



Εύρηκα

密克點與相似形之間 -密克定理的探討

作者:22511秦翌凱

指導老師:姚志鴻

μ

目錄

- 先導
- 研究目的
- 研究方法
- 研究結果
- 未來展望

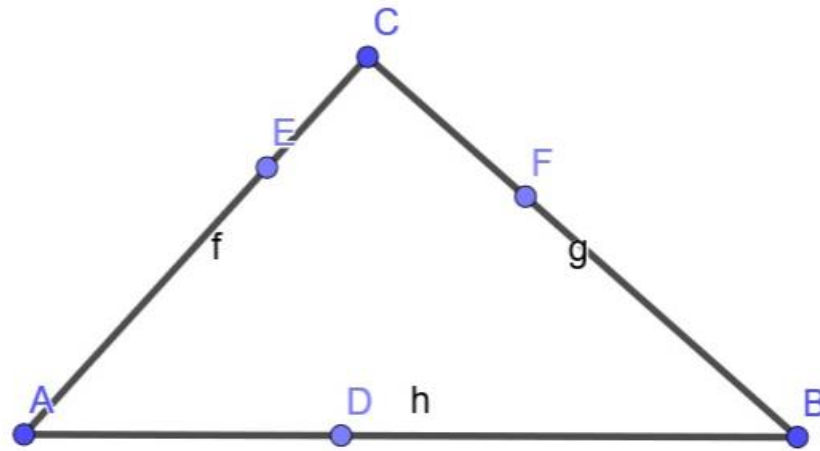
Εύρηκα

μ

Εύρηκα

先導

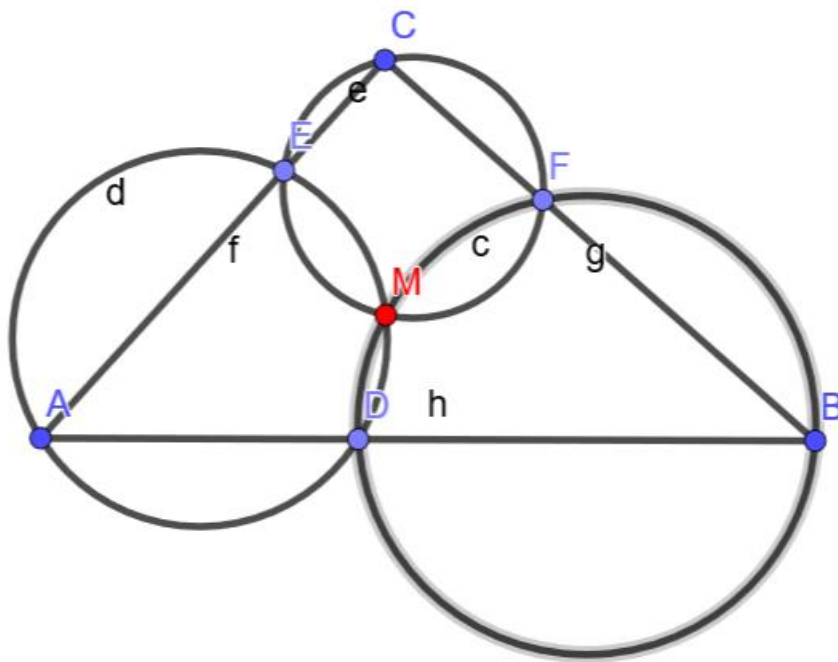
- 密克定理與密克點



μ

先導

- 密克定理與密克點



Εύρηκα

μ

Εύρηκα

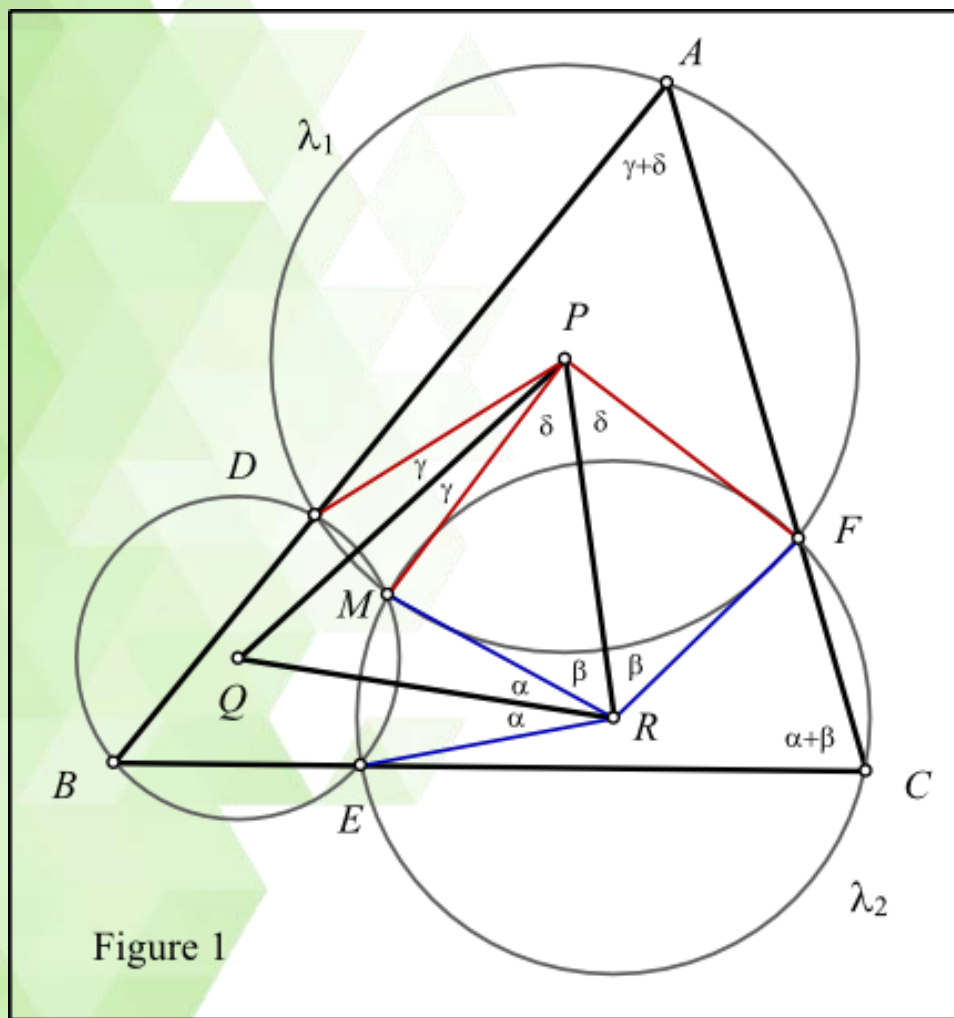
研究目的

- 密克定理的相似證明
- 密克逆定理作圖方法
- 密克定理的軌跡探討
- 相關多邊形的延伸說明

μ

相似證明

Εύρηκα



我們利用圓心角和圓周角的兩倍關係，加上兩倍角，得出兩角相等，三角型相似。

μ

Εύρηκα

研究方法

- 我們以密克逆定理出發，先作三圓共點，再求出三角形。

μ

Εύρηκα

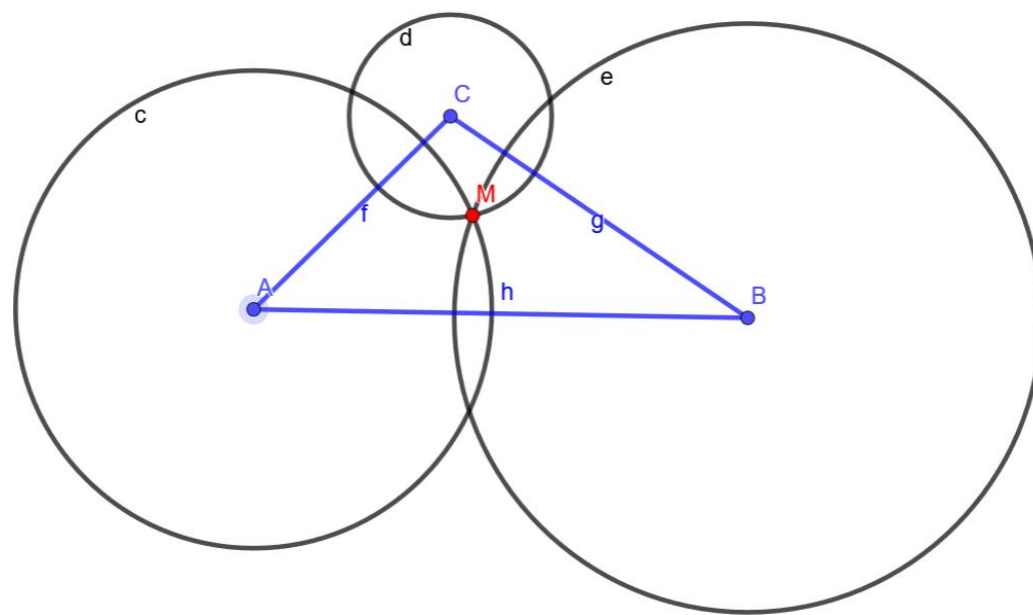
研究方法

- 根據密克逆定理，先做三圓心的三角形 $\triangle ABC$ ，接著定一任意點為密克點 M ，以圓心和邊上一點做圓。接著做一條垂直線($x=-10$)，線上有一動點 D 。

μ

研究方法

Εύρηκα



先構出三圓

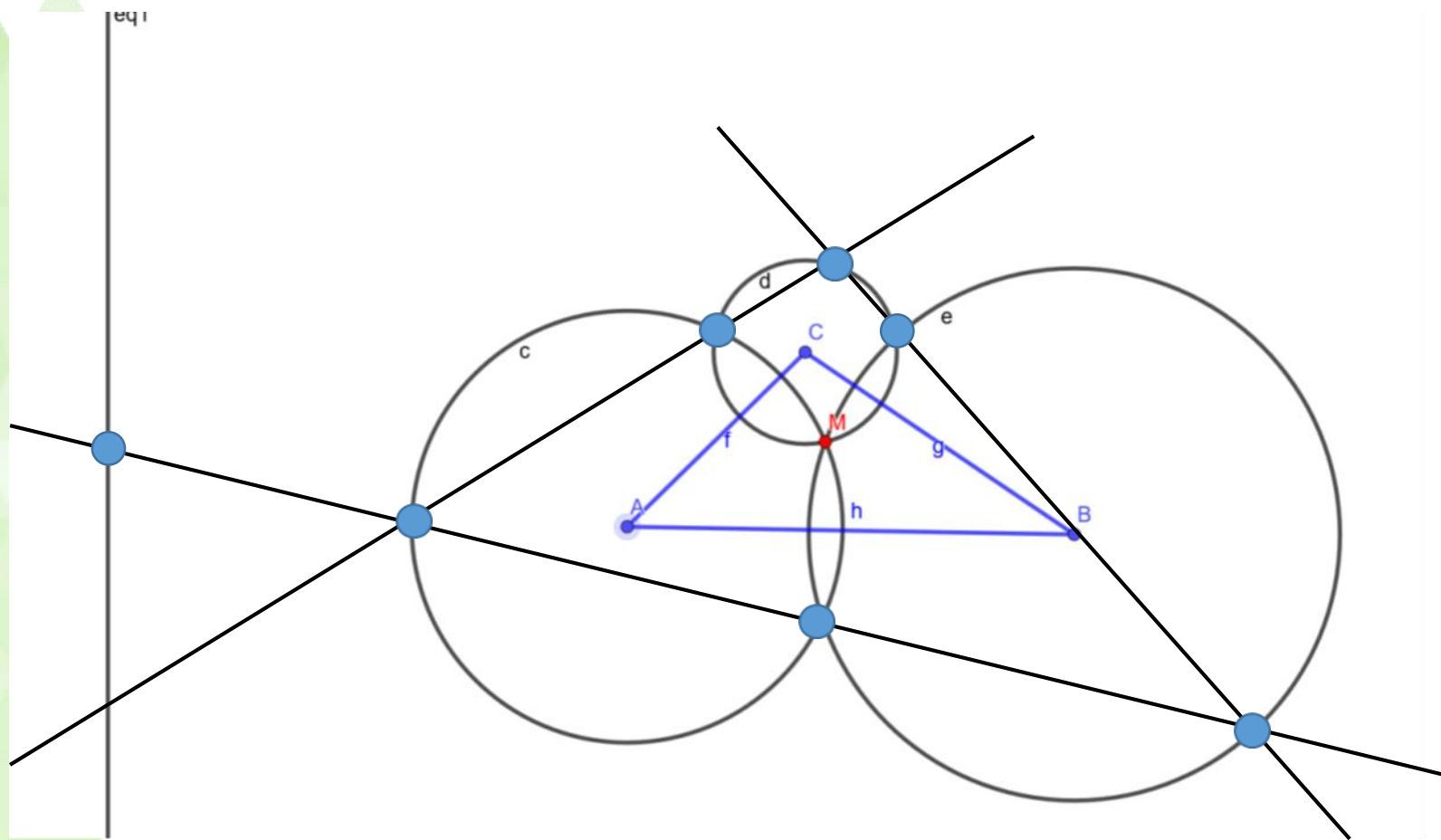
μ

研究方法

- 然後將動點與AB邊上的M對稱點E相連，形成一直線。此直線交圓B於點H，再來點H與BC邊上的M對稱點F相連，同樣交圓C於點I，最後將點I與AC邊上的M對稱點G相連。
- 然後我們會發現，最後的直線會通過一開始的交點J。這作圖方法不只適用於三角形，甚至多邊形也可根據此方法造出(後續說明)。

研究方法

Εύρηκα



後推導出三角形

μ

軌跡探討

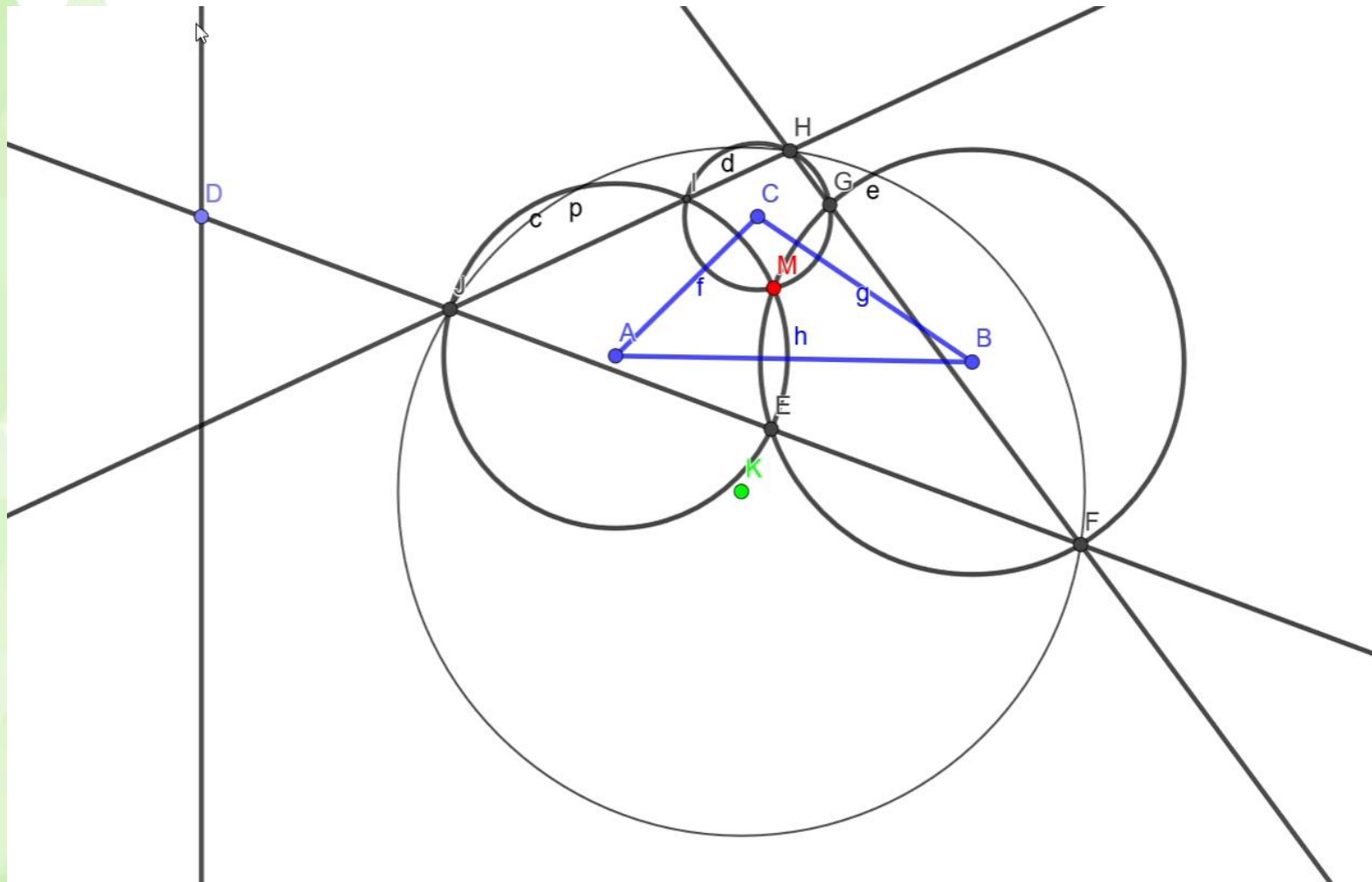
Εύρηκα

- 我們將動點D移動，觀察三角形的位置變化。(為了方便觀察我們以外心為中心點進行軌跡探討)，我們由 $y=0$ 使其開始移動，前後經過 $y=100$ 、 $y=-100$ ，顯示其軌跡。

μ

軌跡探討

Εύρηκα



μ

軌跡探討

- 我們發現其軌跡是圓。
- 而進一步觀察發現，該圓軌跡會通過兩點，其一是當外側三角形最大，也就是兩倍的中心點，另一則是密克點。而恰好兩點連線為直徑。
- 而接著我們分別用重心、內心等中心點進行探討，結果也相同。
- 再來觀察一下圓A、圓B、圓C，恰好是以三頂點為中心點的圓軌跡。

軌跡探討

Εύρηκα

- 因此我們得到一個結論:
- 密克點將會是外側三角形的無限倍縮小型態，換句話說，密克三角形是的大小最大是原三角形的無限倍，最小則為 $1/2$ 倍。

μ

Εὐρηκα

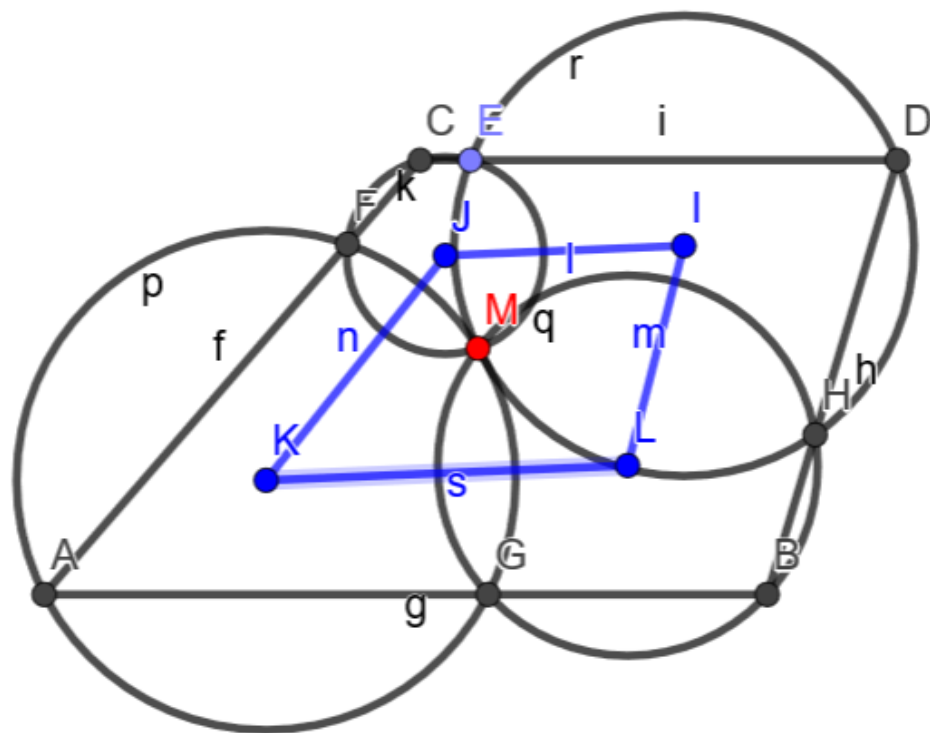
多邊形延伸

- 我們試著用新方法去套用多邊形，發現行得通，做出來的圖形必定是相似。而依照原來密克定理來畫的話，未必可以有密克點。但後來發現這是錯的。

μ

多邊形延伸

Εὕρηκα

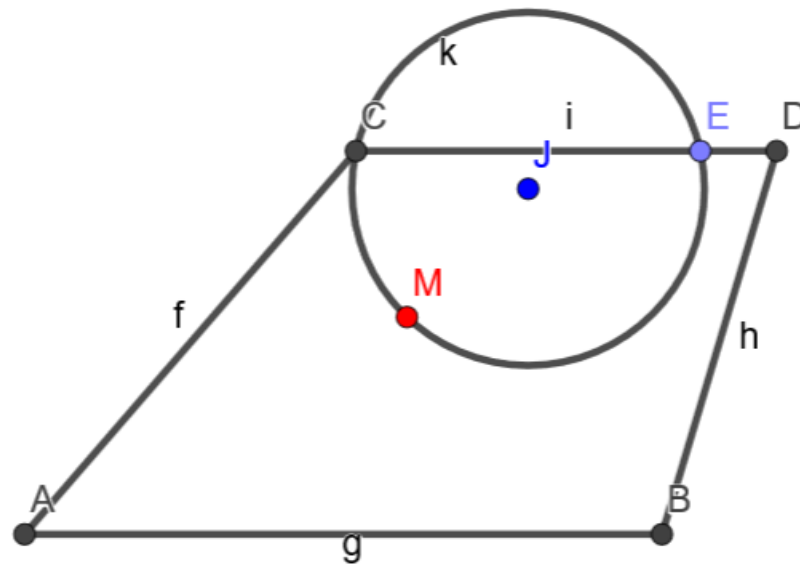


我們使E點
在CD上移動

μ

多邊形延伸

Εὕρηκα

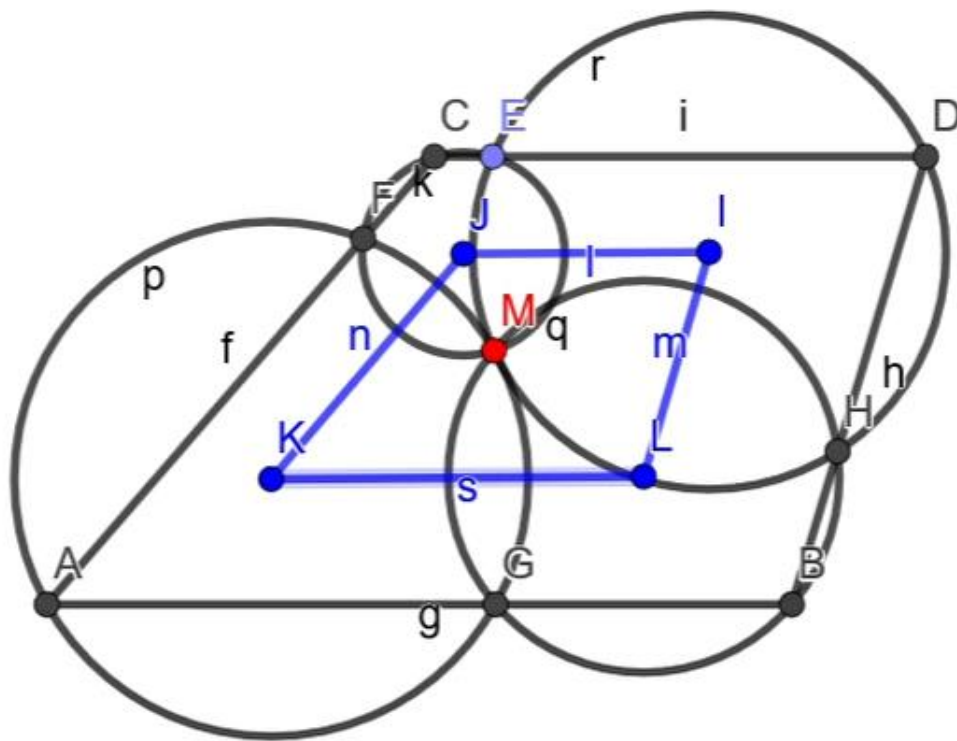


會發現某距離時
不成形

μ

多邊形延伸

Εύρηκα



多邊形延伸

Εὐρηκα

- 進而去探討，發現之所以不成形，是因為分點僅限於內分點，若將外分點加入考慮的話，形成的密克多邊形，必然是原圖形的相似形。

μ

研究結果

Εύρηκα

- 任何多邊形只要考慮外分點就一定能找到密克點。而密克點可以說是一個最小的三角形，任何三角形縮小到最後都會變成密克點。而密克三角形和原三角形必定相似，這點在多邊形一樣適用。

μ

未來展望

Εύρηκα

- 關於多邊形，如果只考慮內分點，有什麼條件讓其成形？
- 除了密克定理外，可以從其他定理、其他做法，進而探討三角形的起源。

μ

Εύρηκα

參考資料

- 中華民國第 57 屆中小學科學展覽會國中組數學科第二名--
- 從三個交於一點的圓形想起——Miquel' s Theorem 之推廣
- <https://activity.ntsec.gov.tw/activity/race-1/57/high.html#a4>

μ



Εύρηκα

謝謝大家

好像少了什麼

μ

感謝的人

- 數專指導老師姚志鴻老師
- 數專的各位同學們
- 一路支持我的父母
- 好像還有...

Εύρηκα

μ

最感謝的人

Εύρηκα

- 當然還有

- 在台下聽我演講的你們

μ