

【尚友制作】数学猴哥难题 112 讲解 1-10

NO 1

Sixty-eight people are sitting in 20 cars and each car contains at most 4 people. What is the maximum possible number of cars that could contain exactly 1 of the 68 people?

1

@C

- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 8
- ☐ 12

翻译：68 个人分别坐在 20 辆车中，每辆车最多可坐 4 个人，那么最多有多少辆车可以只坐一个人。

解答：要让坐 1 个人的车尽量多，那么别的车应该坐尽量多的人 → 除去坐一个人的车，其余车都坐 4 个人 → X 为坐 1 人的车， Y 为坐 4 人的车 → $X+Y=20$ $X+4Y=68$ → $X=4$ → 选 C

考点：取极端的思路，主要是要想到怎样才能让坐一个人的车尽量多。

NO 2

If n is any prime number greater than 2, which of the following CANNOT be a prime number?

- ☐ $n - 4$
- ☐ $n - 3$
- ☐ $n - 1$
- ☐ $n + 2$
- ☐ $n + 5$

2

@E

翻译：如果 n 是个大于 2 的质数，那么下列那个不可能是质数

解答：自然数中大于 2 的质数都为奇数 \rightarrow 答案会在 B,C,E 中产生（奇数加减奇数为偶数）
 \rightarrow 偶数中唯一的质数为 2 \rightarrow 反推，B,C,E 是否有可能是 2 而同时保证 n 为质数 \rightarrow B 中 n 可为 5， $n-3$ 为 2；C 中 n 可为 3， $n-1$ 为 2 \rightarrow 只有 E 不可能， n 为大于 2 的奇数，定位奇数，+5 后为大于 2 的偶数，必为合数。

考点：对质数合数的概念的掌握，结合其奇偶性的考法

NO 3

In 1988 Mr. Smith's annual income was greater than Mrs. Smith's annual income. In 1989 Mr. Smith's annual income decreased by p percent, whereas Mrs. Smith's annual income increased by p percent. ($p > 0$)

Column A

Mr. and Mrs. Smith's
combined annual income
in 1988

Column B

Mr. and Mrs. Smith's
combined annual income
in 1989

3

@A

翻译：1988 年的时候 Smith 先生的年收入大于 Smith 太太的，在 1989 年的时候，Smith 先生的年收入下降了百分之 P，Smith 太太的年收入上升了百分之 P，问哪一年两人的共同收入较高

解答：设先生 1988 年收入为 X，太太 1988 年收入为 Y， $X > Y \rightarrow$ 1988 年共同收入 $X + Y$ ，
1989 年共同收入 $X \cdot (1 - p\%) + Y \cdot (1 + p\%) = X + Y - X \cdot p\% + Y \cdot p\% \rightarrow X > Y \rightarrow X \cdot p\% > Y \cdot p\% \rightarrow$
 $X + Y > X + Y - X \cdot p\% + Y \cdot p\% \rightarrow$ 88 年收入较高 \rightarrow 选 A

考点：对百分比增长和减少的具体把握

NO 4

How many integers between 101 and 201 are equal to the square of some integer?

- ☐ Two
- ☐ Three
- ☐ Four
- ☐ Five
- ☐ Six

4

@C

翻译：在 101 和 201 之间有多少个数是整数的完全平方

解答：具体列出， $121=11^2$

$144=12^2$

$169=13^2$

$196=14^2 \rightarrow C$

考点：计算

NO 5

The price of a certain stock was $12\frac{1}{2}$ dollars per share.

The price increased x percent to $15\frac{5}{8}$ dollars per share.

	<u>Column A</u>	<u>Column B</u>
5	x	20
@A		

翻译：一支股票的价格为 $12\frac{1}{2}$ ，增加了百分之 x 后，就到了 $15\frac{5}{8}$

解答： $12\frac{1}{2} (1+x\%) = 15\frac{5}{8} \rightarrow$

$12\frac{1}{2} * x\% = 3\frac{1}{8} \rightarrow x = 25\% \rightarrow A$

NO 6

The “reflection” of a positive integer is obtained by reversing its digits. For example, 321 is the reflection of 123. The difference between a five-digit integer and its reflection must be divisible by which of the following?

- ☐ 2
- ☐ 4
- ☐ 5
- ☐ 6
- ☐ 9

6

@E

翻译: reflection 被定义为把一个多位数的数字次序倒过来, 组成新的一个数字, 比如, 321 的 reflection 就是 123. 那么一个五位数和其 reflection 的差一定能被哪个数整除?

解答: 方法一, 直接写一个数, 比如 12345, 那么它的 reflection 为 54321, 差值为 41976, 排除 C, 继续选数, 12346, reflection 64321, 差值 51975, 排除 A,B,D, → 选 E

方法二: 设个十百千万上的数分别为 a,b,c,d,e → 那么原数和 reflection 分别为 $10000a+1000b+100c+10d+e$ 和 $10000e+1000d+100c+10b+a$ → 差值为 $9999a+990b-990d-9999e$ 的绝对值 → 很容易看出为 9 的倍数 → 选择 E

考点: 凑的方法, 要掌握好选数的区别性, 比如此题中, 五位数的头和尾如果都是单数, 那么差值必定是双数, 无法排除 A,D 选项。而用严谨的方法做题时, 要大胆假设, 不要担心未知数个数多, 就不敢假设。最后都可以消掉的。

NO 7

<u>Column A</u>	<u>Column B</u>
$\frac{1}{1 - 0.03}$	1.03
7	
@A	

解答: $1/(1-0.03) = 100/97$; $1.03 = 103/100 \rightarrow$ 大于 1 的分数, 上下同时加一个数, 变小 $\rightarrow A$

考点: 分数比大小

NO 8

The original value of machine X is V dollars, while the original value of machine Y is $2V$ dollars. Both machines depreciate in value at a constant rate of 10 percent of their original value per year.

<u>Column A</u>	<u>Column B</u>
The value of machine X after 3 years	The value of machine Y after 6 years

8

@B

翻译：X 机器的原价为 V ，Y 机器的原价为 $2V$ ，每年都贬值原价的 10%，比大小

解答：A = $V \cdot 0.9^3$

B = $2V \cdot 0.9^6$

→ $B/A = 2 \cdot 0.9^3 = 1.458 > 1 \rightarrow B > A \rightarrow$ 选 B

考点：对贬值概念的理解

NO 9

If n is an odd integer, which of the following is the square of the next larger odd integer?

- ☐ $n^2 + 1$
- ☐ $n^2 + 4$
- ☐ $n^2 + 2n + 1$
- ☐ $n^2 + 4n + 4$
- ☐ $n^2 + n + 1$

9

@D

翻译: n 是偶整数, 那么下列哪一个是邻近的比 n 大的偶整数的平方

解答 $(n+2)^2 = D$

NO 10

If 55 percent of a group of people have brown hair and 80 percent of the same group do not have red hair, what fraction of those who do not have brown hair have red hair?

- ☐ $\frac{1}{4}$
- ☐ $\frac{4}{11}$
- ☐ $\frac{4}{9}$
- ☐ $\frac{5}{9}$
- ☐ $\frac{4}{5}$

10

@C

翻译：如果一群人的 55% 有棕色头发，而且这群人中有 80% 没有红头发。那么，这群人中，没有棕头发的人，有多少比例是红头发的。

解答：55%是棕色，80%是非红色 → 20%是红色，55%是棕色，25%既不是红色也不是棕色 → 没有棕头发的 为总人数的 45%， 红色是总人数的 20% → $20\%/45\%=4/9$ → 选 C

考点：先分析有几种人，各种人的比例，再进行计算。

活动详情请参见论坛帖子

<http://www.sharewithu.com/thread-425567-1-2.html>