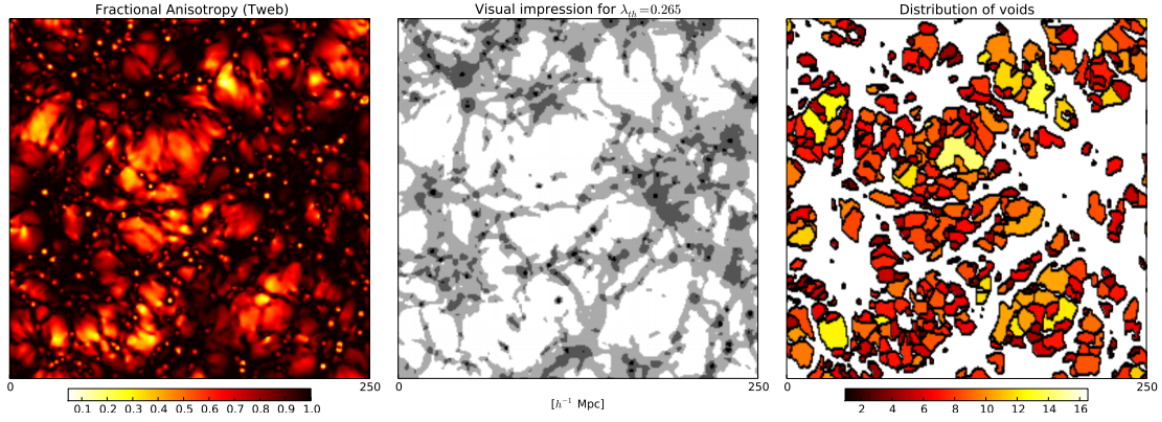


Figura 2. Una fracción de la simulación Bolshoi (Riebe et al. 2013) de $250 \times 250 \times 1 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$. Izquierda: Análisis del campo de densidad mediante el método VWEB que analiza espacio de fase. Medio: Clasificación de las estructuras de la red cósmica como vacíos (blanco), paredes (gris claro), filamentos (gris oscuro) y nudos (negro). Derecha: Vacíos encontrados. Los colores representan el radio efectivo de los vacíos. (Fang et al. 2018).

La aproximación de nuestro interés busca vacíos a partir de marcadores de la sobredensidad de materia en el Universo, en catálogos de halos de materia oscura (de simulaciones) o catálogos de galaxias (directamente de *surveys* experimentales como el SDSS o el 2dFGRS, o bien de simulaciones utilizando métodos semianalíticos para generación de galaxias).

Un modelo sencillo busca las esferas más grandes posibles donde no haya galaxias encerradas. Un modelo más avanzado diferencia galaxias de los contornos (en filamentos y paredes) de galaxias dentro de vacíos según número de vecinos distancia a los primeros vecinos, luego se repite el esquema de búsqueda de esferas las esferas huecas más grandes posibles con escasas galaxias internas clasificadas como no pertenecientes a los contornos. Algoritmos más avanzados encuentran vacíos irregulares más grandes, discretizando el espacio en celdas e identificando las celdas vacías a una distancia mínima de las celdas con galaxias. (Colberg et al. 2008).

Test Alcock-Paczynski

Al construir los mapas tridimensionales del universo se convierten los observables (posición angular y corrimiento al rojo) en coordenadas cartesianas en el marco de referencia comóvil. Para hacer esta conversión es necesario conocer la métrica de nuestro Universo; cómo se expande el espacio en función del tiempo. El modelo cosmológico estándar Λ CDM describe esta tasa de expansión en función de algunos parámetros como la densidad de materia y la densidad de energía oscura en el Universo. Estos datos se pueden obtener con precisión de sondas como Planck y otro tipo de experimentos (BAO por ejemplo). Si se construye un mapa del universo con los parámetros cosmológicos erróneos, se observarán distorsiones en la distribución de los objetos. Este es el principio del test de Alcock-Paczynski (1979).

Se puede aplicar este test AP al convertir observaciones de vacíos (a partir de las observaciones de galaxias como marcadores de sus límites) a coordenadas comóviles. Una descripción detallada de esta metodología se brinda en Hamaus et al. (2015):

Sea x el vector que denota las coordenadas de un objeto en el espacio. La distancia comóvil en la dirección de la línea de visión se calcula como:

$$x_{\parallel} = \int_0^z \frac{c}{H(z')} dz', \quad (1)$$

donde c es la velocidad de la luz y $H(z)$ describe la expansión de Hubble como función del corrimiento al rojo z . Si el objeto tiene velocidad radial, esta induce un corrimiento adicional hacia el rojo o hacia el azul. Al tener esto en cuenta queda:

$$\tilde{x}_{\parallel} = \int_0^{z + \frac{v_{\parallel}}{c}} (1+z) \frac{c}{H(z')} dz' \simeq x_{\parallel} + \frac{v_{\parallel}}{H(z)} (1+z) \quad (2)$$

En tanto el ángulo θ entre un par de objetos se relaciona con la distancia comóvil según

$$x_{\perp} = D_A(z) \theta \quad (3)$$

En una métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker de curvatura k , la distancia comovil angular viene dada por:

$$D_A(z) = \frac{c}{H_0\sqrt{-\Omega_k}} \sin \left(H_0\sqrt{-\Omega_k} \int_0^z \frac{1}{H(z')} dz' \right). \quad (4)$$

Este término es bastante sensible al parámetro de curvatura $\Omega_k = 1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda$, en tanto la rata de expansión de Hubble depende en sí misma del contenido de energía y materia en el Universo como:

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda} \quad (5)$$

De este modo se puede ver cómo es necesario asumir los valores actuales correctos de los parámetros cosmológicos para generar mapas tridimensionales de los objetos en el cielo. Si estos valores no coinciden con los parámetros cosmológicos reales, las distancias calculadas en la línea de visión y perpendicular a ella serán incorrectas. Una de las herramientas fundamentales para realizar tests AP son las funciones de correlación. Estas pueden ser aplicadas entre pares de galaxias-vacíos o funciones de autocorrelación vacío-vacío.

Análisis de elipticidad

A partir del análisis estadístico de la morfología y la dinámica de los vacíos se pueden estudiar los parámetros cosmológicos. Las condiciones iniciales de distribución de materia en el Universo se toman como el modelo analítico de Zel'dovich.

Park & Lee (2007) demuestran cómo la elipticidad de los vacíos es sensible a los parámetros cosmológicos, como un balance entre efectos de marea producidos por la componente de materia del Universo y la expansión misma del Universo: las perturbaciones iniciales tienden a crecer esféricamente por la expansión del Universo, aquí entra el parámetro Ω_Λ , en tanto las fuerzas de marea (la contribución de Ω_m) tienden a deformar los vacíos, alejándolos de la forma esférica. Desarrollan modelos analíticos sobre la distribución de elipticidad para la población de vacíos según los parámetros cosmológicos.

En Bos et al. (2012) se comparan incluso cosmologías distintas al modelo estándar Λ CDM. Esta referencia muestra un desarrollo completo del principio de análisis de la elipticidad de los vacíos en la red cósmica.

Una vez se han definido los vacíos se calcula su tensor de inercia, donde $a \geq b \geq c$ son los valores propios del tensor análogos a los semiejes en un elipsoide. Se define la esfericidad en términos de la elipticidad $s = 1 - \epsilon = c/a$ y el achatamiento como $p = b/a$. Con esto el volumen del elipsoide equivalente será $V = \frac{4}{3}\pi abc$. Se puede calcular el tensor de marea T_{ij} del potencial gravitacional ϕ como:

$$T_{ij} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{1}{3} \nabla^2 \phi \delta_{ij}, \quad (6)$$

los vectores propios de este tensor serán $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$, cuya suma es $\delta_\nu = \sum \lambda_i$, y están relacionados con la esfericidad y el achatamiento según:

$$\lambda_1 = \frac{1 + (\delta_\nu - 2)s^2 + p^2}{p^2 + s^2 + 1} \quad (7)$$

$$\lambda_2 = \frac{1 + (\delta_\nu - 2)p^2 + s^2}{p^2 + s^2 + 1}. \quad (8)$$

La función de densidad de probabilidad $f(s)$ para una esfericidad de los vacíos de la red dada viene dada por:

$$f(1 - \epsilon; z) = f(s; z, R_L) = \int_0^1 \mathcal{P}[p, s | \delta = \delta_\nu; \sigma(z, R_L)] dp$$

$$= \int_s^1 dp \frac{3375\sqrt{2}}{\sqrt{10\pi}\sigma^5(z, R_L)} \exp \left[\frac{-5\delta_\nu^2 + 15\delta_\nu(\lambda_1 + \lambda_2)}{2\sigma^2(z, R_L)} \right] \exp \left[-\frac{15(\lambda_1^2 + \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2)}{2\sigma^2(z, R_L)} \right] \quad (9)$$

$$\times (2\lambda_1 + \lambda_2 - \delta_\nu)(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 + 2\lambda_2 - \delta_\nu) \frac{4(\delta_\nu - 3)^3 ps}{(p^2 + s^2 + 1)^3} \quad (10)$$

$\sigma(z, R_L)$ es la fluctuación RMS del campo de materia suavizado en una escala R_L a redshift z :

$$\sigma^2(z, R_L) = D^2(z) \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{2\pi^2} P(k) W^2(kR_L) d \ln k \quad (11)$$

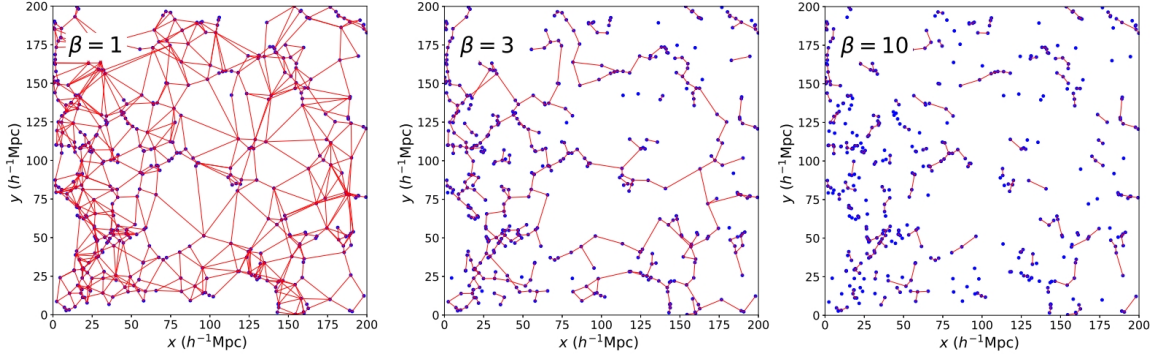


Figura 3. Grafo encontrado por el método β -Skeleton para un conjunto de galaxias. Al aumentar el parámetro β se reduce el número de conexiones permitidas para cada galaxia. Con un valor cercano a 3 se reproducen filamentos y vacíos de la EGE. (Fang et al. 2018)

Método β -Skeleton

El método β -Skeleton ha sido introducido en astrofísica recientemente por Fang et al. (2018) para encontrar el “esqueleto” de la EGE en catálogos de simulaciones y datos observacionales. Ha sido usado desde hace ~ 40 años para analizar imágenes en búsqueda de contornos e identificación de objetos, tiene aplicaciones en machine learning, problemas de minimización en conexión de redes inalámbricas. Este método es computacionalmente económico y rápido.

Depende del parámetro continuo $\beta \geq 0$ para establecer las conexiones entre conjuntos de puntos en el espacio. Cuando este parámetro tiende a cero, el método calcula todas las conexiones entre todos los puntos de la red. Se ha encontrado que valores de este parámetro cercanos a 3 generan las estructuras filamentosales en la EGE. Valores cercanos a 10 reducen demasiado las conexiones y se pierde la estructura filamental (figura 3).

Un análisis estadístico básico de las distancias en conexiones puede revelar información subyacente en la EGE. Al tomar $\beta = 0$ esta estadística se reduce a la bien conocida función de correlación de dos puntos, con $\beta \sim 3$ pueden detectarse diferencias tradicionalmente no visibles entre simulaciones de N cuerpos (que requieren pleno poder computacional) y simulaciones que incluyen modelos semianalíticos para generación de catálogos MOCS que son computacionalmente más rápidos.

Datos esperados en DESI

Para encontrar los vacíos esperados en DESI se utilizarán catálogos ficticios de galaxias brillantes generados en la simulación Millenium-XXL (MXXL) (Smith et al. 2017), que simula un volumen 216 veces más grande que la simulación Millenium original. Estos son los mismos catálogos utilizados por el equipo de DESI para recrear el cielo que pueden observar y calcular la posible incompletez del survey (Smith et al. 2018). Estos catálogos son conos de luz que van desde galaxias cercanas (~ 0) hasta galaxias lejanas ($z \sim 2.2$), con una distribución media alrededor de $z \sim 0.2$. Se utilizan métodos Monte Carlo para poblar los halos de materia oscura con galaxias con luminosidad y color distintos, basados en los resultados del SDSS y de GAMA. Se incluyen BAO y distorsiones de redshift de acuerdo al movimiento propio de las galaxias.

OBJETIVOS

Objetivo Principal

Desarrollar un nuevo buscador de vacíos de la red cósmica en catálogos de galaxias basado en el método β -Skeleton.

Objetivos Específicos

- Identificar y catalogar vacíos de la red cósmica en simulaciones y observaciones.
- Acotar los parámetros cosmológicos asociado a la densidad de materia y de energía oscura a partir del catálogo de vacíos de la red cósmica
- Crear un catálogo de vacíos con simulaciones del Dark Energy Spectroscopic Instrument.

METODOLOGÍA

La primera parte de este trabajo consiste en desarrollar el código del buscador de vacíos en la red cósmica. Aquí se incluye una etapa de calibración de parámetros libres del buscador para obtener catálogos de vacíos de la red a partir de simulaciones y observaciones.

Luego se hará un análisis estadístico para determinar parámetros cosmológicos. Se espera encontrar estadísticamente que no hayan direcciones privilegiadas para la orientación de los ejes (asumiendo formas elipsoidales en los halos), funciones de correlación en distancias transversales y longitudinales a la línea de observación para hacer pruebas de [Alcock-Paczynski \(1979\)](#). La estadística de la morfología de los halos puede ser comparada con modelos analíticos para revisar proporciones entre poblaciones e identificar si los parámetros cosmológicos con los que se han realizado los cálculos son los parámetros adecuados.

Finalmente se crearemos un catálogo de vacíos en simulaciones que predican el tipo de mapa que se producirá con el Dark Energy Spectroscopic Instrument a finales del 2024.

Desarrollo del código

El código será escrito en Python3 o C++, podrá ejecutarse en el cluster HPC de la facultad de ciencias de la Universidad de los Andes.

Para desarrollar el código se parte de la lectura de archivos estándar de catálogos de halos de materia oscura o distribución de galaxias. Estos puntos se ubican en un espacio tridimensional. Disponemos de la librería “NGL” ([Correa & Lindstrom 2012](#)) (Neighborhood Graph Library) para calcular la estructura β -Skeleton. Esta librería es de uso libre, está escrita en C++. Inicialmente fue desarrollada para estudiar topología de conjuntos de datos con un número de muestra pequeño. Puede encontrar vecinos en los conjuntos de puntos usando distintos métodos como los Grafos de Gabriel y el β -Skeleton, estos métodos resultan computacionalmente más económicos y rápidos que otros métodos más robustos como la triangulación de Delaunay.

Por definición los vacíos cósmicos son regiones con baja densidad de materia, así que se estudiarán regiones de un campo escalar. Para esto es conveniente dividir el espacio en celdas discretas. El tamaño de las celdas será el primer parámetro a calibrar en el código.

Se aplica el método β -Skeleton para conectar los puntos en el espacio y trazar los filamentos de la red cósmica. En este punto se utilizará la librería NGL ([Correa & Lindstrom 2012](#)). El parámetro β de este método es otro parámetro a calibrar en el código. Se puede utilizar como guía el resultado obtenido por [Fang et al. \(2018\)](#). Se transforman estos puntos y filamentos en un campo de densidad de materia. Este primer campo escalar de materia es bastante discreto y discontinuo. Será suavizado mediante un kernel Gaussiano, el número de veces que sea suavizado el campo de densidad y el tamaño de las celdas del kernel serán parámetros a calibrar en el código.

Una vez suavizado el campo de densidad de materia se identifican los centroides de los vacíos de la red. Esto se puede realizar revisando, por ejemplo, puntos intermedios en conexiones largas que pueden aparecer en un β -skeleton con parámetro β bajo, pero no aparecen en la red obtenida con el valor de β apropiado.

Ya identificados los centroides de los vacíos, se utiliza un método similar a *watershed* para identificar las regiones de baja densidad ([Sutter et al. 2015](#)). Con este método se planta una semilla en los centroides, todas las semillas crecen a la misma velocidad; una celda vecina a la vez. Se establecen ciertas reglas, por ejemplo las regiones no crecerán en las regiones donde el campo escalar de densidad tenga un valor alto, o se detendrán cuando se encuentren con otra región en crecimiento. Otro método a probar para identificar regiones es la construcción de esferas dentro de los vacíos de la red.

CRONOGRAMA

1. Desarrollo del código del Buscador de Vacíos Basado en β -Skeleton.
2. Calibración de los parámetros del código.
3. Obtención de catálogos de vacíos de la red a partir de simulaciones.
4. Obtención de catálogos de vacíos de la red a partir de observaciones.
5. Comparación por análisis estadístico entre simulaciones y observaciones.
6. Cálculo de la constante cosmológica a partir de catálogo de vacíos de la red en observaciones.

Tareas \ Semanas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	X	X	X	X	X	X										
2					X	X										
3							X	X								
4							X	X	X							
5									X	X						
6											X	X	X			
7														X	X	X
8	X	X	X	X	X	X	X									
9							X	X	X							
10										X	X	X	X			
11														X	X	X

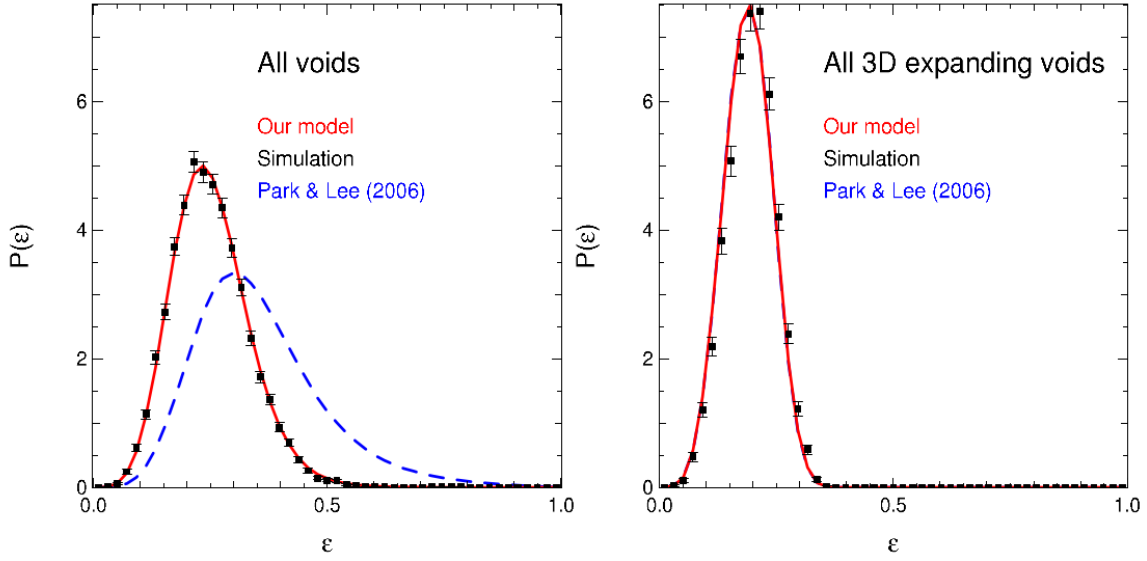


Figura 4. Función de densidad de probabilidad de la elipticidad de los vacíos típica encontrada por (Lavaux & Wandelt 2009) evaluada en una cosmología específica.

7. Estimación de resultados para el experimento DESI.
8. Escritura del Documento: Introducción y marco teórico.
9. Escritura del Documento: Desarrollo y calibración del Código.
10. Escritura del Documento: Análisis de catálogos de vacíos de la red cósmica.
11. Escritura del Documento: Estimación de posibles resultados del experimento DESI y Conclusiones.

RESULTADOS ESPERADOS

Se espera construir el código de un buscador de vacíos de la red cósmica basado en el método β -Skeleton. Con este código se espera generar catálogos de vacíos con suficiente precisión para realizar pruebas cosmológicas tipo test AP y de elipticidad (figura 4), (Bos et al. 2012; Lavaux & Wandelt 2009; Park & Lee 2007), realizar pruebas con catálogos de galaxias de simulaciones y observaciones, y finalmente estimar la población de vacíos que encontrará el proyecto DESI.

REFERENCES

- Alcock, C. & Paczyński, B. 1979, *Nature*, 281, 358
- Colbert, J. M. et al. 2008, *MNRAS*, 387, 933.
- Bos, P. et al. 2012, *MNRAS*, 426, 440
- Correa, Carlos & Lindstrom, Peter. 2011, *IEEE TVCG* 17,12 (Dec 2011), 1852-1861
- El-Ad, H. & Piran, T. 1997, *ApJ*, 491, 2, 421
- Fang, F.; Forero-Romero, J.; Rossi, G.; Li, X. & Feng, L 2018, arXiv, 1809.00438 astro-ph
- Hamaus, N.; Sutter, P.M.; Lavaux, G. & Wandelt, B. D. 2015, *JCAP*, 11, 036
- Lavaux, G. & Wandelt, B. D. 2009, *MNRAS*, 403, 1392
- Leclercq, F.; Jasche, J. et al. 2015, *JCAP*, 03, 047
- Park, D. & Lee, J. 2007, *PhRvL*98, 1301
- Press, W. H. & Schechter, P. 1974, *ApJ*, 187, 425-438
- Riebe, K. et al 2013, *Astronomical Notes*, 334, 691
- Schneider, P. 2014, “Extragalactic Astronomy and Cosmology”, Springer
- Smith, A. et al. 2017, *MNRAS*, 470, 4646
- Smith, A. et al. 2018, arXiv, 1809.07355 astro-ph
- Springel, V. et al. 2005, *Nature*, 435, 639
- Sutter, P. M.; Lavaux G.; Hamaus, N; et al. 2015, *A&C*, 9, 1-9
- van de Weygaert, Rien 2014, *Proceedings of the IAU*, 308, 493
- SDSS Collaboration 2017, arxiv, 1707.09322 astro-ph
- Hinshaw, G. et al. 2013, *ApJS*, 208, 20.